

아래의 문제들은 우리대학이 학생들을 선발하기 위한 것입니다. 우리대학의 사전 허락없이 상업적으로 사용하는 것을 금합니다.

**2007학년도 대학 신입학생 수시 2학기모집 특기자전형
자연계열 “면접 및 구술고사”**

<서울대학교 입학관리본부 : 2006. 12. 05>

■ 출제의도 및 문항설명

■ 수학

- 주어진 현상을 수학적으로 체계화하여, 적절한 등식과 부등식을 이끌어 내고, 이들을 정확히 분석하여 타당한 결론에 도달할 수 있는 가를 측정하고자 하였다.
- 수학은 일상에서 쉽게 접하는 것들을 수학적인 안목과 사고를 통하여 관찰하는 것으로부터 시작된다.
- [문제 1]은 고교생들에게 익숙한 다면체라는 공간 도형을 수학적 논리로 고찰하여, 합당한 등식을 이끌어 내고, 특정한 성질을 갖는 다면체가 존재하는지, 존재하면 어떤 것인지 묻는 문제이다.
- [문제 2]는 가장 간단한 형태의 다항식에 의하여 주어진 공간 곡면의 기하학적 성질과 다항식과의 상호관계를 묻는 문제이다.

■ 물리

- 교과 과정에 있는 기본 법칙의 이해정도와 활용여부를 보는데 중점을 두었다.
- [문제 1]은 에너지 보존법칙과 면적속도 일정의 법칙을 활용할 수 있는 지를 묻고, [문제 2]는 보어의 양자가설을 용수철의 원운동에 적용할 수 있는지를 묻는다. 전기력에 의해 구속되는 수소원자의 경우와 비교하여, 흡수, 방출될 수 있는 빛의 파장이 어떻게 다른지를 유도하도록 한다.

■ 화학

- 화학반응의 속도에 대한 정보를 이용하여 반응 메커니즘을 제시하고 확인하는 일련의 작업을 통하여 학생들의 사고력과 분석력을 평가하고자 하였다.
- 학생들의 화학반응에 대한 이해를 열역학적 관점과 속도론적 관점을 통하여 평가하였다. 화학반응에서의 촉매 역할을 물어봄으로써 화학반응의 제어 방법을 확인하였으며, 이를 통해 화학에 대한 전반적 이해 여부를 종합적으로 평가하고자 하였다.

■ 생물

- 독사의 독소와 해독제의 개념을 이용하여 단백질의 특징, 생체 내 역할, 항원-항체 반응의 의미, 신경 신호의 전달, 단백질의 진화, 현대 생명공학 기술 등 생물에 관한 전반적인 지식을 측정하고자 하였다. 개별적인 지식을 묻는 대신 그 지식을 창의적으로 엮어서 논리적으로 표현할 수 있는지에 초점을 맞췄다.

■ 지구과학

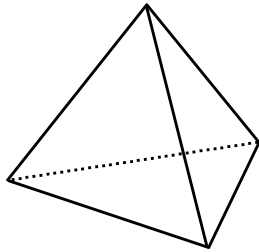
- 고등학교 교과서에 소개되는 내용을 기본으로 하되, 각기 다른 소단원에서 소개되는 내용을 연계하여 사고할 수 있는 능력 측정에 중점을 두었다.
- [문제 1]은 지구상의 물질이 원소적 차원에서는 재활용되며 새롭게 생성되지는 않는다는 관찰을 기초로, 탄소와 우라늄을 예로 들어 원소의 근원에 대해 의문을 갖도록 유도하고자 했다. 지구상에서 핵반응이 일어나는 것은 방사성 동위원소의 경우인데, 절대 연대 측정에 매우 유용하게 사용되고 있다. 그 맥락에서 신중하게 고려하여야 할 가정들을 암석에 관한 지식과 연관 지어 묻고 있다.
- [문제 2]는 지구 대기의 평균적인 기온과 수증기의 분포를 고려하여 지구의 아열대 고압대에서 사막이 크게 발달하는 원인에 대하여 생각하는 문제이다. 사막의 에너지 수지에 대한 새로운 지식을 교과서에서 제공되는 기존 지식을 응용하여 이해할 수 있는지를 알아보고자 하는 것이 목적이었다.

■ 수학

[문제 1] 3차원의 공간 도형에 대해 알아보자.

3차원의 다면체가 있을 때, 꼭지점의 개수를 v , 변의 개수를 e , 면의 개수를 f 라 하면 $v - e + f = 2$ 임이 알려져 있다. 이 사실을 이용해 다음에 답하여라.

