

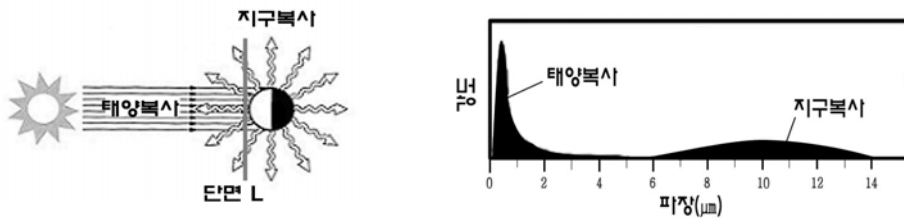
**【문항 1】**

\* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

**(가) 열에너지 평형: 대기가 없는 지구**

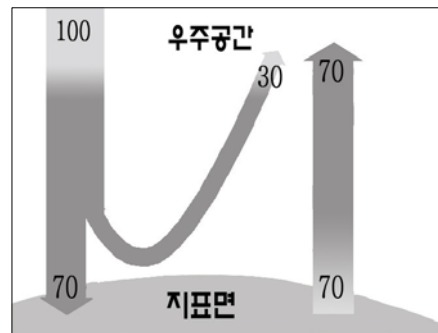
지구는 46억년 전 태양계가 탄생할 때 태양계의 한 가족으로 태어났다. 그러나 태양의 복사에너지를 받고 있는 태양계의 여러 행성들 중에 생명체가 존재할 수 있는 온도를 유지하고 있는 행성은 지구뿐이다. 태양에서 오는 복사에너지로 따뜻해진 지구는 자신의 복사에너지를 방출한다. 지구가 방출하는 단위표면적당 적외선 영역의 지구 복사에너지는 슈테판-볼츠만(Stefan-Boltzmann)법칙을 이용하여 추정할 수 있다. 즉, 지구의 평균온도가  $T_E$ 라면 지표면이 단위면적당 평균적으로 방출하는 복사에너지는  $\sigma T_E^4$ 으로 나타낼 수 있다(슈테판-볼츠만 상수,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ ).

태양에서 오는 복사에너지와 지구가 방출하는 복사에너지는 파장별로 보면 큰 차이가 있지만, 태양으로부터 지구로 유입되는 총 복사에너지와 지구가 방출하는 총 복사에너지 사이에서 열에너지 평형이 이루어지기 때문에 지구의 평균 온도는 일정하게 유지되고 있다([그림 1]).



[그림 1]

지구에 도달하는 태양 복사에너지 모두가 지구를 덥히는데 사용되는 것은 아니다. 태양 복사에너지의 일부는 그대로 다시 우주공간으로 반사된다. 이렇게 반사된 복사에너지 대 지구에 복사된 태양 에너지의 비를 반사도(albedo,  $A$ )라고 한다 ([그림 2]).



[그림 2]

따라서 단위시간 동안 단면  $L$ ([그림 1])에 단위면적당 입사되는 태양 복사에너지를  $S$ 라고 할 때, 입사된 태양 복사에너지와 지구가 방출한 복사에너지 사이의 열에너지에 관한 평형식은 다음과 같이 나타낼 수 있다(식 1).

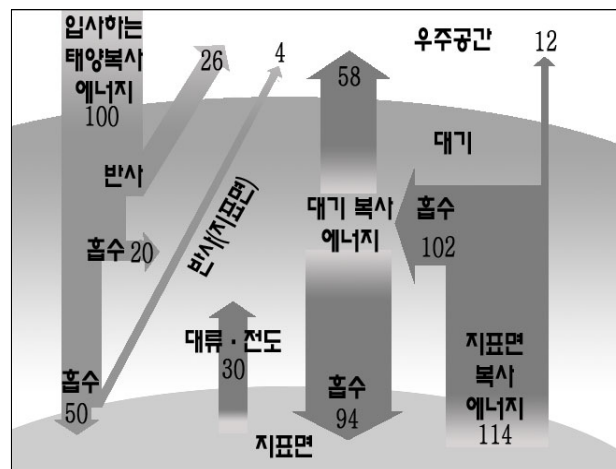
$$(식 1): \frac{S}{4}(1 - A) = \sigma T_E^4$$

그러므로 지구의 온도  $T_E$ 는  $\sqrt[4]{S(1-A)/4\sigma}$ 와 같다.  $A \approx 0.30$ 인 경우에 지구의 온도  $T_E$ 를 구하면 255K(-18℃)밖에 되지 않는다.

### (나) 대기가 만들어 낸 온실효과

지구를 둘러싸고 있는 대기는 태양으로부터 오는 태양 복사에너지를 잘 통과시키지만, 지표에서 방출되는 지구 복사에너지(적외선)는 흡수하여 그 일부를 다시 지구 표면으로 돌려보낸다. 즉, 대기는 지표로부터 방출된 복사에너지가 대기권 밖으로 빠져나가지 못하게 하여 지구를 보온하는 역할을 하는데, 이러한 대기의 보온 효과를 온실효과라고 한다.

