

다. 자연계열

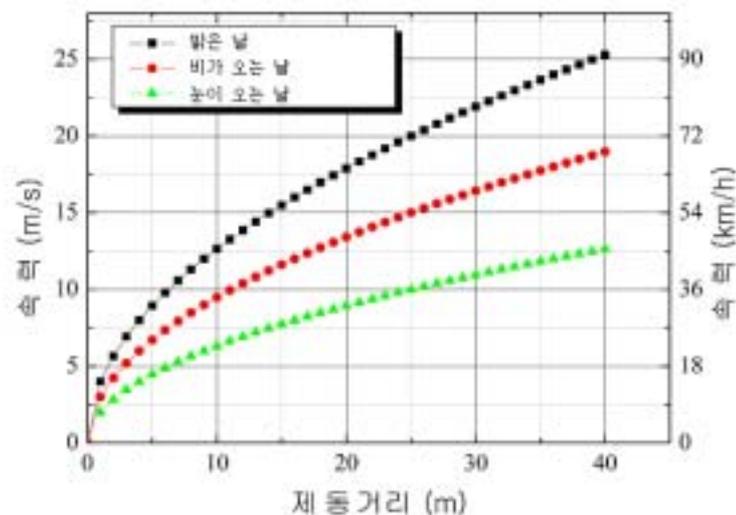
1. 출제문

■ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

<제시문 1>

달리는 자동차에 제동을 걸면 바로 멈추지 않고 속력이 0이 될 때까지 앞으로 더 나아가게 된다. 운전자는 보통의 경우에는 서서히 속력을 줄이게 되지만, 급제동을 하게 되면 도로에 검은 색의 바퀴 자국을 남기게 된다. 이것을 스키드 마크라고 하는데, 스키드 마크는 결국 자동차가 급정지를 할 때 자동차 타이어와 노면 사이의 마찰력에 의해 열이 발생하면서 나타나는 흔적이다. 이 때 발생하는 열은 결국 자동차의 운동에너지가 마찰력이 한 일, 즉 열에너지로 변환된 것이라 할 수 있다. 결국 스키드 마크의 길이는 자동차의 운동에너지와 직접적인 관련이 있고, 자동차의 운동에너지는 차의 속력과 관련이 있는 물리량이다. 이런 이유로 <제시문 2>와 같이 교통사고가 났을 경우 스키드 마크의 길이를 예측하여 사고의 책임 유무를 판단하는 자료로 사용하기도 한다.

스키드 마크의 길이는 차에 제동을 건 순간 차가 가지고 있던 운동에너지가 차가 멈출 때까지 노면에 대해서 한 일의 양과 같음을 이용하여 구할 수 있다.



이때, 노면에서 미끄러지는 물체에 작용하는 마찰력은 마찰계수에 비례하는데(즉, (마찰력) = (마찰계수)×(자동차 질량)×(중력가속도)), 이 마찰계수는 노면의 상태에 따라 크게 달라진다. 예를 들면, 비나 눈이 올 때의 마찰계수는 맑은 날씨일 때의 마찰계수에 비해서 작으므로 제동거리는 더 길어지게 된다. 따라서 각각의 경우에 있어

서 노면의 마찰계수는 자동차의 제동거리를 계산하는데 중요한 역할을 한다.

아래 표는 보험회사에서 사용하는 여러 노면 상태에서의 스키드 마크의 길이와 자동차의 속력과의 상관관계를 보여준다.

속도 (m/s)			제동거리 (m)
맑은 날	비가 올 때	눈이 올 때	
8	6	4	4
12	9	6	9
16	12	8	16
20	15	10	25
24	18	12	36

<제시문 2>

(중략) 거시증거에 의하여 피고 운전사인 위 김○○는 당시 시속 약 75킬로미터의 속도로 위 고속도로 상행선 주행선을 따라 진행한 사실, 피고차가 현대건설 로라차의 약 40미터 후방에 이르렀을 때, 로라차가 시속 약 25킬로미터의 저속으로 갑자기 주행선 쪽으로 꺾어들어 오기 때문에 충돌의 위험을 느껴 핸들을 좌로 틀면서 급제동하였으나 미치지 못하고 앞부분이 약 19미터, 뒷부분이 약 14미터의 활주흔(스키드마크)을 내면서 중앙분리대를 타고 넘어 반대차선 추월선에 정차하고 로라차는 계속 같은 속도로 주행한 사실, 위 로라차의 폭은 2.08미터, 트레일러의 폭은 2.475미터인 사실, 서울기점 86.5킬로미터 지점으로부터 86킬로미터 지점까지의 상행선은 약 3프로의 오르막길인 사실, 그리고 사고도로:중앙분리대:노건의 폭상대 등에 관한 사실을 판시와 같이 인정하고 이를 토대로 판시와 같은 수학적 계산을 하여보면, 피고차 운전사로서는 로라차가 앞으로 들어오는 것을 바로 보고 급제동하면 로라차 후방 약 13.403미터 지점에서 충돌없이 정차할 수 있었고 또한 로라차를 피행한다해도 로라차의 8.663미터 후방에서 안전하게 피행할 수 있다 할 것이므로 이번 사고의 원인은 피고 운전사가 로라차의 진입을 보고 당황한 나머지, 상황판단을 그르쳐서 급좌회전하면서 브레이크를 밟음으로 인하여 중앙분리대를 넘어 대향차선을 침범한데 있다고 할 것이니 (중략)