정규다면체 K 란 모든 면이 n -각형이고, 각 꼭지점에 모이는 면의 개수가 일정하고, 면이 3개 이상인 다면체를 말한다. 4면체를 예로 들면,



면=삼각형,
 각 꼭지점에 3개의 면이 모인다.
 $v=4, e=6, f=4$ 로, $v - e + f = 2$

1-1. K 를 면이 n -각형인 정규다면체라 하고, 각 꼭지점에 모이는 면의 개수를 m 이라고 하자. 이때 v, e, f, n, m 사이의 관계식을 구하고, $v - e + f = 2$ 식을 이용해 e, m, n 사이의 방정식을 이끌어 내라.

(Hint) K 는 n -각형들을 변을 따라 붙여 만들었음에 착안하라.

1-2. $n=4$, 즉 면이 사각형인 정규다면체는 육면체임을 보여라.

1-3. 면이 육각형 이상인 정규다면체는 존재하지 않음을 보여라.

[문제 2] $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xy - z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$ 에 대하여, 다음의 물음에 답하라.

(\mathbb{R} : 수직선, \mathbb{R}^2 : 좌표 평면, \mathbb{R}^3 : 좌표 공간)

2-1. \mathbb{R}^2 를 정의역으로 하고, S 를 공역으로 하는 다음의 함수 ϕ 는 일대일 대응임을 설명하라.

$$\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow S, \quad \phi(x, y) = (x, y, xy)$$

2-2. 임의의 실수 $a, b \in \mathbb{R}$ 에 대하여 l_a 를 좌표 평면 위의 점 $(a, 0)$ 를 지나고 y 축에 평행인 직선, 그리고, m_b 를 점 $(0, b)$ 를 지나고 x 축에 평행인 직선이라고 하고, L_a, M_b 를 각각

$$L_a = \{ \phi(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in l_a \} \subset S$$

$$M_b = \{ \phi(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in m_b \} \subset S$$

라 하자.

(1) 두 개의 서로 다른 실수 a, a' 에 대하여, $L_a, L_{a'}$ 은 꼬인 위치에 있는 직선임을 설명하라. 두 개의 서로 다른 실수 b, b' 에 대하여, M_b 와 $M_{b'}$ 도 역시 꼬인 위치에 있는 직선임을 설명하라.

(2) 임의의 실수 a, b 에 대하여 L_a, M_b 는 한 점에서 만남을 설명하라.

(3) S 는 직선 $L_a (a \in \mathbb{R})$ 들의 합집합임을 설명하라. $M_b (b \in \mathbb{R})$ 들의 합집합도 S 임을 설명하라. 즉,

$$S = \bigcup_{a \in \mathbb{R}} L_a = \bigcup_{b \in \mathbb{R}} M_b$$

임을 설명하라.

2-3. 직선 $N \subset \mathbb{R}^3$ 과 x, y, z 에 관한 2차 다항식 $F(x, y, z)$ 의 궤적

$$T = \{ (p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{R}^3 \mid F(p_1, p_2, p_3) = 0 \}$$

에 대하여, N 위의 3개의 점이 T 에 포함되면, T 는 직선 N 을 포함함을 증명하라.

(여기서 x, y, z 에 관한 2차 다항식이란, $\sum_{0 \leq r+s+t \leq 2} a_{r,s,t} x^r y^s z^t$ 의 꼴을 가지며($a_{r,s,t}$ 는 실수), $r+s+t=2$ 인 어떤 음이 아닌 정수들 r, s, t 에

대하여, $a_{r,s,t} \neq 0$ 임을 뜻한다. 예로서, $xy - z$, $1 + x + y + xy + yz$ 등은 2차 다항식이나, $1 + x + y + xy + x^2z$ 는 2차 다항식이 아니다.)

2-4. a_1, a_2, a_3 는 주어진 서로 다른 실수이고, 3개의 직선 $L_{a_1}, L_{a_2}, L_{a_3} \subset S$ 에서 각기 3개씩, 모두 9개의 점들을 선택하였다; $L_{a_1}, L_{a_2}, L_{a_3}$ 는 2-2에서 정의된 S 위에 있는 서로 교인 위치에 있는 3개의 직선이다. x, y, z 에 관한 2차 다항식 $F(x, y, z)$ 의 궤적

$$T = \{(p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{R}^3 \mid F(p_1, p_2, p_3) = 0\}$$