대기층이 있으므로 지표면의 복사에너지는 대기가 없을 때에 비하여 커지게 되고, 이 때문에 지표면의 온도가 높아지게 된다([그림 3]). 이런 온실효과 때문에 지구의 온도는 (가)에서 계산한 255K(-18℃)보다 상당히 높은 288K(15℃)가 되었다.



[그림 3]

※ 그림에서 숫자는  $S/4$ 에 대한 백분율을 나타냄. 대류·전도에 의해 반사되는 30은 지표면 복사에너지에는 포함되지 않음

대기의 주성분인 질소( $N_2$ )와 산소( $O_2$ )는 적외선을 흡수할 수 없기 때문에 온실효과를 나타내지 않지만, 대기 중에 소량으로 섞여 있는 이산화탄소( $CO_2$ ), 수증기( $H_2O$ ), 메탄( $CH_4$ ), 일산화이질소( $N_2O$ ) 등은 적외선을 흡수하여 지구의 온실효과를 일으키는데, 이러한 기체를 ‘온실기체’라고 한다.

**(다) 지구 온난화: 사람이 만들어 낸 온실효과**

온실효과를 일으키는 기체 중의 하나인 이산화탄소는 산업 발달에 따른 화석연료 소비의 증가와 산림 채벌 등 다양한 인간 활동에 의해 계속 증가해 왔다. 다른 온실기체 또한 이산화탄소와 함께 증가하는 추세를 보이고 있다. 온실기체의 증가에 따라 지구의 기온이 상승하게 되는데, 이를 ‘지구 온난화’라고 한다.

지구의 기온 상승 현상에 대처하기 위하여 유엔(UN)은 ‘기후 변화에 관한 정부간 협의체(IPCC)’라는 과학자 모임을 만들었으며, 이 기구는 인간 활동 때문에 지구 온난화 현상이 나타나고 있다고 보고서를 작성하였다.

지구의 평균 기온은 지난 100년 동안 약  $0.6^{\circ}\text{C}$  높아졌고, 2100년에는 1990년 보다  $1.4\sim 5.8^{\circ}\text{C}$  더 높아질 전망이다. 최근의 온도 증가 속도는 지난 1만년 동안 자연적으로 있었던 속도 변화와 비교할 때 10배 이상이 되는 큰 기후 변화이다.

현재 과학자들의 연구 결과에 의하면 산업혁명이 시작된 이후 지난 200여 년 동안 사람들의 활동이 추가적으로 만들어낸 온실기체 때문에 대기에서 지구 표면으로 복사되는 단위면적당 에너지는 약  $3\text{W}/\text{m}^2$ 를 넘는 것으로 추정되고 있다. 이 중에서 약  $1/3$ 은 최근 10여 년 간 배출된 온실기체에서 기인했고, 그 중 약  $1/2$ 은 인간이 사용하는 화석연료에 의한 것으로 밝혀지고 있다. 지난 10여 년 동안 인간이 사용하는 화석연료에 의해 생산된 에너지는 인구 1인당 평균  $3\text{kW}$ 에 이르는 것으로 추정된다. 이는 인간의 생체활동에 필요한 에너지(약  $100\text{W}$ )의 약 30배에 달하는 수치이다.

문제 1. 제시문 (가)를 참고하여 아래 질문에 답하시오.

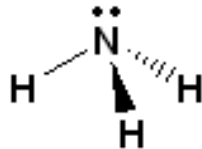
1-1. 에너지 평형식(식 1)에서 지구 복사에너지와 평형을 이루는 태양 복사에너지로  $S$  대신  $S/4$ 가 사용된 이유를 설명하시오.

1-2. 제시문 (가)의 반사도  $A \approx 0.30$ 을 활용하여  $S/4$ 에 해당하는 태양 복사에너지를 구하고, 이와 열에너지 평형을 이루는 지구 복사에너지를  $\text{W}/\text{m}^2$  단위로 추정하시오(유효숫자 2자리).

문제 2. 온실효과로 따뜻해진 지구가 내는 복사에너지와 대기가 만들어낸 온실효과를 문제 1에서 구한  $S/4$ 의 백분율로 구하시오. 그리고 이 값  $W/m^2$  단위로 환산하시오(유효숫자 2자리).

문제 3. 어떤 분자가 온실효과를 나타내는지 여부는 구성 원자의 종류와 쌍극자모멘트와 관계가 있다. 쌍극자모멘트는 하나의 결합이나 분자 내에서 음전하를 띠는 부분과 양전하를 띠는 부분이 분리된 경우에 나타난다. 분자에서 결합의 길이나 결합각은 고정되어 있지 않고 분자의 진동(vibration)에 따라 변할 수 있다. 진동에는 결합각이 변하는 굽힘(bending)과 결합의 길이가 변하는 늘어남(stretching)이 있다.

3-1. 대표적인 온실효과체인 메탄( $CH_4$ ), 수증기( $H_2O$ ), 이산화탄소( $CO_2$ )의 3차원 구조를 그리고 비공유전자쌍을 나타내시오([그림 4] 암모니아의 예 참조). 그리고 이 구조를 고려하여 각각의 분자가 진동을 하지 않을 경우 쌍극자모멘트를 가지는지 여부를 설명하시오.