【문제 1】 고속도로에서 앞차와의 거리를 100m로 유지하는 이유를 다음 순서에 따라 논리적으로 정당화하여라.

(1) <제시문 1>의 그래프를 살펴보면 제동거리는 차종에 상관없이 차의 속력과 노면 상태에만 영향을 받는 것으로 나와 있다. 이와 같이 제동 거리가 차종이나 차의 하중과 상관없는 이유를 설명하여라. (배점 15점)

(2) <제시문 1>의 그래프를 보면 노면상태에 따라 차의 제동거리가 많이 달라짐을 볼 수 있다. 위의 표에서부터 노면이 마른 상태일 때, 비가 왔을 때, 눈이 왔을 때의

타이어와 노면사이의 마찰계수를 각각 추정하여라. (단, 지표면에서의 중력가속도 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 라고 한다.) (배점 15점)

(3) 맑은 날씨일 때, 고속도로를 약 110 km/h 로 주행할 경우 안전운전을 위하여 앞차와의 거리를 100 m 로 유지할 것을 권장하고 있다. 이 안전거리가 타당함을 논리적으로 설명하여라. (배점 20점)



【문제 2】 <제시문 2>는 피고 차의 오른쪽 앞에 있던 로라차가 피고 차 앞으로 꺾어 들어왔을 때, 피고 차가 왼쪽으로 꺾어 중앙분리대를 넘어가 일어난 사고에 대해서 피고 차에게 책임이 없고 로라차에게 책임이 있다는 피고의 주장에 대해서 그렇지 않음을 보여주는 판례이다. 판사는 밀줄친 부분에서 사고 당시의 상황을 수학적으로 계산하여 피고 운전사가 사고를 방지할 수 있었음을 설명하였다. 판사의 “수학적인 계산”을 추정하여라. (배점 30점)

2. 출제 의도와 문제 해설

자연계열의 논술에서는 주어진 문제를 분석하고 수학적, 과학적, 사회적 기본 원리를 논리적으로 추론하도록 유도하는 데 강조점을 두었다. 교과서에서 배운 지식에 기초하여 간단한 대상을 분석하고 그 결과를 복잡한 대상에 적용하는 과정을 검증하고, 적절한 모델링을 통해 개별 현상을 합리적으로 분석·추론하는 능력을 평가하고자 하는 것이 주된 출제 의도이다.

이러한 맥락에서 과학적 분석과 수학적 추리력을 검증하는 문항을 출제하였으며, 문항의 성격에 따라 관련된 공식이나 도표 등의 참고자료를 제시하였다. 그러므로 단순한 현상에 대한 수학적 분석을 통해 과학의 기본 원리를 이해하고, 나아가 수리적 사고를 바탕으로 주어진 상황을 포괄적으로 이해할 수 있는 통합적인 능력이 요구된다.

1) 출제 의도

이번 자연계 논술 시험 문제는 다음과 같은 능력들을 측정 하는 데에 중점을 두었다.

- 마찰력, 운동에너지와 일 사이의 관계에 대한 정확한 이해를 바탕으로 제동 거리와 속력 사이의 관계를 유추할 수 있는 능력
- 주어진 자료에 대한 분석과 이를 이용하여 마찰계수를 구하는 능력
- 운동에너지와 일 사이의 관계에 기초하여 고속도로에서 안전운전을 위하여 앞차와의

- 거리를 100m의 거리를 유지해야 하는 이유를 유추할 수 있는 능력
- 실제 교통사고에서 생긴 스킵드 마크로부터 당시 차량의 속력을 추정하고 사고 책임의 유무를 판단할 수 있는 능력

2) 평가기준 및 문제해설

[문제 1]

(1) 에너지 보존의 법칙에 의해서 자동차의 운동에너지가 마찰력이 한 일과 같아짐을 이용하여 식을 세우면 제동거리는 차의 하중과는 관계없음을 보이면 된다. 제동거리를 l 이라고 하면

$\frac{1}{2}mv^2 = \mu mgl$ 이므로 $l = \frac{v^2}{2\mu g}$ 이다. 즉, 속력이 동일할 경우 자동차의 질량이 커지면 운동에너지가 커지지만 질량에 비례하여 마찰력도 같이 커지므로 제동거리는 차의 질량에 무관하게 된다.

