

2. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (30점)

<가>

경제학의 패러다임 중 하나는 모든 의사결정의 주체는 합리적이라는 가정이다. 특히 게임이론에서는 게임을 하는 모든 경기자들이 합리적이라는 것이 주지의 사실(common knowledge)이라는 가정이 중요한 역할을 하게 된다. 경기자의 합리성이 주지의 사실이라는 것은 다음의 무한명제

당신이 합리적이라는 사실을 나는 알고 있다.
당신이 합리적이라는 사실을 내가 안다는 사실을 당신은 알고 있다.
당신이 합리적이라는 사실을 내가 안다는 사실을 당신이 안다는 사실을 나는 알고 있다.
⋮

가 참이고, 이와 대칭적인 무한명제

내가 합리적이라는 사실을 당신은 알고 있다.
내가 합리적이라는 사실을 당신이 안다는 사실을 나는 알고 있다.
내가 합리적이라는 사실을 당신이 안다는 사실을 내가 안다는 사실을 당신은 알고 있다.
⋮

또한 참임을 뜻한다.

<나>

어떤 게임의 경우 종종 게임이론이 제시하는 결과와 실제 그 게임을 해 보았을 때 나타나는 결과는 차이를 보인다. 그 이유는 실제 의사결정 주체들의 합리성이나 계산능력이 제한되어 있기 때문일 수 있다. 그러나 비록 모든 의사결정 주체들이 합리적이라 하더라도 이것이 주지의 사실이 아니라면 이러한 차이가 발생할 수 있다.

<다>

다음은 ‘숫자 고르기 게임’의 규칙이다. 경기자들은 1부터 100까지의 숫자 중 하나를 선택한다. 이때 경기자들은 자신이 선택하는 숫자를 다른 경기자들이 보지 못하도록 한다. 이 게임의 승자는 경기자들이 선택한 숫자들을 평균한 값의 2/3에 가장 가까운 숫자를 선택한 경기자가 된다. 예를 들어 경기자들이 선택한 숫자들의 평균이 72라면 48에 가장 가까운 숫자를 적어낸 경기자가 승자가 된다.

<라>

어느 날 ○○고등학교 영철이네 반 수학시간에 선생님이 학생들을 대상으로 제시문 <다>의 ‘숫자 고르기 게임’을 하였다. 승자는 상품으로 문화상품권을 받는다. 승자가 두 명 이상일 경우에도 모든 승자들이 문화상품권을 받는다. 선생님이 이상의 규칙을 학생들에게 설명한 후 학생들에게 동시에 숫자를 적어서 제출하도록 하였다. 영철이네 반 학생들은 모두 승자가 되기를 원하였다. 계산을 마친 후 선생님은 게임의 결과를 학생들에게 알려 주었는데, 평균은 27.5였다. 18을 적어내었던 영철이는 승자가 되어 문화상품권을 받았다.

- (1) 영철이네 반 학생들이 모두 합리적이며 이것이 주지의 사실일 경우 예상되는 ‘숫자 고르기 게임’의 결과를 설명한 후, 제시문 <가>와 <나>를 참고하여 제시문 <라>의 결과를 설명하시오. 아울러 이를 근거로 게임에서 영철이가 합리적인 의사결정을 하지 못하였다고 결론지을 수 있는 지 논하시오.
- (2) 다음 수학시간에 선생님이 동일한 학생들을 대상으로 이 게임을 다시 한 번 하였다고 하자. 승자가 선택한 숫자가 어떻게 될 지 답하고 그 이유를 설명하시오. 아울러 이 게임이 계속 반복된다면 승자가 선택한 숫자가 어떻게 될 지 설명하시오.

3. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (30점)

<가>

논리의 오류란 연역법이나 귀납법 등의 추론이나 그 밖의 합리화 과정에서 생기는 잘못을 말한다. 이는 잘못된 근거 자료의 사용으로 발생하거나, 논리적 추론 과정에서 나타나는 불합리성, 논리적 비약 등으로 발생한다. 이러한 오류가 생기는 이유는 대개 논리적 사고 훈련이 부족하거나 개인적인 부주의 때문이다. 오류의 종류에는 잘못된 유추의 오류, 원칙 혼동의 오류, 성급한 일반화의 오류, 잘못된 인과관계에 의한 오류, 합성·분할의 오류, 범주의 오류 등이 있다.

<나>

상용로그 $\log x$ 의 지표와 가수를 조사하여 양수 x 의 여러 가지 성질을 알 수 있다. 예를 들어 $\log x$ 의 지표가 3이고 가수 α 가 $\log 2 \leq \alpha < \log 3$ 를 만족하면 x 는 네 자리의 수이고 x 의 가장 큰 자리의 숫자는 2이다.

<다>

자연수 n 에 대하여 2^n 을 십진법으로 표시했을 때 가장 큰 자리의 숫자를 $h(n)$ 이라고 하자. 즉, $h(1)=2$, $h(2)=4$, $h(3)=8$, $h(4)=1$, $h(5)=3$, $h(6)=6$ 이다. 그런데 함수 h 의 값을 조사해 보면, $n \leq 10$ 일 때 $h(n)=7$ 과 $h(n)=8$ 을 만족하는 n 의 개수는 각각 0개와 1개임을 알 수 있다. 또한 $n \leq 50$ 일 때, $h(n)=7$ 과 $h(n)=8$ 을 만족하는 n 의 개수는 각각 1개와 5개이다.

<라>

주어진 무리수 β 에 대하여 $f(n) = \beta n$ (단, n 은 자연수)이라 정의하면, 확률변수 $X = f(n) - [f(n)]$ 은 0과 1 사이에서 균일한 확률을 갖는다는 것이 알려져 있다. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 뜻한다.) 이 말은 무작위로 주어진 자연수 n 에 대하여 확률변수 X 의 값이 0과 1 사이의 어떤 구간 안에 들어갈 확률은 그 구간의 길이와 비례한다는 것이다. 확률의 총합은 1이 되어야 하므로 확률변수 X 의 경우, $0 \leq \mu < \nu \leq 1$ 일 때 $P(\mu \leq X < \nu) = \nu - \mu$ 이 성립한다.

<마>

근사적으로 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 4 = 0.6021$, $\log 5 = 0.6990$, $\log 6 = 0.7782$, $\log 7 = 0.8451$, $\log 8 = 0.9031$, $\log 9 = 0.9542$ 이다.

- (1) 제시문 <나>와 <마>를 이용하여 2^{365} 의 자릿수와 가장 큰 자리의 숫자를 추론하시오. 또한 제시문 <나>, <라>, <마>를 참고하여 충분히 큰 자연수 N 에 대하여 $n \leq N$ 이면서 $h(n)=7$ 을 만족하는 n 의 개수와 $h(n)=8$ 을 만족하는 n 의 개수 중 어느 것이 더 많을지 논하시오.
- (2) 제시문 <다>와 (1)번 문항의 결론으로 설명이 가능한 논리의 오류를 <가>에서 찾고, 그 이유에 대하여 논하시오.