

RM 2008-6-341



논술교육길라잡이Ⅲ

자연계열



한국대학교육협의회



논술교육길라잡이Ⅲ · 자연계열

한국대학교육협의회 논술연구회

연구위원

강영기(남주고등학교)
김평원(마포고등학교)
박주실(전남과학고등학교)
서정인(서울고등학교)
이효근(보인고등학교)
조석연(진명여자고등학교)
최병기(영등포여자고)
최진규(서령고등학교)
황충일(강화고등학교)

자문위원

윤희원(서울대학교)
조완영(충북대학교)

연구협력관

이호섭(학사지원부 부장)
김정희(학사지원부 연구원)

논술교육길라잡이Ⅲ을 펴내면서

2007년 한해 신문, 라디오, 텔레비전, 인터넷 등을 뜨겁게 했던 교육 쟁점 중 하나가 통합논술이 아닌가 생각합니다. 통합교과논술에 익숙하지 않은 수험생과 지도 교사들은 사교육이 주도하는 다양한 통합논술프로그램 속에서 많은 어려움을 겪어 왔던 것이 사실입니다. 각 대학 역시 통합교과논술 모의고사를 실시하고 그 결과를 공개하여 혼란을 극소화하려고 하였습니다. 하지만 각 대학 역시 수험생들의 반응을 종합하여 난이도와 출제 방향을 수정해왔기 때문에, 수험생의 입장에서 막연한 불안감과 더불어 통합교과논술의 개념을 정립하는 데 오히려 혼란을 부추기는 면도 없지 않았다고 봅니다.

2009학년도 입시에서 많은 대학이 정시논술을 폐지하고 있는 상황에 일부 언론이 편승하여 학생들은 물론 일선 현장의 교사들도 ‘논술은 이제 필요 없다’는 오해를 하고 있습니다. 하지만 2007년 필요 이상으로 너무 가열된 논술 열풍이 식었을 뿐이지 논술이 중요성이 약해진 것은 아닙니다. 수시 전형에서는 오히려 논술이 강화되었고 수시 선발 비중이 높아지는 등 상위권 대학을 진학하는데 있어 논술의 중요성은 변함이 없습니다. 무엇보다도 통합교과논술은 변화하는 사회에 능동적으로 대응할 수 있는 문제 해결 능력을 평가할 수 있기 때문에 학생 선발의 도구로 사용되는 것이지, 학생들을 성적순으로 줄 세우기 위해 인위적으로 만들어 낸 도구는 아님을 명심해야 합니다.

한국대학교육협의회 논술연구회에서는 공교육이 주도하는 논술 교육만이 논술을 둘러싼 문제들을 해결할 수 있다는 신념하에 각 대학교에서 제공한 분석 자료를 토대로 이에 대한 대비책을 상세하게 제시한 <논술교육길라잡이 Ⅰ, Ⅱ>를 발간한 바 있습니다. 이 책으로 인하여 통합교과논술에 대해 막연한 두려움을 가지고 있었던 학생, 지도 교사, 그리고 학부모님들에게 통합교과논술 대비 방법에 대해 어느 정도 지름길을 제시하였다고 확신합니다.

그 여세를 모아 2009학년도 수시 전형을 대비하기 위한 <논술교육길라잡이Ⅲ>을 발간하게 되었습니다. 이 책에서는 각 대학교에서 제시한 2008학년도 대입 수시 2학기 출제문항 분석과 함께 출제되었던 주제 또는 개념을 종합하여 2009학년도 출제 방향을 예측할 수 있도록 하였습니다. 대학별 기출 문제를 자세히 들여다보면 통합교과논술이라는 거대한 흐름을 지향하고 있지만, 각 대학마다의 나름의 방향성이 있음을 파악할 수 있을 것입니다. <논술교육길라잡이Ⅲ>은 이러한 거대한 흐름과 더불어 각 대학의 다양한 방향성을 탐색하여 정리하였습니다. 특히 각 대학 논술 담당자와 논술 지도 교사의 다양한 의사소통과정을 반영하여 공신력 있는 자료로 거듭나고자 노력한 점이 이 책의 가장 큰 장점이라 하겠습니다. 그리고 <논술교육길라잡이Ⅲ> 자문에 협조해 주신 건국대, 경북대, 경희대, 고려대, 동국대, 서강대, 서울교대, 서울대, 성균관대, 숙명여대, 연세대, 이화여대, 인하대, 중앙대에 감사드립니다.

앞으로 한국대학교육협회의 〈논술교육길라잡이〉 시리즈는 논술 문제를 출제한 대학과 고교 논술 지도 교사들이 함께 모여 만든 공신력 있는 안내서로 거듭날 것입니다. 이 책을 통해 논술 지도 교사와 학생 모두 논술의 교육적 의미에 공감하고, 사고력과 문제해결능력을 함양할 수 있기를 바랍니다.

2008. 5

한국대학교육협회 논술연구회

차 례

» 자연계 논술개요	1
1. 수리논술	11
2. 과학논술	51
3. 대학교 기출문제해설	73
● 건국대학교	75
● 경북대학교	87
● 경희대학교	99
● 고려대학교	108
● 동국대학교	116
● 서강대학교	136
● 서울대학교	147
● 성균관대학교	165
● 연세대학교	178
● 이화여자대학교	185
● 인하대학교	193
● 중앙대학교	224



논술교육길라잡이Ⅲ · 자연계열

자연계 논술개요

자연계 논술개요

교육은 사회에 맞게 변화되어야 하며 더 나아가 교육이 사회의 변화를 적극적으로 주도해야 한다. 교육을 통하여 육성되는 인간이 미래 사회에 올바르게 적응할 수 없다면, 그 교육은 이미 생명력을 잃은 것이나 다름없다. 그래서 많은 사람들이 어떻게 하면 교육이 변화하는 사회에 능동적으로 대응하고 나아가 미래 사회변화를 적극적으로 주도해 나갈 수 있는가에 대해 고민해 왔다.