(2) 위의 에너지 보존 식 $\frac{1}{2}mv^2 = \mu mgl$ 로부터 마찰계수 $\mu = \frac{v^2}{2gl}$ 을 구할 수 있다. 마찰계수는 노면의 상태에 따라 달라지지만 속도에 무관하므로 표에 있는 임의의 속도와 제동거리로부터 구할 수 있다. 각각의 노면 상태에 따른 마찰계수를 구해보면 맑은 날은 0.8, 비가 오는 날은 0.45, 눈이 오는 날은 0.2이다.

(3) 위에서 제동거리 $l = \frac{v^2}{2\mu g}$ 이고 맑은 날 노면의 마찰계수가 0.8이므로, 맑은 날 시속 110 km/h (초속 약 30.6 m/s)에서의 제동거리는 약 58.5m이다. 그런데 운전자가 위험을 인지하고 제동을 시작 하는데 1초 정도의 시간이 필요하다고 보면 1초 동안 30.6 m를 더 움직였으므로 운전자가 위험을 인지한 후 완전히 멈출 때까지의 총거리는 58.5 m + 30.6 m = 89.1 m이다. 여기에 운전자가 위험을 인지하고 제동을 시작하는데 걸리는 시간이 조금 더 걸릴 수도 있으므로 안전하게 멈추기 위해서는 이보다 10 m 정도 긴 100 m 정도가 안전거리로 타당하다고 말할 수 있다.

[문제 2]

당일 노면의 마찰계수가 0.8이라고 가정하면 제동거리 $l = \frac{v^2}{2\mu g}$ 로부터 시속 75 km/h (초속 약 20.8 m/s)에서의 제동거리는 약 27.0 m이다. 운전자가 위험을 인지하고 제동을 시작 하는데 필요한 1 초 정도의 시간동안 움직인 거리 20.8 m를 고려하면 피고의 차가 완전히 멈추는 데까지는 47.8 m 정도의 거리가 필요하다. 이 거리는 로라차가 꺾어들어 왔을 때의 차간 거리인 40 m보다 길지만 피고의 차가 제동을 하는 동안 로라차가 앞으로 나간 거리도 고려해야한다. 로라차는 꺾어 들어온 후, 피고의 차가 멈출 때까지 걸리는 시간동안 속도를 그대로 유지하며 앞으로 나아갔다고 가정할

수 있다. 로라차가 진행한 거리를 계산할 때 필요한 시간은 피고의 차가 제동을 시작하는데 필요한 1초 정도와 제동 시작 후 완전히 멈출 때까지의 시간의 합이다. 40m에 이 시간동안 로라차가 나간 거리를 더한 값에서 앞에서 계산한 피고의 차가 진행한 거리 47.8m를 뺀 값이 판사가 계산한 13.403 m 정도가 될 것이다. 따라서 피고자가 급제동을 하면 충분히 사고를 방지할 수 있는 거리에 있었다고 볼 수 있다. 판결문에서의 차간 거리와 위의 과정을 따라 추정된 값이 약간 차이가 날 수 있는데, 그것은 여기 추정에서 사용한 마찰계수의 값이 실제상황에서의 노면상태에 따른 마찰계수와 차이가 날 수 있는 점, 노면에 약간의 경사가 있었던 점, 그리고 꺾어 들어오는 로라차의 주행 궤적이 직선이 아닌 점 등에 기인할 것으로 보인다.

한편, 식 $\frac{1}{2}mv^2 = \mu mgl$ 을 세우지 않고 주어진 그래프를 이용해서도 문제1의 (3)과 문제2를 대략적으로 설명하는 것이 가능하다.

<2월 10일날 논술 모의고사를 본 후 자연계 학생들이 범하는 실수>

- 첫째로 가장 중요한 실수는 학생들이 인문계 논술과 같이 말로 쓰려다가 우를 범하는 경우다.

논술이라는 것에 너무 겁때여서 수식을 사용하지 않고 논리 전개 전체를 말로 하는 경우가 있는데, 수식도 언어이다. 자연계 논술에서 수식은 매우 중요한 언어이고 문제에 따라서는 필수불가결하다는 것을 학생들이 인식해야한다.