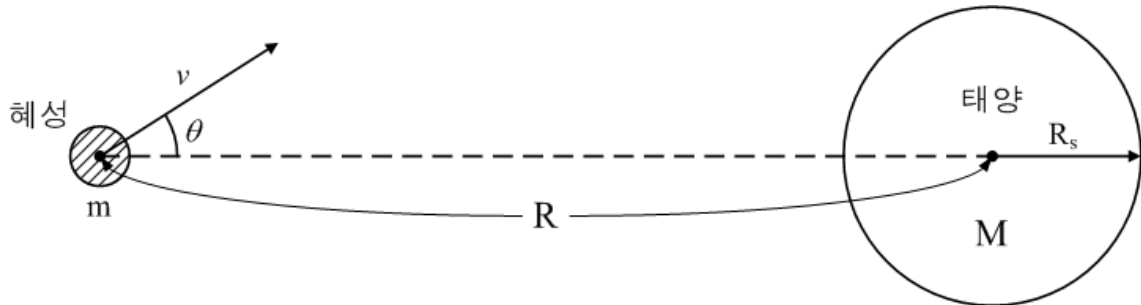
이 선택된 9개의 점들을 포함한다면,

(1) T 는 S 를 포함함을 증명하라.

(2) $T=S$ 임을 증명하라.

■ 물리

[문제 1] 정체 모를 혜성이 태양계에 진입하여, 다음과 같은 속도로 운동을 하고 있다. 혜성의 크기는 무시하라. (그림 참조)



[그림]

1-1. 혜성은 태양과의 거리가 R 일 때, 속도 v 로 움직이고 있으며 운동방향은 태양과 혜성을 연결하는 직선과 각 θ 를 이룬다. (θ 는 0도에서 90도 사이) 태양의 반경을 R_s 라고 할 때, 이 혜성이 태양과 충돌하지 않을 조건을 구하라. (혜성의 질량은 m , 태양의 질량은 M 이다. 운동방향 θ 는 0도에 가깝지 않고, R 이 R_s 보다 매우 큰 경우를 고려하면 된다.)

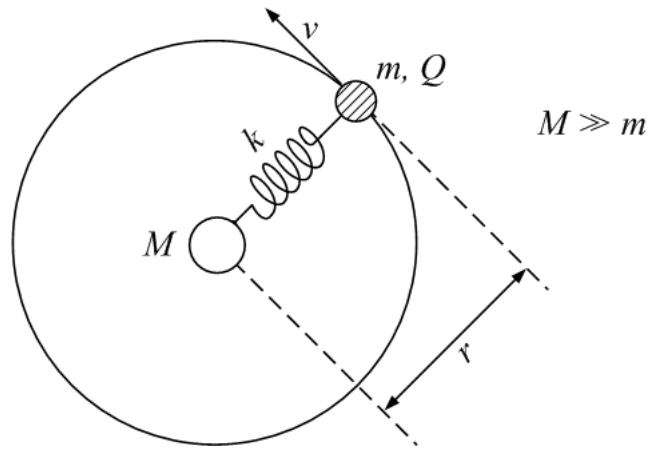
1-2. 위의 조건이 만족될 경우, 혜성의 운동에 대해 기술하라.

[문제 2] 보어의 양자가설에 대해 생각해 보자. 운동량 mv 로 운동하는 입자의 물질파의 파장은 $\lambda = \frac{h}{mv}$ 이다. 보어는 이러한 입자가 원운동을 하고 있을 경우 그 원운동의 원둘레 $2\pi r$ 이 물질파의 파장의 정수배라는 가설을 만들었다.

즉, $2\pi r = n\lambda$ ($n=1,2,3,\dots$). 보어의 가설은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (n=1,2,3,4,\dots)$$

원자의 핵은 매우 무겁다고 가정하고 이러한 핵에 그림과 같이 용수철을 연결하여 질량 m 인 입자를 연결해서 원운동을 하도록 만들자. 이러한 용수철의 탄성계수 (용수철 상수)는 k 이다. 용수철에 작용하는 탄성력은 $F = -kr$ 이다.



- 2-1. 질량 m 인 입자가 용수철에 연결되어 원운동을 한다면 보어의 양자가설을 이용하여 원운동의 반지름 r 이 어떻게 양자화 되는지를 설명하라.
- 2-2. 질량 m 인 입자가 용수철에 연결되어 원운동을 한다면 보어의 양자가설을 이용하여 원운동의 에너지가 어떻게 양자화 되는지를 설명하라.
- 2-3. 질량 m 인 입자가 전하 Q 를 가진다고 하자. 양자수 $n=2$ 상태에서 양자수 $n=1$ 상태로 입자가 옮겨간다면 방출되는 광자의 파장을 구하라.
- 2-4. 이러한 용수철에 연결된 질량 m 을 가지고 전하 Q 를 가지는 입자가 흡수할 수 있는 광자들의 파장을 수소 원자의 전자가 흡수할 수 있는 광자의 파장과 비교해서 그 차이점을 논하라.