자연계 통합논술은 평가 도구에 국한된 것이 아니라 교육과정의 정상적인 운영을 통한 수학, 과학 교육의 질적 변화에 기여할 수 있는 역동적인 교육 프로그램이다. 논술은 “비판적 읽기와 창의적 문제해결을 기반으로 한 논리적 글쓰기”로 정의할 수 있으며, 첫째, 암기로 얻은 지식 중심보다는 비판적이고 창의적인 사고력을 둘째, 결과보다는 과정을 셋째, 개별 교과보다는 교과간의 소통을 넷째, 주입식 교육에서 자기주도적 교육을 강조한다는 특징을 가지고 있다. ‘자연계 통합논술’(이하 자연계 논술)은 위에서 제시한 논술의 성격이나 취지에 충실한 자연계 학생들을 대상으로 하는 논술을 강조하기 위해 붙여진 이름이다. 논술 특히 자연계 논술에서 강조하는 창의적 사고력, 과정의 중요성, 영역사이의 연결, 자기 주도적 학습은 21세기 수학·과학 교육의 지향점이기도 하다.

자연계 논술에서는 일반적으로 개념과 원리의 이해분석·구성 능력, 통합적 추론 능력, 창의적 문제해결력, 의사소통 능력을 주로 평가한다. 논술 문제는 제시문을 주고 그것을 이해하고 분석하는 능력, 제시문에 대한 비판적 평가 능력, 통계표나 그림을 적절히 해석하는 능력, 자료에 대한 분석과 추론을 통해 결론을 도출하는 능력, 주어진 문제 상황에 대하여 창의적인 해결 방안을 제시하는 능력, 여러 정보와 지식을 종합하여 새로운 차원으로 체계화하는 능력, 논제간의 논리적 일관성을 유지하는 능력 등을 측정하고자 하는 논제 또는 문제로 구성된다. 논술문제의 풀이과정은 주어진 텍스트(제시문)를 처리한 후 새로운 텍스트(답안)를 만들어내는 복잡한 과정을 거치게 된다. 학생들은 논제와 제시문을 독해하여 논점을 파악하고, 제시문과 관련된 배경지식을 토대로 자신의 논리와 논거를 구성하여 수학언어, 과학언어를 포함한 언어를 매개로 하나의 완성된 텍스트로 기술하게 된다.

자연계 논술의 성격상 수학 또는 과학 내의 연결, 수학과 과학, 사회 등 교과간의 연결 내용을 소재로 문제가 구성되기 때문에 단순한 배경지식의 습득과 이해만으로는 자연계 논술 문제를 해결하기 쉽지 않다. 개념의 구성과정, 개념 사이의 관계 등을 폭넓게 이해하고, 수학 또는 과학적인 안목으로 세상을 볼 수 있는 능력이 요구된다.

이 책의 목적은 자연계 논술을 대비하는 교사와 학생에게 자연계 논술 대학별 기출문제에 대한 정보를 제공하는 데 있다. 자연계 논술이 수학과 과학 그리고 사회현상을 통합적으로 이해·분석하여 창의적으로 문제를 해결하는 능력을 측정하는 것이지만 분야별 이해를 돕기 위해 수리논술과 과학논술로 구분하여 내용과 출제경향을 먼저 기술하고 대학별 기출문제를 해설하였다. 자연계 논술을 준비하기 위한 전략을 몇 가지 제시한다.

1. 자연계 논술의 준비는 수학, 과학 수업의 변화에서부터 시작된다.

우리는 지금까지 ‘수학 개념을 알면 응용할 수 있다’라는 믿음으로 수학을 배우고 가르쳐왔다. 수학 교수학습은 교사의 수학적 개념과 원리 설명에 이은 예제 풀이, 학생의 공식과 절차를 이용한 연습, 소위 응용문제(교과서 문장제) 해결이라는 선형 패턴 속에서 이루어지고 있다. 많은 수학 내용을 짧은 시간에 효과적으로 전달하고 많은 문제들을 풀어 보아야 좋은 평가를 받을 수 있다는 관점에서 보면 일면 타당해 보인다. 그러나 교사 중심의 이러한 수업방법은 탐구와 추론 능력, 의사소통 능력, 연결과 표현 능력, 문제해결 능력을 요구하는 논술문제를 해결하는데 적절한 방법이 아니다. 문제를 해결하는 과정에서 새로운 개념을 구성하고, 그 개념이 어떤 의미가 있으며 다른 개념들과 어떻게 관련되는지를 알아야 한다.

미분계수의 예를 생각해 보자. 미분계수의 수업은 주로 평균속도 개념을 이용하여 평균변화율을 다룬 다음 평균변화율의 극한으로서의 순간변화율 즉 미분계수를 정의하고 미분가능성과 미분계수의 기하학적 의미를 가르친다. 학생들은 미분계수를 구하고 접선의 방정식을 구하는 연습에 많은 시간을 보낸다. 그러나 미분계수 즉, 순간변화율 개념은 역사적으로 속도문제와 접선문제에서 비롯되었으며 수학과 과학 이외에 사회과학에서도 다양하게 사용되는 개념이다. 물리학의 힘과 전류의 세기, 화학의 반응률, 생물학의 박테리아 개체수의 변화율 등은 물론 경제학의 한계비용, 한계이익, 지질학에서의 용해된 상태의 바위가 열의 전도에 따라 냉각하는 비율, 지리학의 도시 중심부로부터 도시의 반지름이 늘어남에 따라 도시 내의 인구밀도의 변화율 등도 미분 개념과 관련이 있다. 직선 운동을 하는 어느 물체의 시각 t 에 대한 위치를 $s=f(t)$ 라 할 때 $f(t)$ 가 t 에 대한 일차식일 때 물체는 등속운동을 하고 $f(t)$ 가 이차식일 때 물체는 등가속도운동을 한다. 중학교 2학년에서 배우는 일차함수의 기울기가 일정하다는 사실을 알아야 한다. 미분계수의 수학적 정의를 알고 미분계수를 구할 수 있다고 해서 미분계수와 관련된 논술 문제를 해결할 수 있는 것은 아니다. 미분계수의 의미를 이해하고 자연현상이나 사회현상과 어떻게 관련되는지를 알아야 한다. 2008학년도 인하대학교 수시2학기 문제, 연세대학교의 2008학년도 모의 논술에서는 구분구적법과 관련된 미분계수 문제, 2007학년도 고려대학교 수시2학기의 농촌인구 변화율 그래프를 통한 농촌인구 비율의 변화와 그 이유를 묻는 문제 등은 미분계수 개념과 관련이 있다.