- 둘째, 인문계 논술을 치를 때와 같이 제시문을 인용하면서 논리 전개를 하는 학생들이 있었는데, 이것은 불필요하다고 본다. 실제로 규명해야하는 것은 놓치고 인용으로 논리 전개를 끝낸 학생들은 좋은 점수를 받을 수가 없다.

- 종합적으로 생각해볼 때, 수리논술도 언어논술과 마찬가지로 수식 없이 말로 모든 것을 설명해야한다고 생각하는 학생들은 수리논술에서 좋은 점수를 받기 어렵다. 논제에서 원하는 것을 말로 설명하는 것이 불가능한 경우도 있고 말로 설명함으로써 정확한 설명이 안되는 경우도 있기 때문이다. 수식은 자연계의 언어라는 것을 인식하고 필요한 만큼 수식을 써서 관계를 설명하고 논리를 전개하는 것이 좋다. 수식을 써서 논제를 해결하도록 하는 것은 과학적 지식 검증이 가능하고 채점에 공정을 기하기에도 바람직하다. 또한 내신, 수능 지도와 동떨어지지 않아 각 학교에서 교사들이 지도하기도 용이하다.

3) 제시문 출처

(가) 고등학교 『과학』, 교학사, 53~55쪽

(나) 『법원공부』 제716호, 1983년 11월 15일자 1574페이지 (교통사고 판례)

3. 답안 예시

① 학생 A

[문제1]

(1) 차는 속력을 가지고 운동을 하고 있다. 운동을 함에 따라 가지고 있던 운동 에너지를 브레이크를 밟으며 생긴 마찰력에 의해 열에너지로 전환하는 것이다. 운동에너지 크기는

$$\text{질량} \times (\text{속력})^2 \times \frac{1}{2}$$

이며, 마찰력의 크기는

$$\text{질량} \times \text{마찰계수} \times \text{중력가속도}$$

이다. 운동에너지가 마찰력에 의해 에너지가 이동되는 것이므로 에너지 보존의 법칙에 의해 두 에너지의 크기는 같다.

$$\text{질량} \times (\text{속력})^2 \times \frac{1}{2} = \text{질량} \times \text{마찰계수} \times \text{중력가속도}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \mu \times m \times g$$

여기서 질량은 좌변과 우변에 똑같이 들어있으므로 질량으로 나눠주면

$$\frac{1}{2} v^2 = \mu g$$

라는 식을 얻게 된다. g (중력가속도)는 모든 물체에 똑같이 작용하므로

$\frac{1}{2} v^2 = \mu$ (마찰계수)라는 식을 얻게 된다. 즉, 마찰력의 크기가 제동거리에 비례하므로 제동거리는 차종이나 차의 하중과 상관없이 차의 속력과 노면상태에만 영향을 받음을 알 수 있다.

(2) 운동에너지가 마찰력으로 전환되어 제동거리가 나타난다. 이 때 위의 식에서 얻었듯이 마찰계수와 속력의 영향만 받는다. 운동에너지 → 마찰력 → 열에너지 이므로 (m 의 영향은 무시한다.)

$$\text{맑은 날} : \frac{1}{2} \times 8^2 = 4 \times 10 \times \mu$$

$$\mu = \frac{32}{40} = \frac{8}{10} = 0.8$$

이며,

$$\frac{1}{2} \times 12^2 = 9 \times 10 \times \mu$$

$$\mu = \frac{72}{90} = \frac{8}{10} = 0.8$$

이다. \therefore 맑은 날 마찰계수는 0.8 이다.

$$\text{비가올 때 : } \frac{1}{2} \times 6^2 = 4 \times 10 \times \mu$$

$$\mu = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} = 0.45$$

이며,

$$\frac{1}{2} \times 9^2 = 9 \times 10 \times \mu$$

$$\mu = \frac{81}{180} = \frac{9}{20} = 0.45$$

이다. \therefore 비가올 때 마찰계수는 0.45 이다.

$$\text{눈이올 때 : } \frac{1}{2} \times 4^2 = 4 \times 10 \times \mu$$

$$\mu = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 0.20$$

이다. \therefore 눈이올 때 마찰계수는 0.2 이다.

(3) 110 km/h의 속력을 환산하면 $\frac{110000}{3600} = \text{약 } 28 \text{ m/s}$ 임을 알 수 있다.

$$\frac{1}{2} \times 28 \times 28 = 10 \times \mu \times \text{제동거리}$$

$$14 \times 28 = 10 \times 0.8 \times \text{제동거리}$$

\therefore 제동거리는 49 m이다.

