

아래의 문제들은 우리대학이 학생들을 선발하기 위한 것입니다. 우리대학의 사전 허락없이 상업적으로 사용하는 것을 금합니다.

## 2009학년도 대학 신입학생 특기자전형 자연계열 면접 및 구술고사

<서울대학교 입학관리본부 : 2008. 12. 1>

### 수 학

[문제 1] 계수가 정수인 다항식을 정수다항식이라 하자. 두 정수다항식  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 주어졌을 때,  $g(x) = f(x)q(x)$ 인 정수다항식  $q(x)$ 가 존재하면  $g(x)$ 는  $f(x)$ 로 나누어 진다고 말한다.  $a$ 는 고정된 정수이다. 양의 정수  $k$ 가 주어졌을 때 정수다항식  $P_k$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$P_k(x) = x^{k-1} + ax^{k-2} + \dots + a^{k-2}x + a^{k-1}$$

이 때 다음 물음에 답하라.

1-1. 양의 정수  $m, k$ 가 주어졌을 때 다항식  $x^m - a^m$ 은 다항식  $x^{mk} - a^{mk}$ 의 약수임을 보여라.

1-2. 두 정수  $m, n(m < n)$ 이 주어졌을 때 최고차항의 계수가 1이고  $g(0) \neq 0$ 인 정수다항식  $g(x)$ 가  $P_m(x)$ 와  $P_n(x)$ 를 나누면  $g(x)$ 는  $P_{n-m}(x)$ 를 나눔을 보여라.

1-3. 두 정수다항식이 주어졌을 때 이들을 모두 나누는 1차 이상의 다항식이 없을 때, 이들을 서로소라 한다.  $P_6(x)$ 와  $P_{11}(x)$ 는 서로소임을 보여라.

1-4.  $x^{20} - 16$ 과  $x^{25} + 32$ 을 모두 나누는 최대차수 정수다항식을 구하라.

[문제 2]

2-1.  $2 \times 2$  행렬인  $A, B, X$ 에 대하여  $AX=B$ 인 방정식이 유일한 해를 가질 조건을 제시하라.

2-2. 임의의 실수  $a \neq 0, b, c$ 에 대하여  $aX^2+bX+cE=0$ 인 행렬 방정식이 적어도 2개의 실행렬의 해가 존재함을 보여라.

(단, 중근도 두 개로 생각하고 실행렬은 그 원소가 실수인 행렬을 의미한다.)

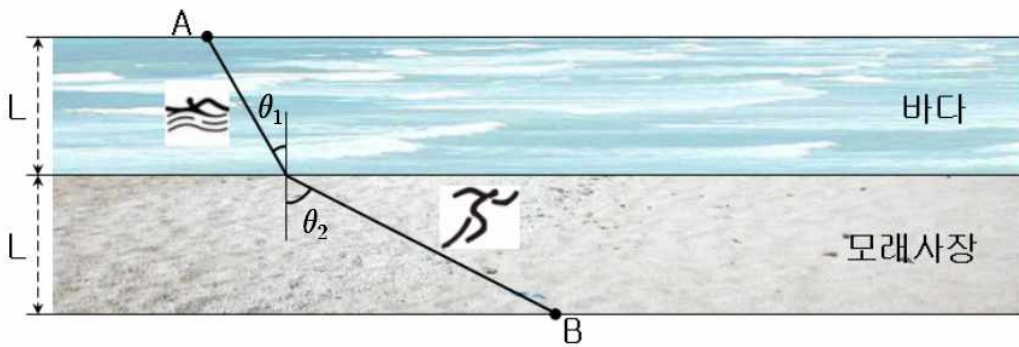
(힌트:  $J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $J^2 = -E$ )

2-3.  $X^2+2X+2E=0$ 을 만족하는 실행렬  $X$ 를 모두 구하라.