[그림 4]

3-2. 분자의 진동과 쌍극자모멘트를 고려하여 메탄, 수증기, 이산화탄소는 온실효과를 나타내는데 질소와 산소는 온실효과를 나타내지 않는 이유를 추론하시오.

문제 4. 사람들의 활동이 만들어내는 온실기체로 인해 대기에 추가된  $3\text{W/m}^2$ 로 인하여 지표면의 온도가  $288\text{K}(15^\circ\text{C})$  보다 상승하게 된다. 이렇게 지표면과 대기가 새롭게 열에너지 평형상태를 이룰 때, 지표면의 온도가 얼마나 상승하게 될 지 추정하시오(유효숫자 1자리).

[참고: 근사식  $(1+x)^{1/4} \approx 1 + \frac{1}{4}x$  ( $|x|$ 가 1보다 아주 작을 때)를 이용할 수 있음]

문제 5. 지구의 인구는 60억 명이고, 지구의 반경은  $6,000\text{km}$ 라고 할 때, 인간이 1인당  $3\text{kW}$ 에 달하는 에너지를 얻기 위해 지난 10년간 배출한 온실기체로 인해 대기가 지구 표면에 추가적으로 복사하는 에너지를 인구 1인당으로 구해보시오(유효숫자 1자리). 그리고 이 값에 비추어 지구 온난화 속도를 줄일 수 있는 방법에 대해 논하시오.

## 【문항 2】

\* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

### (가)

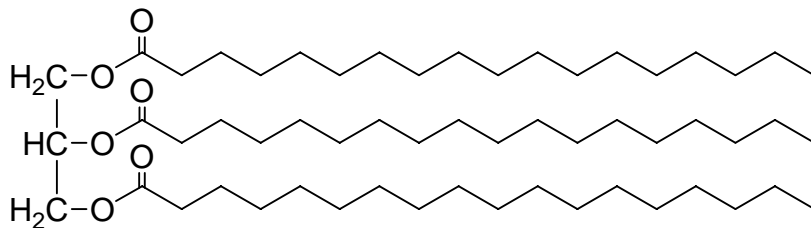
우리 몸은 수분, 단백질, 지방, 탄수화물 및 무기염류 등의 물질로 구성되어 있다. 요즘은 체지방이 주로 부정적인 의미로 언급되지만 사실 생명의 진화과정에서 지방(脂肪, lipid)은 흥미롭고 중요한 역할을 해왔다.

약 40억 년 전 바다에서 생명체가 처음 나타났을 때부터 지금까지 세포의 내부를 외부 환경으로부터 구분해 주는 소수성(疏水性, hydrophobic) 지방막(膜, membrane)은 세포의 주요 부분이었다.

약 4억 년 전 바다에서 척추동물의 조상인 어류가 등장하였다. 어류를 포함한 대부분 바다동물은 체밀도가 물의 밀도와 비슷해야 약간의 힘으로도 자유롭게 헤엄쳐 다닐 수 있다. 그래서 칼슘이나 인과 같이 원자량이 큰 원소가 많이 들어있는 뼈가 생기면 물보다 밀도가 낮은 지방 성분의 함량이 중요해진다. 지방은 체온 유지, 에너지 저장 이외에 체밀도 조절 역할도 하는 것이다.

### (나)

지방은 글리세롤에 세 개의 지방산이 에스테르 결합을 이룬 분자량이 800~1000 정도인 화합물이다. 동물성 지방에 많이 들어있는 팔미트산은 탄소가 16개이고 스테아르산은 탄소가 18개인 포화지방산이다. 올리브 기름의 주성분인 올레산은 탄소가 18개이며 탄소-탄소 이중결합이 한 개 있는 불포화지방산이다. 지방이 물에 녹지 않는 이유, 밀도가 낮은 이유, 열량이 높은 이유는 모두 지방의 대부분을 차지하는 긴 탄소 사슬과 관계 있다. 아래 그림에는 세 개의 지방산이 스테아르산인 경우를 나타냈다.

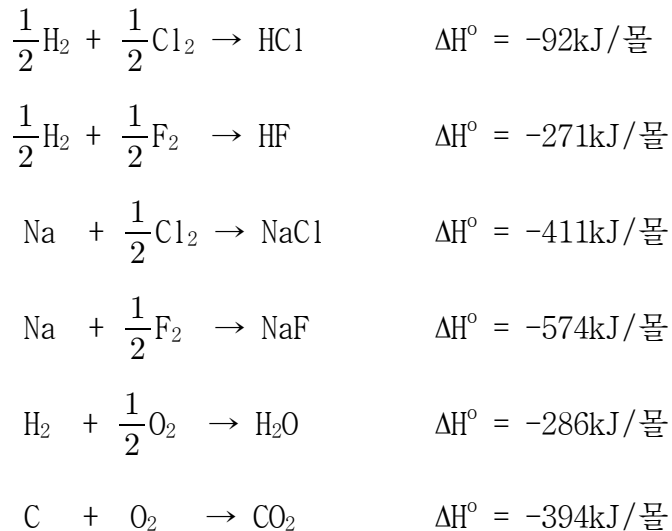


[그림 1]

(다)

식물은 태양에너지와 물을 사용하여 탄소가 산화되어 있는 상태의 이산화탄소를 탄수화물(炭水化物, carbohydrate)로 환원시킨다. 탄수화물은 분자 그대로 탄소가 원자, 분자 단위로 나누어져서 물과 화합하고 있는 친수성 고에너지 물질이다. 우리 몸은 이러한 탄수화물이나 지방을 이산화탄소로 산화시키는 복잡한 일련의 반응을 통해 에너지를 생산하고 열을 내어 체온을 유지한다.