이 때 49 m에 차의 길이를 고려하고 운전자가 제동을 하기 위한 판단의 시간을 고려해 차의 길이를 넉넉잡아 10 m, 그리고 차가 멈추기 위한 거리를 고려하면 100 m유지가 안전성 확보에 적합하다.

[문제2]

피고 운전자는 시속 75 km/h의 속력을 m/s로 환산하면 $\frac{75000}{3600} = \text{약 } 20 \text{ m/s}$ 로 운전하고 있다. 이 때, 앞의 운전자가 전방 40 m에 끼어들었다. 이 경우 먼저 피고 운전자는 브레이크를 밟을 수 있다.(스커드마크 흔적을 고려 맑은 날임을

알 수 있다. → 약 $20\text{ m/s} \rightarrow 25\text{ m} \therefore$ 맑은 날이다.)

$$\frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 0.8 \times 10 \times \text{제동거리} \text{ (맑은 날이므로)}$$

약 25 m 이동 후에 멈출 수 있다. 이 경우 앞차와의 간격이 45 m 이므로 약 15 m 를 남기고 멈출 수 있다. 또한 피행할 수도 있었다.

$$\frac{1}{2} \times m \times 20 \times 20 = 200$$

을 옆으로 피하는데 폭은 약 2.5 m , 차의 폭 2 m 를 고려해도 4.5 m 를 이동한다. 이 경우에는 200 의 운동에너지가 위치에너지 + 운동에너지로 변한다. 이 때,

$$200 = 4.5 \times 10 + \frac{1}{2} \times v^2$$

$$v = \text{약 } 17\text{ m/s}$$

가 나온다. 17 m/s 로 이동하는 동안 앞차도 25 km/h , $\frac{25000}{2600} = 8\text{ m/s}$ 로 이동하므로 또 오르막 길임을 고려하여 피해갈 경우 8 m 를 남겨두고 피할 수 있다. 그러므로 피고 운전자의 성급한 판단이 아니었더라면 사고를 피할 수 있었다.

답안평가

학생 A는 에너지 보존의 법칙, 즉 운동에너지와 열에너지가 같다는 사실을 이용하여 [문제1]과 [문제2]가 요구하는 바를 제시하려고 했으나, 정확한 수식을 사용하지 않았고 또한 오차가 심한 계산값을 사용하고 있다는 점이 아쉽다. 특히 [문제1](3)의 답안에는 공주거리와 로라차의 진행등에 대한 언급이 요구된다.

② 학생 B

[문제1]

(1) 제동을 걸면 운동에너지가 일로 바뀐다. 일은 곧 마찰력×거리이다.

질량 : m , 속도 : v , 마찰계수 : μ , 중력가속도 : g , 제동거리 : s
라고 두자. 그러면

$$\frac{1}{2} mv^2 = \mu mgs$$

이다. 이 때, m 은 약분되므로

$$\frac{1}{2} v^2 = \mu gs, \therefore s = \frac{v^2}{2\mu g}$$

이다. 그러므로 제동거리는 속도와 마찰계수에 의해 달라지는데 마찰계수는 노면의 상태에 영향을 끼치므로 차종과 하중에 관계없이 속력과 노면상태에 의해 서만 영향을 받는다.

(2) 제동거리를 구하는 식은 (1)번과 같이 $s = \frac{v^2}{2\mu g}$ 이다. 이 때, $g = 10 \text{ m/s}^2$ 이므로

로 $s = \frac{v^2}{20\mu}$ 이다. (단, s 단위 = m , v 단위 = m/s)

i) 맑은 날 : $v = 8$ 일 때 $s = 4$ 이다.

$$4 = \frac{8^2}{20 \cdot \mu}$$

$\therefore \mu = \frac{4}{5}$, 맑은 날의 마찰계수는 $\frac{4}{5}$ 이다.

ii) 비오는 날 : $v = 6$ 일 때 $s = 4$ 이다.

$$4 = \frac{6^2}{20 \cdot \mu}$$

$\therefore \mu = \frac{9}{20}$, 맑은 날의 마찰계수는 $\frac{9}{20}$ 이다.

iii) 눈오는 날 : $v = 4$ 일 때 $s = 4$ 이다.

$$4 = \frac{4^2}{20 \cdot \mu}$$

$\therefore \mu = \frac{1}{5}$, 맑은 날의 마찰계수는 $\frac{1}{5}$ 이다.

(3) 단위를 맞추기 위해서 110 km/h 을 $\frac{110000}{3600} = \frac{275}{9} \text{ m/s}$ 로 바꾼다.