# 물 리

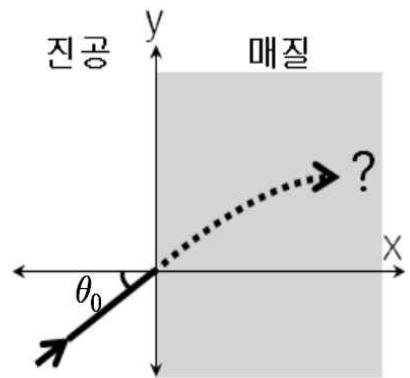
## [문제 1]

- 1-1. 바다에서 수영속도  $v_1$ 이고, 모래사장에서 달리기속도  $v_2$ 인 사람이 A에서 출발하여 B에 도착하고자 한다. 이 때 바다에서의 경로가 해안선과 수직인 직선과 이루는 각을 입사각  $\theta_1$ , 모래사장에서의 경로가 해안선과 수직인 직선과 이루는 각을 굴절각  $\theta_2$ 라고 하자. 이 사람이 A에서 B까지 최단 시간 내에 도착할 수 있는 경로의  $\theta_2$ 를  $\theta_1$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ 를 이용하여 나타내라.



- 1-2. 굴절률  $n_i$ 인 물질로 입사할 때 빛의 속도는  $v_i = \frac{c}{n_i}$ 로 주어진다( $c$ 는 진공에서의 빛의 속도). 따라서 문제 1-1의 결과는

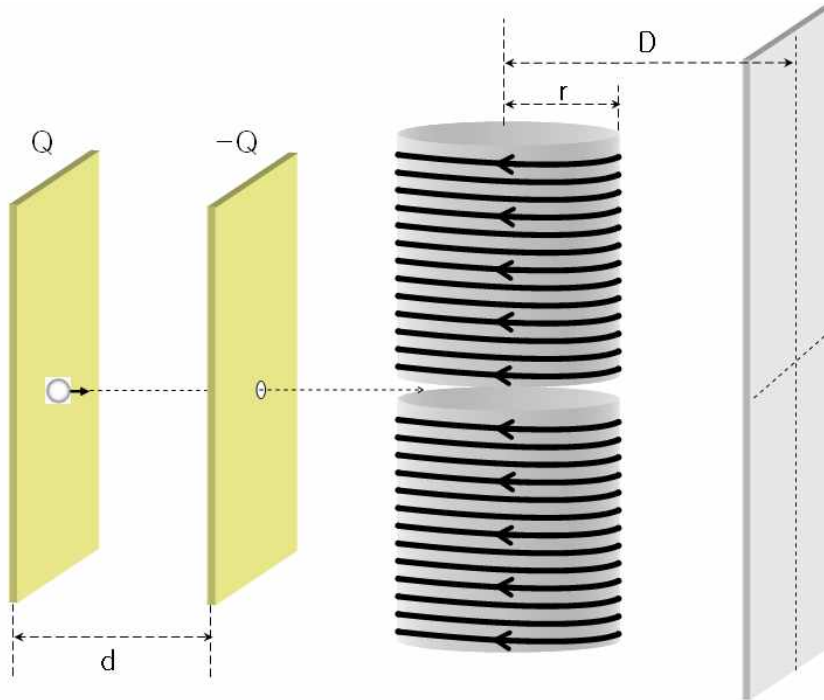
빛에 대한 스넬의 법칙과 같다. 그림과 같이 빛이 연속적인 굴절률  $n(x) = 1 + ax$  (단  $ax \ll 1$ )를 가지는 매질을 통과할 때( $(0, 0)$ 에서의 초기 입사각  $\theta_0$ ), 빛의 굴절 경로를 근사하는 2차 곡선의 식을 구하라. 필요한 경우 일차항 근사  $(1+x)^n \approx 1+nx$  ( $x \ll 1$ 일 때)를 이용하라.



- 1-3. 공기의 굴절률은 등온을 가정할 때  $n(h) = 1 + ae^{-\frac{h}{b}}$  ( $a = 3.0 \times 10^{-4}$ ,  $b = 7.5 \text{ km}$ ,  $h$ 는 지표면으로부터의 거리)로 주어진다. 대기권( $h \gg b$ )에서  $80^\circ$ 의 입사각으로 입사한 빛이 지표면에 도달했을 때 굴절된 각도를 유효숫자 한자리까지 구하라( $\cos 80^\circ \approx 0.2$ ,  $\sin 80^\circ \approx 1.0$ 을 이용하시오).