대부분의 자연계 논술 문제가 단답형, 선다형 문제, 특정 교과와 암기된 지식을 묻는 문제는 지양하고 수학, 과학의 원리와 개념을 이해하고 통합적으로 응용할 수 있는지를 평가하고 있다. 따라서 수학이나 과학 교육은 결과로서의 지식을 설명하는 수업에서 벗어나 추측과 탐구활동, 교과내 또는 교과간 연결성과 문제해결, 논리적인 근거를 이용한 추론, 의사소통이 강조되는 수업을 지향해야 한다. 이를 위해 수학과 과학 수업은 질문과 토의가 넘치고 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 의사소통과 정당화 활동이 활발히 일어나는 수업으로 바뀌어야 한다. 변화된 수업은 수학능력시험에도 도움이 될 것이다.

2. 가장 좋은 논술교재는 교과서이다.

논술 시험의 목적은 우수학생의 선발과 공교육의 정상화에 있다. 대부분의 대학에서 공교육의 정상화라는 목적을 달성하기 위해 논술문제를 출제할 때 고등학교 교과서 지문과 주제를 활용하고 있다.

■ 출제과정에서 가장 중요하게 고려하였던 점은 이미 2005년에 예고했던 대로 1) 고등학교 교과서 지문과 주제 활용, 2) 사교육을 통해 급조되거나 암기된 지식이 아니라 공교육을 통해 길러지는 비판적 사고력과 창의적 문제해결력 측정, 3) 교육과정의 정상적인 운영을 통한 공교육의 질적인 향상에 기여한다는 것이다.

- 2008년 서울대 출제방향 -

■ 대부분 제시문은 고등학교 교육과정에서 가장 기초적이고 핵심적인 과학 주제 선택하고, 고등학교 교과서에 근거하여 작성함으로써 고등학교 교육정상화에 기여하고자 한다.

- 2008년 성균관대 출제방향 -

교과서는 교육과정을 구체적으로 구현한 교재이다. 자연계 논술문제가 교육과정 범위에서 출제된다는 것은 교과서의 내용을 이해하고 응용할 수 있는 능력을 갖추면 충분히 해결할 수 있다는 것을 의미한다. 그러나 단순히 교과서의 내용을 이해하고 교과서의 문제를 푸는 것으로는 부족하다. 동일 교과서 내용 영역 사이를 연결해 보는 경험, 수학적인 안목으로 과학 내용을 보고 과학적인 안목으로 수학을 보는 경험이 필요하다. 또한 수학과 과학적인 안목으로 다른 분야의 교과서를 보는 경험이 요구된다. 이러한 측면에서 교과서의 각종 ‘읽기 자료’, ‘수행평가’, ‘역사 이야기’, ‘생각해 볼 문제’ 등을 해결해 보고 추가로 관련 자료를 찾아 공부하는 습관이 필요하다. 다음 논술문제의 예를 보자. 논술문제 ①은 구분구적법과 정적분 관련 문제이다. 이 문제는 고등학교 교과서의 적분 단원 읽기 자료 중 CT 촬영에 관한 내용을 소재로 하여 출제된 문제이다¹⁾. 교과서 읽기 자료에서는 CT 촬영이 구분구적법과 정적분 개념과 관련이 있다는 정도로 소개되고 있는데 이를 문제화한 것이다. 따라서 읽기자료를 구분구적법과 정적분 개념과 구체적으로 어떻게 관련이 있는지의 관점에서 학습을 한다면 이 문제를 어렵지 않게 해결할 수 있을 것이다. 그러나 $\int$ 등분을 이용하여 구분구적법과 정적분 개념을 이해하는 과정에서 근삿값과 오차문제를 소홀히 생각한 학생들은 좋은 점수를 얻기 어려웠을 것이다. 구분구적법과 정적분 문제는 자연계 논술에 자주 등장하는 주제이다. 논술문제 ②는 물리교과서의 반사의 법칙과 굴절의 법칙을 대칭이동과 미분을 이용하여 해결하는 문제로 수학으로 과학을 볼 것을 요구하고 있다. 과학적 결과를 수학적인 근거로 설명할 수 있는 능력이 요구된다. 자연계 논술에서 수학을 이용하여 과학적 사실을 설명하라고 요구하는 문제가 많이 출제된다. 건국대 2008년 수시문제에서는 빛의 굴절과 스넬의 법칙을 이용하여 물질의 굴절현상을 분석하고 추론할 수 있는지

1) 각 대학에서 논술고사를 출제할 때 교육과정과 교과서를 매우 심도있게 연구한다.

를 묻는 문제를 출제하였다. 또한 경희대 2008 수시에서도 소재로 활용되었다²⁾. 논술문제 ③은 물리 I 교과 과정에서 다루는 저항의 연결을 소재로 수열을 이용하여 자연 과학이나 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 문제를 수리적으로 표현하고 수학적 귀납법을 이용하여 기대되는 결과를 논리적으로 설명하는 능력을 평가하고 있다.

① Ⅵ. 불순물의 부피를 가급적 정확하게 얻는 방법을 제안하고 부피를 추정해보시오. 그리고 그 타당성에 대해 논술하시오.

- 2008년 고려대 모의논술 문제 -

② <문제 3> 제시문 (다)에 제시된 페르마의 원리를 이용하여 제시문 (나)에 언급된 빛의 반사의 법칙과 굴절의 법칙을 유도하시오.

- 서울시 교육청 통합교과형 논술 예시문항 자료집(2007) -

③ Ⅱ. 그림 3과 같이 $1\ \Omega$ 의 저항을 각 단계마다 계속해서 세 개씩 붙여나갈 때, 수학적 귀납법을 이용하여 A 와 B 사이의 합성 저항이 감소함을 설명하고 합성 저항의 극한값에 대하여 서술하시오.

- 2008년 고려대 수시논술 문제 -

3. 반복해서 출제되는 주제들을 철저하게 분석해야 한다.