$s = \frac{v^2}{20\mu}$ 에 따라 맑은 날 μ 의 값인 $\frac{4}{5}$ 를 대입하고 v 에 $\frac{275}{9}$ 를 대입하면

$$s = \frac{\left(\frac{275}{9}\right)^2}{16} \quad \text{혹은} \quad s = \frac{74625}{81 \times 16} = \frac{24675}{432} = 57.1\dots$$

이다. 따라서 맑은 날에 약 110 km/h 로 주행할 때 제동거리는 57.1 m 이므로 안전거리 100 m 는 적당하다.

[문제2]

피고차의 속도는 $\frac{75000}{3600}$ 으로 $\frac{125}{6} \text{ m/s}$ 이다. 먼저 피고차의 주행거리를 구하면

$$s = \frac{\left(\frac{125}{6}\right)^2}{20\mu} = \frac{3125}{144\mu}$$

이다. 이 때 피고차는 활주흔이 $19m$ 이므로 $19 = \frac{3125}{144\mu}$ 이다. 그러면 대략

$\mu = \frac{9}{20}$ 가 나온다. 그러므로 이 날은 비가오는 날이다. 로라차의 속도는

$\frac{25000}{3600} = \frac{125}{18} m/s$ 이다. 그리고 제동시간을 1초라 가정하면 로라차는

$2.4\sqrt{3}m$ 를 더 앞으로 가고 피고차는 $21m$ 를 앞으로 가므로 두 차의 거리는 $\approx 19m$ 가 된다.

답안평가 학생 B는 에너지 보존의 법칙, 즉 운동에너지와 열에너지가 같다는 정확한 수식 및 정확한 계산값을 사용하여 [문제1](1), (2)가 요구하는 바를 정확히 제시하였다. [문제1](3)에서 단지 제동거리가 안전거리 100m 보다 작다는 사실만으로 안전거리 100m의 타당성을 주장하고 있는 점은 아쉽다. 즉, 공주거리의 언급이 있어야 한다. [문제2]에서는 <제시문 2>에서 주어진 스키드 마크를 사용하여 마찰계수를 계산하여 기후적인 여건을 고려하는 것은 좋았으나 계산이 잘못되어 비오는 날로 추정된 점이 조금은 아쉬웠다.

③ 학생 C

[문제1]

(1) 스키드 마크는 자동차가 급정지를 할 때 자동차의 타이어와 노면 사이에 마찰력에 의해 열이 생기면서 나타나는 흔적이다. 이 때 발생하는 열은 운동에너지가 마찰력이 한 일로 변환된 것이다. 따라서 자동차의 운동에너지

$$\frac{1}{2} m v^2 \quad (m : \text{자동차의 하중}, v : \text{속도})$$

는 마찰력이 한 일

$$F \cdot S = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \quad (\mu : \text{마찰계수}, g : \text{중력가속도}, s : \text{제동거리})$$

와 같기 때문에

$$\frac{1}{2} m v^2 = \mu \cdot m g \cdot s$$

이다. 양변의 m 을 소거하면 $\frac{1}{2} v^2 = \mu \cdot g \cdot s$ 이기 때문에 제동거리 s 에 관한 식은

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

이다. 따라서 제동거리 s 와 자동차의 하중은 상관이 없다.

(2) <제시문 1>의 그래프에서 맑은 날, 비오는 날, 눈오는 날의 속도가 각각 $8m, 6m, 4m$ 이고 제동거리가 $4m$ 인 자료를 이용하고, 위 (1)번의 식

$\frac{1}{2} v^2 = \mu \cdot g \cdot s$ 를 변형한 $\mu = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s}$ (단, $g = 10m/s$) 를 이용하여 식을 구성하면

$$\text{맑은 날 : } \mu = \frac{64}{2 \cdot 10 \cdot 4} = 0.80$$

$$\text{비오는 날 : } \mu = \frac{36}{2 \cdot 10 \cdot 4} = 0.45$$

$$\text{눈오는 날 : } \mu = \frac{16}{2 \cdot 10 \cdot 4} = 0.20$$

이므로 각각의 마찰계수는 $0.80, 0.45, 0.20$ 일 것이다.

(3) 맑은 날씨일 경우 마찰계수는 (2)에서 구한 0.80 이고 시속 약 $110 km/h$

는 초속 약 $30 m/s$ 이다. 따라서 제동거리 $s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$ 에서

$$s = \frac{30^2}{2 \cdot 10 \cdot 0.80} = \frac{900}{16} \approx 56.25 m$$

이다. 따라서 거리를 $100m$ 로 유지할 때, 앞차가 정지한 이후에 급정거를 하면

$$\frac{100 \cdot 56.25}{30} = \frac{44.75}{30} \approx 1.49 \text{ 초}$$

뒤에 정지해도 안전하다. 따라서 안전거리 $100m$ 는 타당하다.