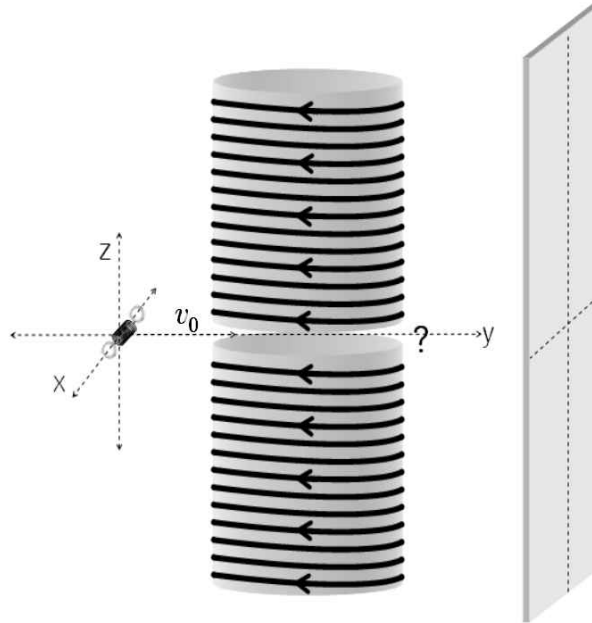
[ 참고 ] 각도가 매우 작을 경우,  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$ 의 근사를 사용할 수 있다. 또한 문제 1-2의 일차항 전개도 사용할 수 있다.

[문제 2] 다음 그림과 같은 모양으로 축전기, 솔레노이드와 검출기판(스크린)이 놓여 있다. 질량  $m$ , 전하  $q$ 인 크기를 무시할 수 있는 구슬을 축전기 안에 놓았다. 대전 구슬의 초기속도는 0이고, 축전기의 왼쪽 판 가까이 놓여 있다. 축전 용량이  $C$  인 축전기가 각각의 판에 총 전하  $Q, -Q$ 를 담고 있다. 솔레노이드에는 전류  $I$ 가 흐르고 있으며 위, 아래의 솔레노이드는 각각 길이  $L$ , 총 감긴 횟수  $N$ 이다. 축전기 판 사이의 거리는  $d$ 이며, 솔레노이드의 반경은  $r$ , 스크린은 솔레노이드의 중심으로부터  $D$ 만큼 떨어져 있다.



- 2-1. 전하  $q$ 의 구슬이 축전기를 통과하는 동안 축전기가 대전 구슬에 한 일은? 축전기를 통과한 후 대전 구슬의 속도는?
- 2-2. 이 대전 구슬은 솔레노이드를 통과하여 원래 진행방향으로부터  $x$ 만큼 벗어나 검출기판에 도달하게 된다. 이 때 벗어난 거리  $s$ 를 구하라.
- 2-3. 이제  $q, -q$ 의 전하를 띤 대전 구슬 두 개를 용수철 상수  $K_0$ , 길이  $w_0$ 인 절연체를 통해 연결한다. 대전 구슬 각각의 질량은  $m$ 이고, 용수철의 질량은 무시할 수 있을 만큼 작다. 쿨롱 힘을 고려할 때 새로운 용수철 상수  $K$ 와 평형일 때의 길이  $w$ 를 구하라(길이 변화는 원래 용수철의 길이  $w_0$ 에 비해 매우 작다. 문제 1-2에서 사용한 일차항 근사를 사용할 수 있다).

2-4. 이제 두 대전 구슬은 새로운 평형점을 중심으로 용수철 상수  $K$ , 길이  $w$ 의 진동체라고 생각하자. 이 진동체는 진동운동을 하는 상태로 질량 중심이  $y$  방향으로의 초기속도  $v_0$ 를 가지고 솔레노이드를 통과한다(용수철은  $xy$ 평면 상에 놓여져 있고  $x$ 축 방향으로 진동하고 있다). 솔레노이드 안에서 두 개의 구슬이 진동을 멈추기 위한 초기 진동 조건을 구하라(단, 자기장의 세기는 솔레노이드 밖에서는 무시할 수 있고 솔레노이드 내부에서는 균일한 값을 가진다). 이 진동체는 스크린의 어디에 도달하는가?