그런데 열이 나오는 이유는 생성물이 반응물보다 안정하기 때문이다. 일반적으로 전기음성도(어떤 원자가 다른 원자로부터 전자를 끌어당겨 전기적으로 음성이 되려고 하는 경향) 차이가 큰 원소들이 결합하면 안정화 효과가 크기 때문에 많은 열이 나온다. 전기음성도가 다른 몇 가지 원소들 사이의 반응열(25℃)은 다음과 같다. 음수의 반응열은 에너지가 낮아져 열이 나오는 것을 의미한다.



(라)

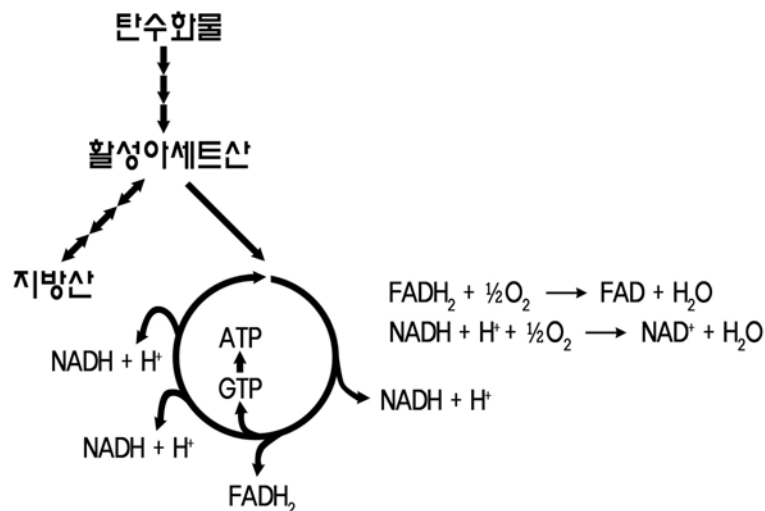
생명의 진화 방향에는 원소의 특성과 더불어 양도 중요했을 것이다. 우주에 있는 원소들의 개수 분포를 보면 수소를 10<sup>9</sup>으로 했을 때 탄소 5만, 산소 8만, 플루오르 80, 염소 420 정도이다.

(마)

보통 사람의 경우 체지방의 무게 비율은 12~20%인데, 여성의 경우 30% 이상, 남성의 경우 25% 이상이면 비만이라고 한다. 체밀도를 측정하면 체지방의 양을 측정할 수 있다. 체성분을 체지방과 나머지 조직으로 구분하면 체지방은 밀도가  $0.9\text{g/cm}^3$ 이고 뼈, 혈액 및 근육을 포함한 나머지 조직의 평균 밀도는  $1.1\text{g/cm}^3$ 이다. 따라서 체지방률이 높을수록 체밀도가 낮아지며, 체지방률이 낮고 근육형 체격일수록 체밀도가 높아진다는 점을 이용하여 체밀도를 측정할 수 있다.

또한 몸에 낮은 교류전류를 통과시키면서 생체전기저항을 측정하여 체지방을 측정할 수도 있는데, 이는 세포의 지방 함량에 따라 전기전도성이 크게 다르기 때문이다. 몸 안의 세포 중 지방이 적고 수분이 많은 세포는 이온을 많이 포함하고 있어서 전기적 전도성이 높은 반면, 지방을 많이 포함하고 있는 세포는 전기적 전도성이 아주 낮다.

문제 1. 우리가 섭취한 탄수화물이 분해되어 만들어지는 활성아세트산의 대부분은 TCA회로를 거쳐 이산화탄소로 산화되면서 ATP를 생산하거나, 지방산 합성을 통해 에너지를 저장하는데 사용된다. [그림 2]를 고려하여 어떤 경우에 활성아세트산이 지방산을 합성하는 경로로 사용될 지 추론하고, 유산소 운동이 체지방을 감소시키는 데 좋은 이유를 설명하시오.



[그림 2]



문제 2. 제시문 (다)를 참고하여 아래 질문에 답하시오.

2-1. H, Cl, F, O, Na, C의 전기음성도의 순서를 발열량으로부터 추론하시오.