[문제2]

주어진 차로 시속 $75 km/h$ 를 약 초속 $21 m/s$ 로 변형하고, 날씨는 주어지지 않았으므로 모두 계산한다.

$$\text{맑은 날 : } s = \frac{21^2}{2 \cdot 10 \cdot 0.80} = \frac{441}{16} \approx 27.56 m$$

$$\text{비오는 날 : } s = \frac{21^2}{2 \cdot 10 \cdot 0.45} = \frac{441}{9} \approx 49 m$$

$$\text{눈오는 날 : } s = \frac{21^2}{2 \cdot 10 \cdot 0.20} = \frac{441}{4} \approx 110.25 m$$

그런데 $40m$ 떨어진 거리에서 급제동 했다고 하였으니 남은 거리는 각각

$$13.44m, -9m, -70.25m$$

이다. 따라서, 비와 눈이 오는 날은 충돌했을 것이므로 그날의 날씨는 맑은 날 이고 판사의 수학적 계산은 위와 같다고 할 수 있다.

답안평가 학생 C는 에너지 보존의 법칙, 즉 운동에너지와 열에너지가 같다는 정확한 수식 및 정확한 계산값을 사용하여 [문제1](1), (2)가 요구하는 바를 정확히 제시하였다. [문제1](3)에서 공주거리의 언급이 필요하다. [문제2]에서는 <제시문 2>에서 주어진 스키드 마크로부터 마찰계수를 계산하여 기후적인 여건을 고려한 점은 좋았다. 제동하는 동안 로라차가 앞으로 진행한 거리 등을 고려하기 바란다.

④ 학생 D

[문제1]

(1) 차가 제동을 걸며 $v = 0$ 이 될 때까지 주행한 거리를 제동거리라고 하는데 차가 $v = 0$ 상태로 감속하는 과정에서 운동에너지는 열에너지 즉, 마찰력이 한 일로 모두 변환된다.

운동에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$ 이고 마찰력이 한 일은 μmg (마찰력) $\times S$ (제동거리) 이므로

$$\frac{1}{2}mv^2 = \mu mg \cdot S \quad \text{--- ①}$$

의 등식이 성립한다. ① 식을 정리하면

$$S \text{ (제동거리)} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\mu mg} = \frac{v^2}{2\mu g} \quad \text{--- ②}$$

이다. ② 식에서 알 수 있듯이 제동거리는 차의 속도(v)와 노면의 상태(μ)에 의해서만 영향을 받고 차종이나 차의 하중과는 무관하다.

(2) 위의 (1)번 문제에서 유도한 ① 식을 정리하면

$$\mu = \frac{v^2}{2gS} = \frac{v^2}{20S} \quad (\because g = 10m/s^2) \quad \text{--- ③}$$

이다. 맑은 날의 마찰계수를 μ_1 , 비가 오는 날의 마찰계수를 μ_2 , 눈이 오는 날의 마찰계수를 μ_3 라 하자. <제시문 1>의 그래프를 보면 제동거리가 25m일 때 속력이 맑은 날은 20m/s, 비가 오는 날은 15m/s, 눈이 오는 날은 10m/s 이다. ③ 식을 이용하면

$$\mu_1 = \frac{20^2}{20 \times 25} = \frac{400}{500} = 0.8$$

$$\mu_2 = \frac{15^2}{20 \times 25} = \frac{225}{500} = 0.45$$

$$\mu_3 = \frac{10^2}{20 \times 25} = \frac{100}{500} = 0.2$$

임을 알 수 있다.

(3) 앞차와의 거리를 $100m$ 로 유지할 것을 권장한다는 것은 제동거리 $(S) \leq 100m$ 라는 것이다. ② 식에

$$g = 10m/s^2 \text{와 맑은 날씨의 마찰계수}(\mu_1) = 0.8, \text{주행속도} \\ (v) = 110km/h \approx 31m/s$$

을 대입하면 $S \approx 60m$ 이다. 제동거리(S) $60m$ 와 변수로 작용하는 여러 가지 상황적 요인을 고려하면 안전거리 $100m$ 는 충돌을 예방하기 위해 적합한 거리이다.

[문제 2]

피고 운전사가 로라차의 진입을 보고 제동을 걸었을 때 피고차와 로라차의 거리는 약 $40m$ 였다. 피고차의 속도는 약 $75km/h = 21m/s$ 였고 특별한 기후적인 요인은 없었다. 이 같은 자료와 [문제 1]의 ②식을 이용하여 제동거리(S)를 구하면 $S = \frac{441}{16} \approx 28m$ 임을 알 수 있다. 그러므로 제동 후 로라차와의 거리가 약 $40 - 28 = 12m$ 라는 계산이 성립한다. 그 외에 3%의 오르막 길 이라는 제동에 유리한 조건을 고려한다면 제동 후 $13.403m$ 라는 로라차와의 거리는 올바른 계산이다.