# 화 학

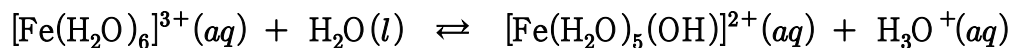
[문제 1] 용해 및 산염기 반응에 관한 다음 물음에 답하라.

1-1. 온도가 증가하면 기체의 용해도는 감소하고 대부분 고체의 용해도는 증가한다. 그 이유를 설명하라.

1-2. 0.30 M의  $\text{AgNO}_3(aq)$  용액 0.25 L와 0.20 M의  $\text{FeCl}_3(aq)$  용액 0.25 L를 혼합하였다. 혼합 후 용액 속에 존재하는  $\text{Ag}^+(aq)$ 의 농도는 얼마인가?  $\text{AgCl}(s)$ 의 용해도곱 상수 ( $K_{sp}$ )는  $1.6 \times 10^{-10}$ 이다.

1-3. 문제 1-2의 혼합 용액 속에 존재하는  $\text{H}_3\text{O}^+(aq)$ 의 농도는 얼마인가?

$\text{Fe}^{3+}(aq)$ 는  $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}(aq)$ 를 뜻하고,



위 반응의 평형상수 ( $K_a$ )는  $1.0 \times 10^{-2}$ 이고,  $\sqrt{41} \approx 6.4$ 이다.

[문제 2] 나노 입자 (nanoparticle)에서는 매우 작은 크기 안에 원자들이 결정 구조를 이루면서 규칙적으로 배열되어 있다. 0.34 g의  $\text{HAuCl}_4$ 를 물 0.010 L에 녹인 후 환원 반응을 통하여 균일한 조성을 갖는 반지름 1.0 nm ( $10^{-9}$  m)의 나노 구 (nanosphere) 형태를 갖는 인공 분자  $\text{Au}_n$ 들을 합성하였다(단, 1 mol Au = 197 g, 1 mol  $\text{HAuCl}_4$  = 340 g, 1  $\text{cm}^3$  Au = 19 g, 아보가드로 상수 =  $6.0 \times 10^{23}$   $\text{mol}^{-1}$ ,  $\pi = 3.0$ 이다).

2-1. 일반적인 화학 결합의 종류를 말하고, 이 중  $\text{Au}_n$  안의 금 원자들 사이에 존재하는 화학 결합에 대하여 가능하면 자세하게 설명하라.

2-2. 인공 분자  $\text{Au}_n$  내의 Au 원자의 수  $n$ 을 구하시오.

2-3.  $\text{Au}_n$  분자의 전체 원자 수 중 표면 원자 수의 비율 (surface-to-volume ratio, SVR)을 구하라. 표면 원자는  $\text{Au}_n$ 의 중심으로부터 거리  $r-d$ 와  $r$  사이에 위치하는 원자로 정의한다. 여기서  $r$ 은  $\text{Au}_n$ 의 반지름,  $d$ 는 금 원자의 지름이다 ( $d = 0.28$  nm). 또한, 만일 위 용액에서 사용된 금 원자들이 하나의 구형 결정을 이루었다면 SVR은 얼마인가?  $\sqrt[3]{2.6} \approx 1.4$ 이고,  $|x| \ll 1$ 일 때  $(1-x)^n \approx 1-nx$ 이라 하자.

# 생 물

[문제 1] 대학원생 철수는 돼지의 췌장세포에 존재하는 RNA 분해효소인 리보뉴클리아제를 재조합 DNA 기법을 이용하여 대장균에서 대량생산하고자 한다. 이를 위해 철수는 췌장세포의 mRNA로부터 리보뉴클리아제의 유전자를 만들었고, 이 유전자를 함유한 재조합 플라스미드 DNA를 만들고 이 DNA를 대장균에 도입하여 리보뉴클리아제를 생산하였다.