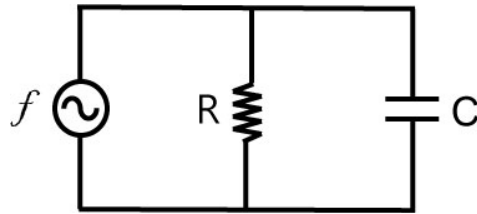
2-2. 지구상의 생명체가 여러 원소 중에서 산소를 사용하여 에너지를 얻는 방향으로 진화된 이유를 설명하시오.

2-3. 에너지를 탄수화물보다 지방으로 저장하는 것이 유리한 이유를 설명하시오.

문제 3. 몸무게가 66kg인 A와 B 두 사람이 허파를 비롯한 몸속의 공기를 2ℓ 만 남기고 물속에서 체중을 측정하였더니 A는 0kg이었고, B는 2kg 이었다. 두 사람의 체지방률을 각각 구하시오(단, 물의 비중은 1.0이라고 가정한다).

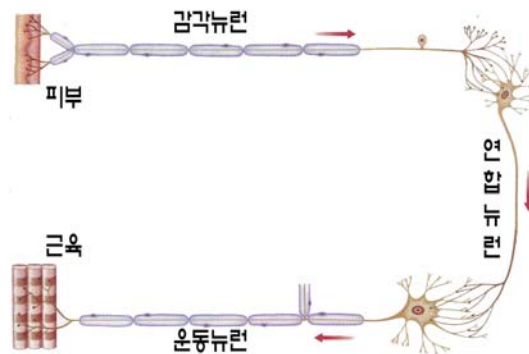
문제 4. 물의 O-H와 지방의 C-H, C-C 부분의 차이가 물과 지방의 밀도 차이를 가져오는 분자의 내부적 요인이라면, 분자 간 상호작용의 차이는 외부적 요인이다. 지방이 물보다 밀도가 낮은 이유를 원자량, 원자반경, 분자 구조와 분자 간 상호작용을 고려하여 추론하시오.

문제 5. 생체전기저항을 구하기 위해서는 일정한 교류전류를 몸에 흘리고 교류전압을 측정한다. 몸에 교류전류가 흐르는 것은 지방을 적게 포함하고 있는 세포를 통해서 흐르는 전류와 지방을 많이 포함하고 있는 세포를 통해서 흐르는 전류 두 가지로 나눈 병렬 회로로 생각할 수 있다고 하자. 이러한 모델을 [그림 3]과 같이 나타낸다면 지방이 적은 세포는 전기적으로 저항기(resistor) 같은 역할을 하고, 지방을 많이 포함하고 있는 세포는 축전기(capacitor) 같은 역할을 한다. 이때 체지방 측정기는 왜 직류 대신 교류를 사용하는지 설명하고, 지방세포(축전기)쪽으로 전류를 많이 보내고 싶으면 주파수를 어떻게 바꾸어야 하는지 설명하시오. 만약 주파수가 아주 커지면 측정되는 교류전압에 어떤 현상이 일어나는지 추론하시오.



[그림 3]

문제 6. 세포의 지방함량에 따른 생체전기저항의 차이가 우리 몸에서는 뉴런의 신경 전달 속도를 조절하는 데 이용되고 있다([그림 4]). 뉴런의 구조를 설명하고, 수초가 갖는 의미를 전기전도성과 관련하여 설명하시오.



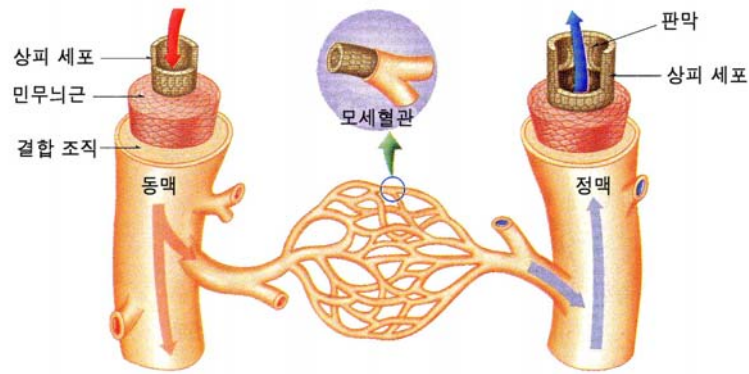
[그림 4]

**【문항 3】**

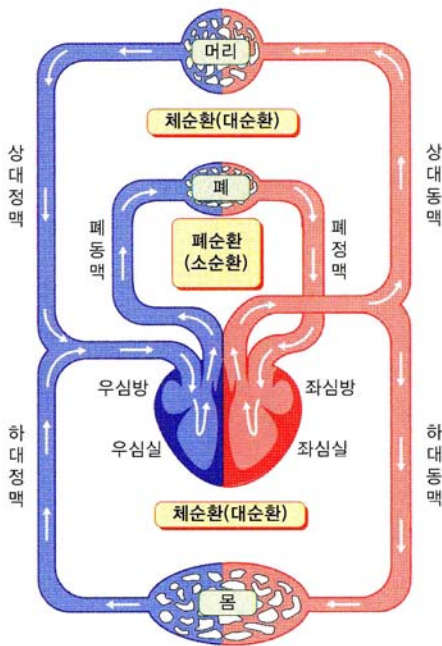
\* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가)

사람의 혈관은 총 길이가 약 16만km로 지구를 약 네 바퀴 도는 정도이며 인체를 구성하는 약 60조 개의 세포들에게 필요한 물질을 운반할 수 있도록 심장과 연결되어 있다. 이러한 심장과 혈관, 혈액을 통틀어 혈관계라고 한다. 혈관은 심장에서 나가는 혈액이 흐르는 동맥, 심장으로 들어오는 혈액이 흐르는 정맥, 그리고 동맥과 정맥을 이어주는 모세혈관으로 구분된다. [그림 1]은 동맥, 모세혈관, 정맥의 구조와 연관성을 나타낸 것이다.