대학 논술 문제는 유사한 것이 반복해서 출제되고 있다(각주 2) 참고). 수리 논술의 경우 자주 출제되는 영역은 이산수학, 수열, 미분과 적분, 확률과 통계 영역이다. 이산수학의 행렬과 그래프에 관한 문제로는 암호와 행렬에 관한 2006학년도 고려대 수시2 논술, DNA 조각을 행렬로 표현하고 해석할 것을 요구한 2008년 서울대 모의 논술에서 출제되었다. 수열 영역에서는 산술평균과 기하평균, 수열과 극한, 수열과 수학적 귀납법 등의 문제가 출제되었다(수열 영역의 출제 경향 참조). 출제빈도가 가장 높은 영역은 미분과 적분이다. 미분계수와 도함수의 활용, 구분구적법과 정적분의 활용이 자주 출제되었으며 미분과 적분에서의 평균값 정리 사이의 관계에 대한 문제도 있었다. 구분구적법에 관한 문제는 2006학년도 고려대 수시1(앞의 표에 제시된 2008 고려대 모의문제도 구분구적법 문제임), 연세대 2008 모의논술, 2008 성균관대 수시2, 2008 인하대 정시 등에서 출제되었다. 2006년 고려대 수시 1학기 논술문제에서 호수에 담긴 물의 양을 측정하는 방법과 오차를 줄이는 방법을 질문하였는데 이 역시 구분구적법에 관련된 문제이다. 구분구적법을 가르칠 때 정적분 개념을 정의하기 위한 도구로서 뿐만 아니라 구분구적법 자체에 대해서도 충분히 다루어야 한다. 또한 직사각형으로 분할하는 것 외에 중점사각형, 사다리꼴을 이용하는 방법이 있고 ‘등분할이 아니면 어떻게 될까?’,

2) 그래서 기출문제 분석이 중요하다. 같은 문제가 반복해서 출제되는 것은 아니지만 유사한 소재를 이용하여 묻는 내용을 바꾸거나 다른 소재를 이용하여 유사한 주제를 묻는 문제가 출제될 수 있다.

‘연속이 아니면 어떻게 될까?’ 등에 대해서도 탐구해 보는 것이 좋다. 다음은 구분구적법에 관련된 논술 문제의 예이다.

- ① (문제 4-i) 쌍쌍 자동차회사는 질량이 1000kg인 자동차를 직진시켜 정면충돌 실험을 실시하였다. 촬영된 자료를 간이 분석한 결과 아래의 표처럼 1초간 자동차에 힘이 가해졌고, 자동차는 멈추었다. 아래 표로부터 자동차에 가해진 충격량을 논리적으로 분석하여 추정하시오.

촬영시각 (단위 : 초)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
힘 (단위 : 뉴턴)	0	8,000	18,000	24,000	18,000	0

- 2008년 성균관대 수시논술 문제 -

- ② [논제 2] 제시문 (사)에서 기술한 방법을 제시문 (마)의 $V(x)$ 에 적용하여

$$\frac{dV(x)}{dx} = A(x) \text{ 임을 유도하여라. (20점)}$$

- 2008년 인하대 정시논술 문제 -

- ③ [문항 5] [문항 4]에서 구한 삼각형 넓이의 합의 비율이 제시문에서 설명한 바와 같이 매 단계마다 일정함을 논리적으로 설명하고, 이를 이용해서 [그림 3]의 빗금 친 부분의 넓이를 구하시오. (20점)

- 2008년 인하대 수시2-1 논술 문제 -

확률과 통계 영역은 자연계 논술은 물론 인문계 논술에서도 자주 출제되는 영역이다. 특히 대푯값의 개념에 관한 것과 경우의 수, 조건부 확률에 관한 내용의 출제 빈도가 높다. 대푯값의 경우 2006 이화여대 수시 2학기, 중앙대, 2007 고려대 수시 2학기 인문계 문제, 2007 중앙대 수시 1학기 인문계, 자연계 문제에서 출제된 바 있다. 주어진 자료 해석의 오류를 바로 잡는 문제, 주어진 표를 해석하는 문제가 출제되고 있다. 경우의 수는 순열/조합 이론, 확률 등과 연결하여 출제된다. 2008 고려대 수시2학기 논술문제, 2008 한양대 모의논술 등에서 출제되었다. 조건부 확률에 관한 문제는 일상 생활에서 발견할 수 있는 오류를 제시하고 그 이유를 조건부 확률을 계산하여 비판하는 문제가 출제되었다. 정보이론과 관련하여 출제된 2007 서강대 수시 2학기 문항이 대표적이다.

반복해서 출제되는 내용을 영역별, 주제별로 분류·비교해 보고 수업시간에 활용하거나 학생들에게 수행과제로 제시하는 것이 좋다. 또한 수업시간에 논술에 출제되는 문제를 제기하고 학생들과 토론해 보는 것도 좋은 방법이다. 일반적으로 미분계수, 접선의 방정식, 도함수를 계산하는 알고리즘은 기계적으로 잘 해결하고 있지만 미분계수, 접선, 미분가능성, 도함수의 의미 등을 개념적으로 이해하지 못하는 학생들이 많다. 자연계 논술의 논제를 다룸으로써 이러한 문제가 해결될 수 있다.

4. 제시문과 논제의 독해가 중요하다.

논술은 쓰기가 아닌 읽기(제시문과 논제 독해)로부터 시작한다. 대입 논술은 주어진 제시문의 내용을 분석하거나 내용을 참조해서 자신의 견해를 피력하라는 형식이 대부분이기 때문에 제시문의 문제의식은 곧 논술 답안의 핵심이 될 수밖에 없다. 인문계 논술에서도 마찬가지지만 특히 자연계 논술은 단지 자신의 생각만을 자유롭게 쓰는 것이 아니다. 제시문에 담겨진 문제의식을 파악해내고 이것을 논제와 관련시키는 것이 논술 답안의 성패를 좌우하는 첫 걸음이다. 시험을 본다는 느낌으로 제시문을 대하기보다는 좋은 정보를 얻는다는 마음으로 내용을 음미한다면 제시문은 편하게 다가올 수 있다.