1-1. 다음은 이 실험에 사용된 리보뉴클리아제 유전자 DNA 중간부분의 염기서열이다. 이 DNA 부분으로부터 전사, 번역되어 만들어지는 폴리펩티드의 아미노산 서열을 말하시오(아래 코돈표 참조).

**5' - CAGTGAACACCTTTAAGCACG - 3'**

첫째 염기 ↓	둘째 염기				셋째 염기 ↓
	U	C	A	G	
U	페닐알라닌	세린	티로신	시스테인	U
	페닐알라닌	세린	티로신	시스테인	C
	류신	세린	정지코돈	정지코돈	A
	류신	세린	정지코돈	트립토판	G
C	류신	프롤린	히스티딘	아르기닌	U
	류신	프롤린	히스티딘	아르기닌	C
	류신	프롤린	글루타민	아르기닌	A
	류신	프롤린	글루타민	아르기닌	G
A	이소류신	트레오닌	아스파라긴	세린	U
	이소류신	트레오닌	아스파라긴	세린	C
	이소류신	트레오닌	리신	아르기닌	A
	메티오닌	트레오닌	리신	아르기닌	G
G	발린	알라닌	아스파르트산	글리신	U
	발린	알라닌	아스파르트산	글리신	C
	발린	알라닌	글루탐산	글리신	A
	발린	알라닌	글루탐산	글리신	G

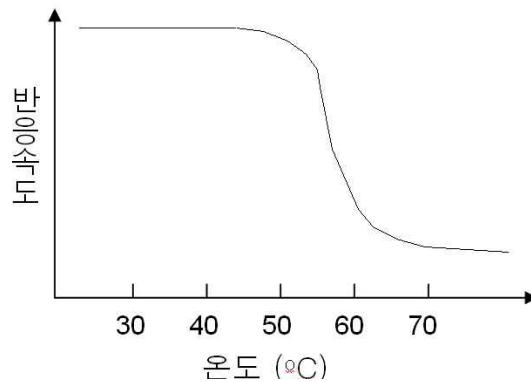
1-2. 만약 이 플라스미드 DNA를 받은 대장균이 자라지 않았다면, 그 이유가 무엇인지 설명하시오.



1-3. 유전자 재조합 과정에서 문제 1-1 의 염기서열 중 밑줄 표시한 아데닌이 티민으로 바뀌는 돌연변이(A→T)가 생겼다고 가정하자. 이 돌연변이가 리보뉴클리아제의 기능에 미칠 수 있는 영향을 설명하시오.



1-4. 철수는 대장균에서 정상적인 리보뉴클리아제를 성공적으로 생산한 후 분리 정제하였다. 정제된 리보뉴클리아제를 적정한 수용액에 녹여서 온도변화에 따른 효소의 활성을 측정하여 아래 그래프와 같은 결과를 얻었다. 일반적으로 최적온도를 지나 온도가 증가함에 따라 효소의 반응속도가 감소하는 이유를 설명하시오.



1-5. 철수는 위 실험에서 가열 처리로 인해 활성을 잃은 리보뉴클리아제를 상온에 방치하였다. 단, 방치 중에 어떠한 시료의 첨가나 다른 조건의 변화는 없었다고 가정하자. 일정 시간이 지난 후 상온으로 온도가 떨어진 리보뉴클리아제를 대상으로 다시 반응속도를 측정한 결과 효소의 활성이 가열 전 상태로 회복된 사실을 관찰하였다. 이 관찰로부터 유추할 수 있는 사실은 무엇인가?

[문제 2] 우리가 사는 북반구의 야생상태에서 토끼풀은 낮이 길어지는 여름에, 국화는 낮이 짧아지는 가을에 꽃을 피운다. 이와 같이 광주기에 따른 꽃피기와 관련하여 토끼풀은 장일식물, 국화는 단일식물이라고 부르고 있다.