■ 화학

[문제 1] 다음 반응에 대하여 물음에 답하십시오.



생성물 C의 생성속도(초기반응속도)는 다음 표와 같다.

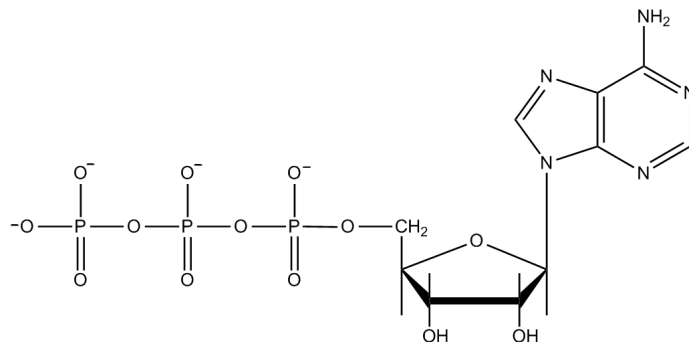
A (M)	B (M)	초기반응속도 (M s ⁻¹)
1.0	1.0	1.0 × 10 ⁻³
2.0	1.0	4.0 × 10 ⁻³
1.0	2.0	1.0 × 10 ⁻³

1-1. 생성물 C의 생성속도를 미분식으로 나타내고, 반응속도 상수 k를 단위와 함께 표시하라.

1-2. 가능한 반응 기작(메커니즘)을 제시하라.

1-3. 반응시작 1시간 후 A의 90%가 사용되었다. 2시간 후에는 얼마만큼의 A가 남아있겠는가?

[문제 2] ATP는 고에너지 인산화 화합물로 생체 내 대부분 생리활성의 주 에너지로 사용되는 화합물이다. ATP 가수분해와 관련된 다음 질문에 답하십시오.



[그림] ATP 구조



[에너지변화량(ΔG°) = -31.0 kJ/mol at 37°C, 1 atm, and pH 7.0]

- 2-1. ATP 가수분해가 진행되어 에너지가 발생하였다. 그 이유를 반응물과 생성물의 화학적 특성 등을 고려하여 설명하라.
- 2-2. ATP 가수분해 반응은 반응에너지 측면에서 고려할 경우 충분히 일어날 수 있는 반응이다. 그러나, 실제로 ATP의 가수분해 반응은 기대한 것만큼 잘 진행되지 않는다. 즉, 열역학적 관점에서 가능한 화학반응이라도 실제로는 반응이 일어나지 않는 경우가 흔히 관찰된다. 그 이유는 무엇이며, 이를 극복하는 방법은 무엇인가?
- 2-3. 상온에서 ATP 가수분해 반응으로부터 발생하는 반응에너지를 이용하고자 한다. 실질적으로 필요한 반응조건을 설명하라.
- 2-4. 단백질로 이루어진 효소는 생체내 다양한 화학반응의 촉매기능을 수행한다. 위의 ATP 가수분해 역시 ATPase라는 효소가 작용할 수 있다. 효소가 반응 속도 및 평형에 미치는 효과를 설명하라.
- 2-5. ATP의 가수분해가 아닌 ATP의 합성을 인위적으로 유도하고자 한다. 어떤 방법들이 제시될 수 있는가?

■ 생물

독사 X는 강력한 독을 가지고 있다고 알려져 있다. 뱀독에 든 독성 물질이 무엇인지 알아내기 위해 다음과 같은 실험을 수행하였다.

- 뱀독을 90℃에서 10분간 처리하였더니 독성이 없어졌다.
- 뱀독에 염산을 처리하였더니 독성이 없어졌다.
- 뱀독에 트립신을 처리하였더니 독성이 없어졌다.

1. 독성을 나타내는 뱀독의 주요 구성성분은 무엇인지 추정하고, 그 이유를 설명하시오.

2. 독사에게 물린 사람에게는 해독제를 주사하면 효과가 있다고 한다. 해독제를 만드는 방법은 다음과 같다.

- ① 소량의 뱀독을 말에게 주사한다.
- ② 적당한 시간이 지나면 말의 피를 뽑은 후 혈장을 분리한다.
- ③ 만들어진 혈장의 구성성분 중 한 종류를 분리해서, 뱀에게 물린 사람에게 주사한다.

2-1. 혈액에서 혈장을 분리하는 방법과 혈장에 존재하는 주요 단백질은 어떤 것들이 있는가?