답안평가 학생 D는 에너지 보존의 법칙, 즉 운동에너지와 열에너지가 같다는 정확한 수식 및 정확한 계산값을 사용하여 [문제 1](1)(2)가 요구하는 바를 정확히 제시하였다. [문제1](3)에서 단지 제동거리가 안전거리 $100m$ 보다 작다는 사실만으로 안전거리 $100m$ 는 충돌을 예방하기 위해 적합하다는 것은 답안으로 충분하지 않다. 제동시간과 그 시간동안 차가 주행한 거리를 고려하지 않았다. [문제 2]에서 피고의 차가 멈추는 동안 로라차가 나간 거리는 전혀 고려하지 않고 판사의 주장이 옳다고 한 점이 아쉽다.

⑤ 학생 E

[문제 1]

(f : 마찰력(N), μ : 마찰계수, v : 속도(m/s), E : 에너지(J), S : 제동거리(m))

(1) 달리던 자동차는 브레이크를 밟는 순간 정지하는 것이 아니라 브레이크를 밟기 전 가지고 있던 운동에너지가 모두 없어졌을 때 속도가 0이 되어 멈추게 된다. 이때의 이 운동에너지는 마찰력에 의한 열에너지로 전환된다. 브레이크를 밟기 전 자동차의 운동에너지는

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

으로 나타낼 수 있다. 브레이크를 밟은 후 마찰력은

$$f = \mu \cdot m \cdot g$$

이며 마찰력이 한 일은

$$w = f \cdot S$$

로 나타낼 수 있다. 운동에너지가 곧 마찰력에 의한 열에너지로 전환되므로 이를 식으로 써보면

$$\frac{1}{2}mv^2 = f \cdot S = \mu \cdot m \cdot g \cdot S$$

로 나타낼 수 있다. 이 때 m 은 질량으로 0이 아니므로 약분하여 나타내면

$$\frac{1}{2}v^2 = \mu \cdot g \cdot S$$

로 나타낼 수 있다. 그러므로 제동거리(s)는 차종이나 차의 하중과 관련이 없다.

(2) $\frac{1}{2}v^2 = \mu \cdot g \cdot S$ 를 이용하여 마찰계수를 구해보면

$$\mu = \frac{1}{2g \cdot S}v^2$$

으로 나타낼 수 있다. 여기에서 중력가속도는 항상 $10m/s$ 이므로 $\mu = \frac{1}{20S}v^2$

이다. 이를 이용해 타이어와 노면사이의 마찰계수를 측정해 보면

① 노면이 마른 상태일 때 $\mu = 0.8$

② 비가 왔을 때 $\mu = 0.45$

③ 눈이 왔을 때 $\mu = 0.2$

(3) 제동거리를 구하기 위한 식을 세워보면 $S = \frac{1}{20\mu}v^2$ 이다. 또한 맑은 날씨일

경우 노면과 타이어 사이의 마찰계수는 0.8이므로 $S = \frac{1}{16}v^2$ 이다. v 를 구해보면

$$\frac{110000}{3600}m/s = \frac{1100}{36}m/s \approx 30m/s.$$

이때의 제동거리는 $S = \frac{1}{16} \times \frac{1100}{36} \times \frac{1100}{36} = \frac{76625}{1296} \approx 59m$ 이다.

사람이 앞의 차를 보고 브레이크를 밟는 데까지 걸리는 시간을 1초로 잡았을 때 이동한 거리는 약 $30m$ 가 된다. 그리고 브레이크를 밟고 나서 멈추는 데까지의 제동거리는 약 $59m$. 그러므로 고속도로에서는 앞차와의 간격을 $100m$ 로 유

지하는 것이 가장 합리적이다.

[문제 2]

피고 운전사의 자동차가 제동 시 이동거리는

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 = \mu \cdot g \cdot S$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{125}{6} \cdot \frac{125}{6} = 0.8 \cdot 10 \cdot S$$

$$\therefore S = \frac{15625}{576} \approx 27$$

답안평가 학생 E는 에너지 보존의 법칙, 즉 운동에너지와 열에너지가 같다는 정확한 수식 및 정확한 계산값을 사용하여 [문제 1](1)(2)(3)이 요구하는 바를 정확히 제시하였다. [문제 2]에서 마찰계수를 0.8로 사용한 이유가 없으며 판사가 어떻게 수학적 계산을 이끌어냈는지를 보여주기 바란다.