2-1. 집에서 국화를 재배하는 고등학생 은선이가 국화의 꽃눈이 생길 때쯤 어느 날 밤에 집나간 고양이를 찾느라 손전등을 켜고 국화밭을 샅샅이 뒤졌다. 그 일이 있고나서 정상적으로 피야할 국화꽃이 거의 피지 않았다. 국화꽃이 피지 않은 이유를 설명하고, 이와 관련하여 국화를 ‘단일식물’이라고 부르는 것이 적절한지 답하시오.

2-2. 은선이는 대학의 생명과학부에 입학하고 다시 대학원에서 식물의 꽃피기에 대한 연구과제를 수행하면서 꽃피는 시기 한 밤 중에 여러 파장 중 빨간색 빛만을 잠시 쏘여도 국화의 꽃피기를 억제하는 효과가 있다는 것을 알게 되었다. 또한 적색광을 쏘인 바로 뒤에 근적외광을 쏘이면 적색광에 의한 꽃피기 억제 효과가 사라지는 것도 알게 되었다.

2-2-1. 이 반응과 관련된 적색광과 근적외광은 동일한 색소 단백질 ‘P’에 의해 인지된다. 시험관 내에서(즉, 생체 밖에서)도 이 단백질이 정상적으로 기능한다고 가정하고 수많은 종류의 단백질이 혼재해 있는 식물세포로부터 P를(순수분리하여) 확인하는 실험원리를 제시하시오.

(참고: P는 수용성 단백질로서 식물을 분쇄한 뒤 원심분리를 한 상층액에서 얻는다. 이 상층액에는 P를 포함한 수천가지의 서로 다른 단백질들이 존재하며 이들은 여러 가지 크로마토그래피 방법을 이용하여 거의 동일한 단백질이 포함된 각 분획들로 분리할 수 있다. 이렇게 정제된 단백질 분획들로부터 어떤 분획에 단백질 P가 들어 있는지를 알아낼 방법을 구상하시오.)

2-2-2. 은선이는 돌연변이를 유도하는 방사선을 쏘여 계절에 관계없이 심은 지 일정기간이 지나면 꽃을 피우는 국화 변종을 얻었다. 그리고 이 꽃피우기 변이는 mRNA 전사에 관여하는 하나의 조절단백질 유전자에 돌연변이가 생겨서 일어난 것을 알게 되었다. 은선이는 국화의 광주기에 대한 반응은 유전자들의 작용 결과라고 생각하고, 이 돌연변이 국화를 이용하여 국화 ‘전체 유전자들(유전체 또는 게놈)’로부터 광주기 반응과 관련된 유전자들을 찾아내는 실험을 구상하였다. 이를 위해 은선이가 선택할 수 있는 실험은 무엇인지 그 과정을 설명하시오(단, 국화의 전체 유전체 서열을 알고 있고, 앞선 모델 생물 수준의 유전체 연구 도구들이 국화에 대해서도 모두 개발되어 있다고 전제한다).

# 지구과학

## [문제 1]

1-1. 2005년 3월 20일에 일본의 남서부에 있는 후쿠오카에서 큰 지진이 발생하였다. 당시 남한의 전 지역에서 많은 사람들이 지진에 의한 진동을 느꼈다. 지진발생 직후 매스컴에서 발표한 내용을 누군가 구두로 전달하면서 “이번 지진의 진도가 6.7이었다”라고 하였다. 이 말은 논리적으로 맞는지를 설명하라.

1-2. 이 지진은 지각 내 약 10km의 얇은 깊이에서 일어났다. 이런 천발지진은 표면파를 잘 발생시켜서 진폭이 큰 저주파 지반진동을 일으킨다. 그리하여 이 지진은 남한의 전 지역에서 감지되었다. 파의 에너지는 파면의 면적에 반비례함을 이용해서 표면파와 실체파(P파와 S파)의 진폭이 각각 거리에 따라 어떻게 변하는지를 답하라(단, 파의 에너지는 진폭의 제곱에 비례). 이를 이용하여 표면파의 진폭이 P파 또는 S파의 진폭보다 더 클 수 있음을 설명하라.