2-2. 해독제는 어떤 성분이 들어 있기 때문에 해독이 가능할까?

3. 뱀독의 독소 역할을 규명해 보니, 독소가 횡격막 근육 세포의 시냅스 접합 부위(틈 또는 간극)에 존재하는 아세틸콜린 수용체에 특이하게 결합하는 것으로 밝혀졌다. 이 결합으로 인해 뱀독이 사람을 죽일 수 있는데, 그 이유를 유추하시오.

4. 독사 X는 같은 종에 속하는 다른 독사에게 물려도 중독되지 않는다. 또한 X를 먹이로 하는 포식자인 포유류 Y도 독사 X에게 물려도 중독되는 않는다고 한다. 독사 X와 이를 포식하는 포유류 Y는 계통적으로 먼 동물이지만 X의 뱀독에 중독되지 않는 비슷한 기능을 가지도록 각각 진화했다. 이런 진화적 현상을 상동기관과 상사기관의 개념을 이용해서 설명하시오.(단 다른 모든 동물은 독사 X의 독에 중독된다.)

5. 연구를 통해 독사 X와 포유류 Y의 아세틸콜린 수용체의 3차원적 구조가 비슷하고, 쥐, 인간 등의 나머지 동물들과는 다른 구조를 가진 것으로 확인되었다. 뱀독이 선택적으로 작용하는 이유를 위 연구결과를 이용해서 유추해 보시오.

6. 말의 혈장으로부터 분리하는 해독제는 대량생산이 어렵다. 대량생산이 가능한 해독제를 만들 방법을 고안하고, 그 방법을 단계별로 간단히 설명하시오. 이 방법과 기존의 말의 혈장을 이용한 방법으로 만든 해독제의 차이는 무엇인가?

■ 지구과학

[문제 1]

"사람은 흙에서 나서 흙으로 돌아간다"는 말이 있다. 화학원소의 관점에서 보면 정말 그러한데, 탄소의 예를 들어보자. 암석권에서는 주로 탄산칼슘의 형태로, 기권에서는 이산화탄소, 수권에서는 중탄산이온, 생물권에서는 유기탄소화합물 등 다양한 분자로의 변화를 거듭하지만, 미량의 방사성탄소(^{14}C)를 제외하고는 탄소 본연의 원소적 특성을 유지한 채 재활용 된다.

1-1. 지구에서는 탄소가 만들어지지 않는다. 그렇다면 현존하는 지구의 탄소는 어디서, 어떻게 만들어진 것인가?

1-2. 질량수 x 인 동위원소 ^xA 는 방사성 붕괴를 하여 질량수 x 인 ^xB 가 되며, 그 반감기는 470억년이다. A는 알칼리 금속이고, B는 알칼리 토금속이다. ^xA - ^xB 동위원소 쌍을 이용하여 광물의 절대연대를 측정하려고 한다면 다음 중 어느 것이 시료로 가장 적합한지 설명하시오

방해석 CaCO_3

흑운모 $\text{K}(\text{Mg},\text{Fe})_3\text{AlSi}_3\text{O}_{10}(\text{OH})_2$

감람석 $(\text{Mg},\text{Fe})_2\text{SiO}_4$

1-3. 지구의 시료가 아닌, 외계에서 온 운석시료에서 위의 동위원소 쌍을 분석하여 46억년이나 되는 지구의 나이를 구했다고 한다. 그 결과에 신빙성이 있으려면 어떤 가정들이 성립되어야 하는가?

[문제 2]

2-1. 지구 대기 중 대류권의 상층이 하층보다 기온이 더 낮은 이유와 대류권 내의 기온 감률을 고려하여, 태양 빛이 지구 대기를 가열하는 과정을 간략히 설명하시오.

2-2. 대기의 조성 성분은 지상부터 약 80 km까지는 그 조성비가 거의 일정하다. 예를 들면 산소와 질소의 질량비는 80 km 이하에서는 고도에 무관하게 1:3 정도이며 부피 비는 1:4 정도이다. 그런데 그렇지 못한 대기 성분이 있다. 그 중 하나 이상 예를 들고 그들의 높이에 따른(연직) 분포에 대하여 설명하시오.

2-3. 저위도 지방에 나타나는 해들리 순환(Hadley cell)과 중위도 지방에 나타나는 페렐 순환 (Ferrel cell)의 차이점을 에너지 전환의 입장에서 비교하시오.

2-4. 앞에서 이야기한 대기 조성 성분의 연직 분포와 지금까지의 이야기를 종합하여, 아열대 고압지역에 사막이 넓게 분포하는 이유를 설명하시오.