[그림 1] 혈관의 구조



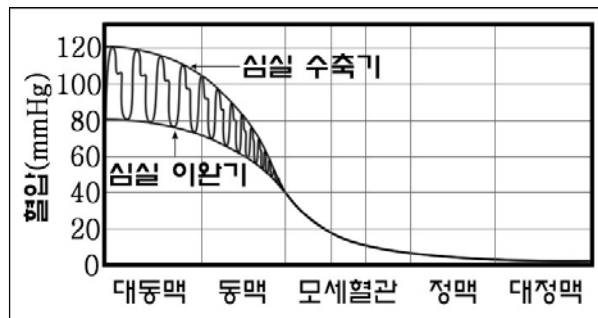
[그림 2] 혈액의 순환

모세혈관은 지름 10  $\mu\text{m}$  정도의 가느다란 혈관이며 온몸에 그물처럼 퍼져 있다. 모세혈관 벽은 한 층의 세포로 이루어져 있으며, 혈액이 이곳을 흐르는 동안 혈관 벽을 통하여 영양분과 노폐물 및 기체의 교환이 이루어진다.

대동맥에서 온몸으로 나간 혈액은 모세혈관을 거쳐 정맥으로 모인 다음 대정맥에 합류하는 체순환을 한다. 폐순환은 폐를 돌아 심장으로 돌아오는 순환으로, 이 때 이산화탄소를 버리고 산소를 받아들이는 기체 교환이 이루어진다.

(나)

액체에도 기체와 마찬가지로 압력과 관련된 현상이 있다. 혈액은 혈관계에 압력을 가하는 데 이것을 혈압이라고 한다. 심장은 펌프와 같이 작동하면서 혈액을 내보내는 압력을 만들도록 수축과 이완 작용을 반복한다. 심장이 수축하는 동안의 혈압을 수축기 압력이라 하고, 심장이 이완하는 동안의 혈압을 이완기 압력이라 하며 mmHg(torr)단위로 나타낸다. 보통 혈압이 80~120mmHg 일 때 정상이라고 한다. 이 수치에서 80mmHg는 심실 이완기 때의 혈압이고, 120mmHg는 심실 수축기 때의 혈압이다. 동맥은 심실의 강한 수축에 의해 밀려나오는 혈액의 압력을 견딜 수 있도록 굵고, 탄력성이 강한 두꺼운 근육층으로 이루어져 있다.



[그림 3] 혈관의 압력

(다)

혈액의 기본 작용은 물질의 운반이다. 모세혈관의 벽을 통하여 혈액 성분이 출입하기 때문에 어떤 조직에서 생긴 물질은 혈액을 통하여 다른 조직으로 이동할 수 있다. 소화기에서 흡수된 영양소는 혈장을 통하여 각 조직이나 장기로 운반되고, 폐를 통하여 들어온 산소도 적혈구를 통하여 몸의 각 조직 세포로 운반된다. 세포의 생명활동으로 발생한 이산화탄소나 요소 등의 노폐물은 적혈구와 혈장에 의해 폐와 신장과 같은 배출기관으로 운반되어 배출된다.

우리 몸에서 혈액의 양은 체중의 약 8%를 차지하고 있으며, 밀도가 1.06g/cm<sup>3</sup>이므로 체중 60kg인 사람의 혈액은 약 4.5ℓ가 된다. 혈액의 약 45%는 고형 성분인 혈구이고 나머지 55%는 액체 성분인 혈장이다. 혈액의 pH는 약 7.4로서 약한 염기성이다. 혈액의 pH 변화는 세포내에 심각한 영향을 미치기 때문에 우리 몸은 다양한 방법으로 급격한 pH 변화를 줄이는 방향으로 진화되었다.