논술 문제를 만들 때 무엇을 물을 것인지(논제)를 먼저 생각한 후 제시문을 작성하는 것이 일반적이다. 따라서 제시문을 분석할 때 논제를 먼저 분석한 다음 이를 토대로 제시문을 독해하는 것이 효과적이다. 제시문에는 논제를 해결하기 위한 좋은 정보가 포함되어 있고 때로는 논제를 해결하는데 필요한 배경지식을 제시문의 형태로 제공하는 경우도 있다. 이 경우는 배경지식이 부족해도 제시문만 잘 독해하면 논제해결의 실마리를 찾을 수 있다. 제시문과 논제의 이해와 관련성을 분석하는 것이 논술 답안을 작성하는 첫걸음임을 염두에 두고 다음과 같이 접근하자.

첫째, 논제의 요구와 제시문 사이의 관련성을 파악해야 한다. 다음 사례와 같이 일반적인 관점이 아니라 제시문의 관점에서 문제를 해결하도록 요구하는 경우가 많다. ①의 논제에서 '지문에 근거하여', '지문 (다)에 서술된 현상과 관련하여'와 같은 조건을 먼저 확인한 후 이와 관련하여 제시문을 독해해야 한다. ②는 수학적으로 비유클리드 기하(쌍곡기하)에 관한 문제이지만 제시문의 정보만으로 논제를 해결할 수 있다. 즉, 플릭의 세상에서 나타나는 '직선'의 특징을 이해하고 이를 바탕으로 삼각형의 내각의 합이 180° 보다 작은 삼각형을 구성하면 된다. ③에서는 '제시문 (가)와 (나)의 내용만을 참조하여 제시하시오.'와 같이 제시문만을 참조하여 논지를 전개할 것을 요구하고 있어 제시문에서 논제와 관련된 논거를 찾아내야 한다. 이때 제시문과 무관하게 자신의 배경지식만으로 논지를 전개하면 좋은 점수를 얻기 어렵다.

① (문제 3-2)

지문에는 외형적인 차이를 보이는 두 개들 사이에서 태어난 싱구와, 인도먼책사슴종과 중국먼책사슴종 사이에 태어날 수 있는 잡종먼책사슴이 각각 소개되어 있다. 지문에 근거하여 싱구와 잡종먼책사슴이 가지는 체세포의 염색체 수를 각각 유추하고 두 개체가 생식력에 있어 차이를 보이는 이유를 지문 (다)에 서술된 현상과 관련하여 분석하시오.

- 2008학년도 건국대 2학기 수시논술 문제 -

- ② [문제 4] 제시문 (나)에서 플릭의 대답에 부합하는 삼각형의 예를 원판에 그려 보고, 이것을 바탕으로 플릭이 사는 세상에는 어떤 특징이 있는지 설명하시오.

- 2008학년도 중앙대 수시 논술 문제 -

- ③ [문제 2] 연료전지의 원료인 수소의 생산에는 상당한 에너지가 소비되고 그 과정에서 CO₂가 발생하기 때문에 현재 상황에서 연료전지가 고효율, 친환경 에너지원이라고 보기 어렵다는 주장이 제시문 (다)에 기술되어 있다. 이러한 주장이 타당하다고 보고 CO₂ 발생의 문제점을 극복할 수 있는 새로운 수소 생산 방법을 제시문 (가)와 (나)의 내용만을 참조하여 제시하시오.”

- 2008학년도 중앙대 수시2-1 논술 문제 -

둘째, 논제의 조건을 명확하게 이해하고 논제의 요구에 따라야 한다. 자연계 논술의 논제에서 현상을 설명하거나 근거를 가지고 추론 또는 이유를 설명하는 문제가 대부분이며 이 과정에서 해석을 제한하는 경우가 많다. 다음 사례의 경우 ①에서는 앞의 결과를 근거로 온난화 속도를 줄이는 방법을 논하라고 요구하고 있다. ②에서는 앞의 두 문제의 결과를 근거로 추론하라는 문제이다. 논제의 요구 조건과 어떻게 논하라는 것인지를 정확하게 파악하는 것이 중요하다.

- ① 논제 5. 지구의 인구는 60억 명이고, 지구의 반경은 6,000km라고 할 때, 인간이 1인당 3kW에 달하는 에너지를 얻기 위해 지난 10년간 배출한 온실기체로 인해 대기가 지구 표면에 추가적으로 복사하는 에너지를 인구 1인당으로 구해보시오(유효숫자 1자리). 이 값에 비추어 지구 온난화 속도를 줄일 수 있는 방법에 대해 논하시오.

- 2008학년도 서울대 정시 논술 문제 -

- ② (문제 4-iii)

위의 두 문제에서 얻은 자료를 바탕으로 충돌이 시작되기 직전 자동차의 속력과 운동에너지를 논리적으로 추론하시오.