1-3. 북한의 청진과 두만강 하구를 둘러싼 넓은 지역의 지하 500 km 정도 되는 깊은 곳에서는 지진이 종종 발생한다. 지각과 맨틀 물질은 온도와 압력이 높으면, 연성(늘어나는 성질)이 커져 지진을 발생시키지 않는다고 알려져 있는데 500km 정도의 깊은 곳에서는 평균적으로 섭씨 약 1200도가 될 정도로 온도가 충분히 높아 연성이 커질 것으로 보인다. 그런데도 불구하고, 이러한 깊이에서 큰 지진이 발생할 수 있는 이유가 무엇인가?

1-4. 지구 내부가 맨틀, 외핵, 그리고 내핵으로 구성된 층상구조로 이루어져 있음을 고려하여, 지구 내부 온도 및 용융 온도의 깊이에 따른 변화를 비교해보자(용융 온도란 고체가 액체로 되는데 필요한 최소한의 온도이다).

1-4-1. 핵의 온도 변화 특징을 맨틀과 비교하여 설명하고, 이런 온도 구조를 갖는 이유가 무엇인지 설명하라.

1-4-2. 핵의 용융 온도 변화의 특징을 실제 내부 온도변화 및 압력상태와 비교하여 설명하고, 이런 특징을 갖는 이유를 설명하라.

[문제 2] 조디 포스터가 주연으로 나온 Contact라는 영화에는 주인공이 직녀성 주변 행성을 방문하여 고등 생명체와 조우하는 장면이 나온다. 만일 직녀성 주변에 정말 행성이 있다면, 이 행성에 고등생명체가 살 수 있는 지 생각해 보자.

(1 천문단위(AU)는 태양 반경의 200배, 태양 유효 온도는 절대온도 6000 K로 가정하라. 참고로 태양 복사에너지는 주로 500 nm에 집중되어 있다.)

2-1. 직녀성의 유효온도는 약 10000 K이고, 광도는 태양 광도의 50배, 거리는 26 광년(8 pc)이다. 주계열에 속한 별들의 광도는 대략적으로 질량의 4 제곱에 비례한다고 알려져 있다. 직녀성의 반경, 질량, 주계열 수명은 각각 태양의 몇 배인가? (반경과 질량은 유효 숫자 두 자리로, 수명은 유효 숫자 한 자리로 계산하라.)

2-2. 행성의 반경을  $R_p$ , 모성인 항성의 반경과 유효 온도를 각각  $R_\star$ ,  $T_\star$ 라고 하자. 대기와 자전에 의한 순환 등으로 행성 표면의 모든 지점은 온도가 같으며, 행성에 입사된 복사 에너지는 모두 지표면에 의해 흡수되고, 지표면이 방출하는 복사에너지는 모두 행성 밖으로 나간다고 가정하자(단, 에너지 전달은 복사만으로 이루어진다고 가정하자). 표면 온도  $T_p$ 를 갖는 행성이 모성으로부터 떨어진 거리  $d$  를 결정하는 식을 구하라.

2-3. 지구상에서 알려진 생명체 중에는 극한적인 환경에서 사는 것들도 있다. 그러나 우리는 지구처럼 표면에 물이 액체 상태로 있을 수 있는 항성 주변 공간을 서식 가능 지역이라고 정의하고, 이 서식 가능 지역을 중심으로 논의를 진행하기로 하자. 직녀성 주변에 서식 가능한 지역의 바깥 경계를 AU 단위로 유효 숫자 한 자리까지 구하고, 이에 해당하는 각거리를 구하라(이 행성의 대기압이 지구 대기압과 같다고 가정하자).

2-4. 영상 관측으로 직녀성 주변 서식 가능 지역에 있음직한 행성을 찾으려면, 관측 장비가 갖추어야 할 성능들이 무엇인지 설명하라.

2-5. 직녀성 주변에서 서식 가능 행성을 발견했다고 하면, 실제로 인간과 같은 고등 생물이 이 행성에 존재할 수 있는 지 설명하라.