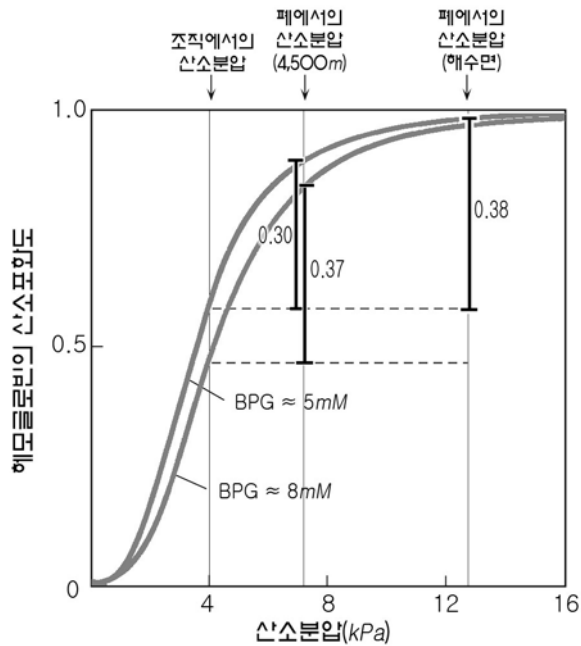
문제 1. 심장이 체순환을 위해 한 번 박동할 때 약 90ml의 혈액을 펌프하고 1분에 60회 박동한다고 가정할 때, 심장의 펌프로서의 일률을 구해보시오. 또 우리 몸의 하루 평균 섭취 에너지를 2000kcal라고 하고 이 중 10%를 심장이 사용한다고 했을 때, 심장의 열기관으로서의 효율에 대하여 설명하시오. [참고: 1atm = 760mmHg =  $10^5$ Pascal(N/m<sup>2</sup>)]

문제 2. 심장에서 발생시키는 혈압의 평균값을 100mmHg라고 할 때, 이 혈압이 동맥을 통하여 혈액을 보낼 수 있는 높이를 구해보시오. 비행기가 급강하하다가 갑자기 수평으로 방향을 바꾸게 되면 뇌에 공급되는 혈액이 부족해져서 조종사가 정신을 잃을 수 있다. 뇌에 혈액 공급이 부족해질 수 있는 이유를 설명하시오.

문제 3. 우리 몸에 있는 대동맥의 총 단면적은 3cm<sup>2</sup>정도이고 대동맥에서의 혈류 속도는 30cm/s 정도이다. 모세혈관들의 총 단면적 합이 900cm<sup>2</sup>일 때 모세혈관 안에서의 혈류 속도를 구하고, 대동맥과 모세혈관 각각에서 보존되는 양은 무엇인지 설명하시오. 모세혈관에서 이 정도의 혈류 속도가 가지는 의미를 생물학적 관점에서 기술하시오.

문제 4. 이산화탄소와 산소는 물에 대한 용해도가 낮기 때문에 단순히 혈장에 용해되어 운반되는 것으로는 원활한 배출과 공급이 어렵게 된다. 우리 몸은 적혈구 내에 존재하는 단백질들을 이용하여 이 문제를 효과적으로 극복하고 있다. 이러한 원리와 적혈구 내 pH 변화가 조직세포로의 산소 공급에 미치는 영향을 설명하시오.

문제 5. [그림 4]는 BPG(2,3-bisphosphoglycerate)가 헤모글로빈의 산소해리에 주는 영향을 나타낸 것이다. 산소 분압이 낮은 고지대에서는 혈액 내의 BPG 농도가 약 8mM로 증가하게 되어, 우리 몸이 산소 분압이 낮은 환경에서도 적응할 수 있도록 해준다. [그림 4]를 이용하여 BPG가 헤모글로빈과 산소 공급에 미치는 영향을 분석하여 설명하시오.



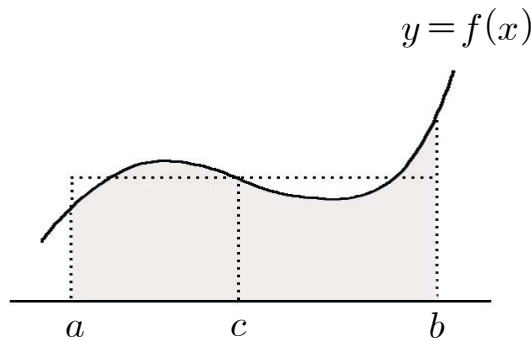
[그림 4]

**【문항 4】**

\* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가)

폐구간  $[a, b]$ 에서 연속인 함수  $f$ 에 대하여  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx = f(c)$  를 만족하는  $c$ 가  $a$ 와  $b$  사이에 적어도 하나 존재한다는 사실이 잘 알려져 있다. 이를 ‘적분에 관한 평균값의 정리’라고 한다. 이것은 폐구간  $[a, b]$ 에서  $f(x) \geq 0$  일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$  로 둘러싸인 도형의 넓이가 밑변의 길이가  $b-a$ 이고 높이가  $f(c)$ 인 직사각형의 넓이와 같다는 것을 의미한다.



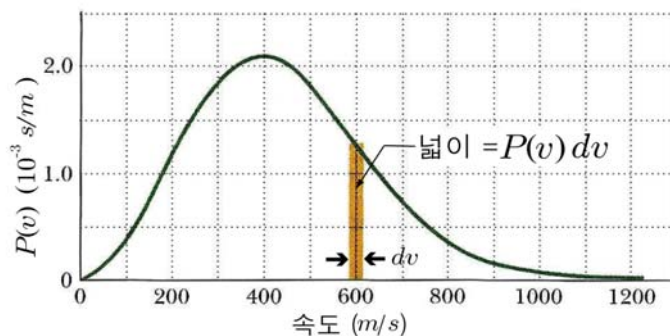
[그림 1]

(나)

1852년 물리학자 맥스웰은 기체분자의 속도분포 문제를 해결하였다. 맥스웰-볼츠만의 속도분포는 기체분자의 속도  $v$ 의 확률분포함수

$$P(v) = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}$$

로 주어진다. 여기서  $M$ 은 몰 질량,  $R$ 은 기체상수,  $T$ 는 온도이다. 예를 들어 300K에서 산소분자의 속도분포는 다음과 같다.