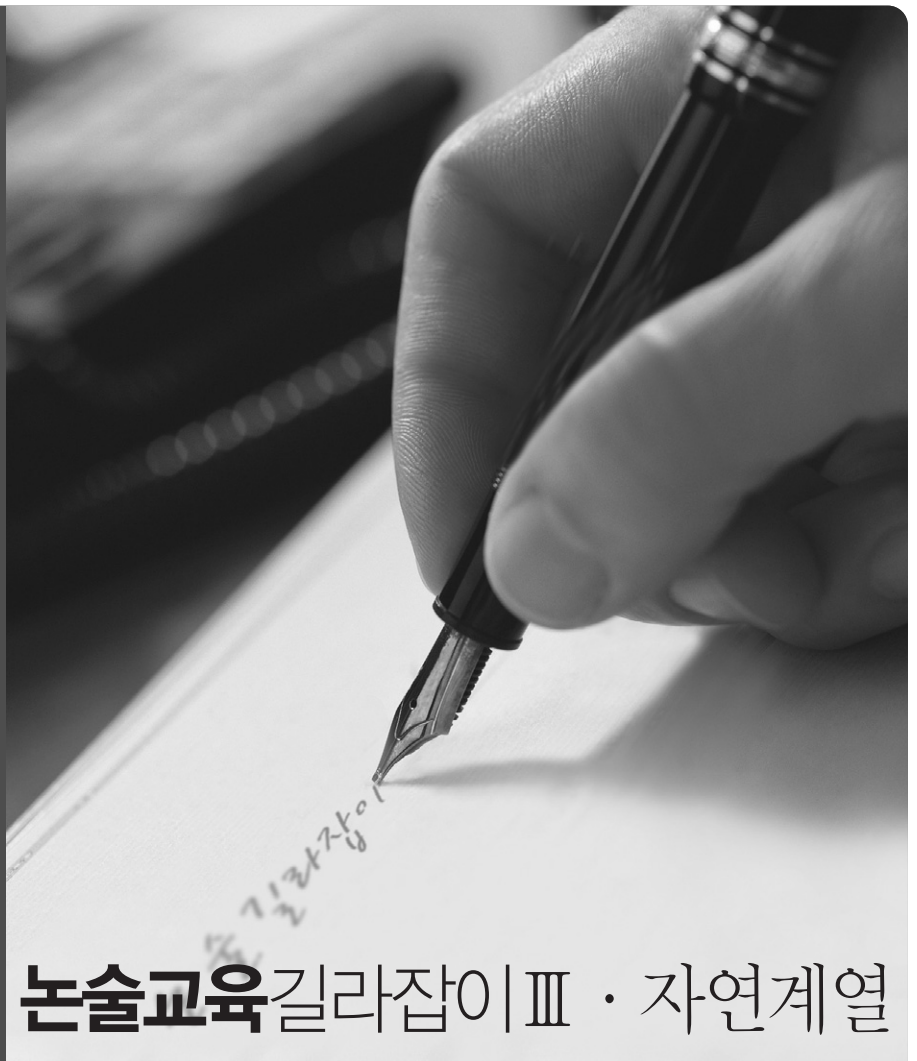
- 2008학년도 성균관대학교 수시 논술 고사 -

5. 논제에 맞게 논지와 논거를 구성해야 한다.

논술의 핵심은 주장을 논리적으로 서술하되 타당한 근거를 제시하는 것이다. 이때 자기의 주장을 세우는 것을 논지 설정이라고 하며, 근거를 마련하는 것을 논거 마련이라고 한다. 많은 학생들이 제시문의 내용을 상당 부분 다시 인용하거나 논제와 상관이 없는 배경지식을 장황하게 나열한 후 정작 본인의 생각은 거의 없는 ‘용두사미(龍頭蛇尾)’식 논술 답안을 작성하고 있다. 논지를 설정하고 논거를 마련할 때는 다음 사항을 염두에 두도록 하자.

첫째, 자연계 논술에서는 논거 마련이 중요하다. 대부분의 자연계 논술 문제는 논거를 요구한다. 논거는 제시문에서 나올 수도 있고 배경지식을 이용하여 논거를 구할 수도 있다. 제시문의 내용을 정확히 이해하고 분석하여 제시문에 담겨있는 개념, 논리 전개 방법, 현상 사이의 관계를 파악하여 논거를 구성해야 한다. 제시문의 주제가 생소한 내용이라도 논거를 파악할 수 있을 것이다.

둘째, 논거를 기준으로 논지를 구성한다. 자연계 논술은 인문계 논술과 달리 논거가 비교적 객관적이다. 따라서 논거에 의하지 않고 논지를 구성하는 것은 위험하다. 제시문과 논제의 분석을 통해 직관적으로 예측할 수 있더라도 논거를 기초로 논리적으로 논지를 전개해야 한다.



논술교육길라잡이Ⅲ · 자연계열

1. 수리논술

1. 수리 논술

가. 영역별 분석

1) 이산수학

가) 이 영역의 주요 내용

고등학교 교과과정에서 이산수학은 심화 선택으로 되어있기는 하지만 그 기초적인 방법론들 소위 공식이나 정리라고 불리는 내용들은 거의 대부분 수학10-가/나에서 이미 배운 내용들이며 특히 수I에서 행렬을 배우고 있어 대학별로 적지 않은 수리 논술 문제의 소재가 되고 있다.³⁾

우선 이산수학 교과서 상의 목차를 살펴보면 아래와 같다.

영역	내용	용
선택과 배열	순열과 조합	• 경우의 수 • 순열 • 조합
	세는 방법	• 포함배제의 원리 • 집합의 분할 • 여러 가지 배열 • 비둘기집 원리
그래프	그래프	• 그래프의 뜻 • 여러 가지 그래프
	여러 가지 회로	• 오일러 회로 • 해밀턴 회로
	수형도	• 여러 가지 수형도 • 생성 수형도
	그래프의 활용	• 행렬과 그래프 • 색칠 문제
수와 알고리즘	수와 알고리즘	• 수의 규칙성 • 이진법으로 나타낸 수 • 소수의 판정과 최대공약수
	점화 관계	• 두 항 사이의 관계(1), (2) • 세 항 사이의 관계식 • 여러 가지 수열
의사 결정과 최적화	의사 결정 과정	• 게임과 의사 결정 • 선거와 정당성 • 공평한 분배
	최적화와 알고리즘	• 계획 세우기 • 그래프와 최적화

- 의사결정과 최적화 단원을 제외하고는 수학 10-가의 집합, 수I의 행렬 및 순열과 조합과 많은 부분이 중복되는 단원명을 가지고 있는데 이는 10-가/나의 심화 발전된 과목의 특성에 기인한다.
- 이 내용들 중에서 특히 수학 10가/나, 수I과 겹쳐지는 “선택과 배열” “행렬과 그래프” “수와 알고리즘”등은 자주 등장하는 소재들이다.
- 이중 특히 수학10가/나 및 수I의 내용의 심화 발전된 단원의 주요 내용을 살펴보면 다음과 같다.

3) 대학에서 논술 문제 출제 시에 특별한 세부 영역을 고려하지는 않는다. 대학에서 측정하고자하는 바는 영역을 통합적으로 이해하고 분석하는 통합적 능력임을 밝혀둔다.

(1) 선택과 배열

• 포함 배제 원리

전체집합 U 와 그 부분집합 A, B, C 에 대하여

1. 두 집합의 포함 배제 원리

$$n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

2. 세 집합의 포함 배제 원리

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c \cap C^c) &= n(U) - n(A) - n(B) - n(C) \\ &\quad + n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\ &\quad - n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

• 집합의 분할

1. 집합의 분할

주어진 집합을 공집합이 아닌 몇 개의 서로 소(素)인 부분집합으로 나누는 것을 집합의 분할이라 한다. 즉, 집합 A 의 부분집합 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 에 대하여

$$(i) \quad A_i \cap A_j = \emptyset \text{ (단, } i, j = 1, 2, 3, \dots, n \text{ 이고 } i \neq j)$$

$$(ii) \quad A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = U \text{ 이면}$$

$\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$ 은 집합 A 의 분할이다.

2. 분할의 수 구하기

서로 다른 n 개의 원소를 p 개, q 개, $\dots$, r 개, ($p + q + \dots + r = n$)로 나누는 서로 다른 방법의 수는

$$(1) \quad {}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times \dots \times {}_rC_r \quad (p, q, \dots, r \text{에 같은 수가 없는 경우})$$

$$(2) \quad ({}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times \dots \times {}_rC_r) \times \frac{1}{k!} \quad (p, q, \dots, r \text{에 같은 수가 } k \text{개 있는 경우})$$

3. 분배의 수

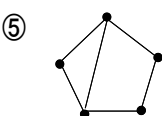
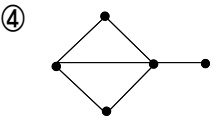
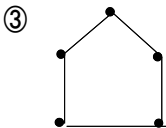
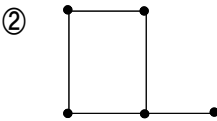
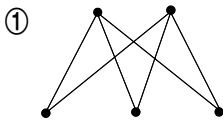
r 개의 조로 분할한 후, r 개의 서로 다른 대상에게 나누어 주는 방법의 수는 분할의 수 $\times r!$

(2) 그래프

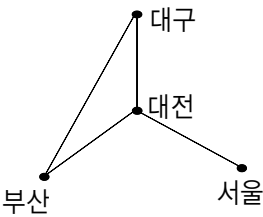
행렬은 수학의 여러 부분에서 다양한 응용을 가지고 있는 단원이다. 특히 행렬은 점들과 각 점들의 연결상태로 대표되는 선분들을 나타내는 아주 유용한 도구가 되는데 점들과 점들의 관계인 선분의 연결 상태를 수학에서는 “그래프”라고 부른다.

점과 선으로 이루어진 집합을 그래프라 하며,
점을 꼭지점, 두 꼭지점을 연결한 선을 변이라고 한다.

다음은 그래프의 예이다.



그래프는 수I의 행렬 첫 단원에서부터 등장하는 개념인데 예를 들어 서울, 부산, 대전, 대구와 이 네 도시를 연결하는 도로망이 아래 그림과 같을 때 도시를 점으로 도로를 선분으로 표시하면 바로 그래프가 된다. 또 이 그래프를 행렬로 표시할 수 있는데, 그래프를 행렬로 표현하고 나면 행렬의 곱셈은 그래프상의 또 다른 중요한 의미를 갖게 되기도 한다.



	서울	부산	대전	대구
서울	0	0	1	0
부산	0	0	1	1
대전	1	1	0	1
대구	0	1	1	0

행렬의 전통적인 활용법 이외에도 과거 기출문제⁴⁾에서 볼 수 있는 바와 같이 점과 선분으로 대표 되는 다양한 상황을 행렬로 표현하고 행렬의 “조작”을 통해 주어진 문제의 해법을 구하도록 함으로써 고등학교 교과 과정에 대한 이해도와 함께 창의력을 측정해 볼 수 있다.

(3) 수와 알고리즘

점화 관계는 수I 단계에서 수열의 점화식으로 배우던 내용이고 이 내용은 특히 점화식으로 표현된 수열의 극한과 관련된 내용이 많이 출제되고 있다.

자세한 내용은 “수열” 영역에서 살펴보기로 한다.

나) 이 영역의 출제 경향 및 준비 방법

그래프 단원에서는 주로 행렬을 활용한 그래프가 주요 소재로 활용된다.

4) 여러 대학에서 출제되었다.

행렬	염기서열과 행렬	서울대학교 2008학년도 모의
	암호화와 행렬	고려대학교 2006학년도 수시2(인문) 이화여자대학교 2006학년도 모의
	관계행렬	이화여자대학교 2006학년도 모의(인문)
이산수학	죄수의 딜레마	고려대학교 2007학년도 수시2(인문) 숙명여자대학교 2008학년도 수시2
	공정한 선거	서강대학교 2007학년도 수시1학기
	의사결정과 최적화	고려대학교 2007학년도 수시2
		고래대학교 2006학년도 수시2
		이화여자대학교 2007학년도 수시1
		이화여자대학교 2007학년도 모의 이화여자대학교 2007학년도 수시2
	컴퓨터 연산	중앙대학교 2006학년도 수시2

(4) 의사 결정과 최적화

흔히 알고 있는 ‘죄수의 딜레마’가 수학의 입장에서 보면 바로 이 영역에 속하는 내용이 된다. 의사 결정의 문제는 경제학에서 등장하였고, 이후 법학에서도 많은 의사 결정 문제들이 만들어지고 발전하였다. 이 영역은 보통 “게임 이론”으로 알려져있다.

게임 이론에서 말하는 게임이란 게임 참가자 사이의 행동에 규칙이 존재하는 대상을 통칭하여 부르는 말이다. 특히 ‘죄수의 딜레마’에 대하여 살펴보면

죄수 둘을 격리 시키고 다음과 같은 선택권을 준다.

1. 둘 중 한 명만이 자백을 하면, 자백을 한 죄수는 자백한 죄수는 즉시 석방되고, 자백하지 않은 죄수는 10년을 복역한다.
2. 둘 모두 자백하면, 둘 모두 2년 복역한다.
3. 둘 모두 자백하지 않으면, 둘 모두 6개월 복역한다.

이들은 자신의 이익이 최대가 되도록 행동하므로, 두 죄수 모두 자백하게 되어 두 죄수 모두 2년을 복역하게 된다는 것이 죄수의 딜레마이다.

이것이 “딜레마”인 이유는 두 죄수 모두 자백하지 않으면 모두가 6개월씩만 복역하게 되어 전체적으로 가장 효용이 높은 결과를 가져오지만, 상대방이 어떤 선택을 할지 알 수 없는 상황이므로, 두 죄수는 “개인”에게 유리한 자백을 하게 되어 모두 2년씩 복역하게 된다. 즉, 개인적으로는 가장 효용이 높은 선택을 하게 되지만, 전체의 입장에서는 최선의 선택이 아니라는 점 때문에 “딜레마”라는 이름이 붙은 것이다.