이 경우 산소분자의 속도가  $v_1 = 590 \text{ m/s}$  와  $v_2 = 610 \text{ m/s}$  사이의 값을 가질 확률을 구하기 위해서는  $\int_{v_1}^{v_2} P(v)dv$  를 계산해야 하는데, 적분에 관한 평균값의

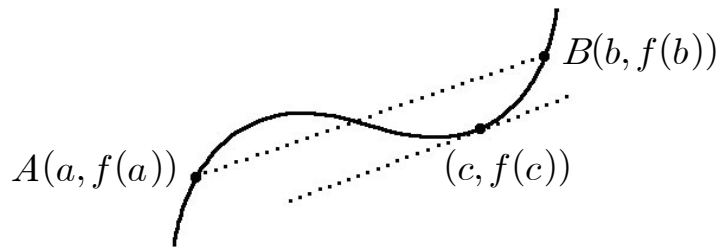
정리에 의해 이 적분값은 근사적으로  $(v_2 - v_1)P\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)$ 와 같다.

과학의 여러 분야에서 나타나는 함수를 작은 구간에서 적분해야 할 필요가 있을 때, 이와 같이 구간 안에서 함수의 적당한 값과 구간의 길이를 곱하여 적분값의 근사값으로 사용한다.

(다)

적분에 관한 평균값의 정리로부터 도함수  $f'$ 이 폐구간  $[a, b]$ 에서 연속이면  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$  를 만족하는  $c$ 가  $a$ 와  $b$  사이에 적어도 하나 존재한다는 ‘미분에 관한 평균값의 정리’를 유도할 수 있다.

곡선  $y = f(x)$  위의 두 점  $A(a, f(a))$ 와  $B(b, f(b))$ 를 지나는 직선  $AB$ 의 기울기는  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 이고,  $f'(c)$ 는 점  $(c, f(c))$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 에 접하는 직선의 기울기이다. 따라서 미분에 관한 평균값의 정리는 곡선  $y = f(x)$ 의 접선 중에 직선  $AB$ 와 평행한 것이 적어도 하나 존재한다는 것을 의미한다.



[그림 2]

미분에 관한 평균값의 정리는 여러 가지 부등식을 증명하거나 다양한 함수의 근사값을 구하는 데 이용된다.

(라)

함수  $f$ 가 폐구간  $[a, b]$ 를 포함하는 개구간에서 미분가능하고  $f'$ 이 폐구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(a, f(a))$ 에서 점  $(b, f(b))$ 까지의 곡선의 길이는  $\int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$  이다.



문제 1. 적분에 관한 평균값의 정리를 이용하여 도함수  $f'$ 이 폐구간  $[a, b]$ 에서 연속이면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

를 만족하는  $c$ 가  $a$ 와  $b$  사이에 적어도 하나 존재한다는 것을 설명하시오.

문제 2. 함수  $f(x)=x^3$ 에 대하여 폐구간  $[1, 2]$ 에서 문제 1의 등식을 만족하는  $c$ 의 값을 구하시오.

문제 3. 도함수가 0인 함수에 대하여 알아보자.

3-1. 개구간  $(a, b)$ 에 속하는 모든  $x$ 에 대하여  $f'(x)=0$ 이면,  $f$ 는 개구간  $(a, b)$ 에서 상수함수가 됨을 설명하시오.

3-2. 상수함수가 아닌 함수  $g(x)=\begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 에 대하여  $g'(x)$ 를 구하고, 이 결과를 문제 3-1의 내용과 연관시켜 설명하시오.

문제 4.  $(1+x)^{1/4}$ 의 근사식을 찾아보려고 한다.

4-1.  $|x| \leq \frac{1}{2}$  일 때 부등식  $|(1+x)^{1/4}-1| \leq \frac{|x|}{2}$  가 성립함을 설명하시오.

4-2.  $|x| \leq \frac{1}{2}$  일 때 부등식  $\left| (1+x)^{1/4} - \left(1 + \frac{1}{4}x\right) \right| \leq \frac{3}{4}x^2$  이 성립함을 설명하시오.

문제 5. 임의의 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=x^3$  위의 점  $(t, t^3)$ 에서 점  $(m(t), \{m(t)\}^3)$ 까지 곡선의 길이가 1이 되도록  $m(t)$ 를 정의하자(단,  $0 < t < m(t)$ ). 이렇게 정의한  $m(t)$ 가  $t$ 의 함수로서 미분가능하다고 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} t^3[1 - \{m'(t)\}^2]$ 의 값을 구하고 그 과정을 설명하시오.