죄수의 딜레마는 흔히 아래 표와 같이 표현된다.

	죄수 2 자백함	죄수 2 자백하지 않음
죄수 1 자백함	죄수 1, 2 모두 2년 복역	죄수 1은 풀려나고, 죄수 2는 10년 복역
죄수 1 자백하지 않음	죄수 2는 풀려나고, 죄수 1은 10년 복역	죄수 1, 2 모두 6개월 복역

이 표현은 가장 좌측의 열과 가장 위쪽 행에 행위자(죄수 1, 2)와 행위자의 행위(자백 혹은 침묵)를 함께 표현 하는 방법이다.

〈2007년 고대 인문계 수시2, 2008년 숙대 자연계 수시2〉

(1) 선택과 배열

이 영역의 출제 경향은 “확률과 통계”영역 참고

(2) 그래프

행렬과 관련된 문제로는 2006학년도 고려대학교 수시2에서 출제된바 있다. 고려대학교의 문제는 암호와 관련된 문제로서 행렬에서는 교환법칙이 성립하지 않음을 이용하는 문제였다. 또한, 2008학년도 서울대학교 모의 논술에서는 DNA조각을 행렬로 모델링하는 방법을 소개하고 행렬과 DNA와의 관계에 대하여 질문하고 있다. 이때, DNA조각을 행렬로 표현하는 방법 역시 기본적으로 그래프와 관련이 있는 내용이다.

행렬에서 자명하지 않은 내용이 바로 “교환법칙”이 성립하지 않는 다는 것과 영행렬이 아닌 두 행렬 A, B 의 곱 $A \times B$ 가 영행렬이 될 수 있다는 사실인데, 주의 깊게 생각해 두어야 하는 내용이 바로 이 두 가지 성질 모두 행렬의 “곱셈”과 관련이 있다는 것이다. 한편, 행렬의 곱셈은 본질적으로 같은 위치의 성분끼리 곱한 후 합하는 과정인데 주변에서 곱해서 합하는 예를 많이 생각해보고 또, 그래프로 표현될 수 있는 상황을 행렬로 표현하여 그 행렬의 곱이 주어진 상황에서 어떤 의미를 갖는지 고민해보는 것이 이 영역의 문제에 대한 가장 좋은 준비 방법이 될 것이다.

(3) 수와 알고리즘

이 영역의 출제 경향은 “수열”영역 참고

(4) 의사 결정과 최적화

과거의 기출문제를 살펴보면 ‘죄수의 딜레마’가 고려대학교 2007학년도 수시2 인문계 문제로 출제되었고 2008학년도에는 숙명여자대학교에서 수시2학기에 자연계 문제로 출제되었다. ‘죄수의 딜레마’의 출발이 경제학에서의 의사 결정에 관한 내용이었던 관계로 다양한 사회적 현상과 함께 출제될 수 있어 인문계나 자연계를 아우르는 문제를 출제하기 좋은 소재가 되는 것은 분명하다.

이 영역의 문제에서는 계산 능력이나 수리적인 능력을 보는 것보다 주어진 상황을 합리적으로 이해하고 다시 주어진 상황에 적용하는 것을 측정하려고 하는 경우가 많으므로 ‘죄수의 딜레마’ 자체에

집중하기 보다는 그 상황이 가져다주는 ‘딜레마’의 의미와 전체를 함께 이해하는데 초점을 맞추어야 할 것이다.

또한, 공정한 선거 단원과 관련하여 2007학년도 서강대학교 수시1학기 자연과학부에서 출제된바 있다. 공정한 선거는 다양한 선거(투표와 다른 개념이다.)의 방법에 따른 결과의 차이에 대하여 묻고 있다.

참고로 ‘죄수의 딜레마’와 유사한 다양한 의사 결정 상황에 대하여 찾아보고 각각의 상황을 볼 수 있는 현실적인 예를 찾아보는 것이 실전 문제를 대비하는데 많은 도움이 될 것이다.

2) 미분과 적분

가) 이 영역의 주요 내용

고등학교 교과과정에서 미분과 적분은 수Ⅱ 과정에 있는 미분과 적분 단원과 심화 선택인 미분과 적분 교과가 있다. 하지만, 심화 선택인 미분과 적분 교과의 내용이 직접 출제되기는 어려운 면이 있으며, 현재까지 이 영역에서 출제되는 주요 내용은 미분과 적분의 기본적인 개념과 구분구적법에 관련된 내용이 주류를 이루고 있어 수Ⅱ의 미분과 적분 단원을 중심으로 살펴보자.⁵⁾

우선 수Ⅱ의 미분과 적분 단원의 목차를 살펴보면 아래와 같다.

영역	내용
다항함수의 미분법	미분계수와 도함수 • 평균변화율과 미분계수 • 도함수와 미분법
	도함수의 활용 • 접선의 방정식 • 함수의 극대와 극소 • 속도와 가속도
다항함수의 적분법	부정적분 • 부정적분의 뜻 • 부정적분의 계산
	정적분 • 구분구적법과 정적분 • 정적분의 계산
	정적분의 활용 • 넓이 • 속도와 거리

미분과 적분 영역과 관련된 가장 중요한 내용은 구분구적법과 미적분학의 기본정리이다. 객관식 수능에서 평가하기 쉽지 않은 이 영역은 특히 논술에 있어서는 더욱이 중요한 내용으로 부각되었다.

5) 여러 대학에서 논술 문제 출제 시에 특별한 세부 영역을 고려하지는 않는다. 대학에서 측정하고자하는 바는 영역을 통합적으로 이해하고 분석하는 통합적 능력임을 밝혀둔다.

다양한 아이디어와 오류 찾기 문제 단순한 수식의 계산이 아닌 아이디어를 측정하기에 좋은 영역이기 때문이다.

한편, 2008학년도에 들어서 고려대학교와 서울대학교에서는 실생활과의 관련성과 무관하게 수학적 인 결과의 증명을 요구하는 문제를 출제 하였는데, 조금 더 엄밀하고 수학적인 상상력이 다양하게 요구되는 수준 높은 문제를 출제하려는 경향을 엿 볼 수 있다.

(1) 미분계수

• 평균 변화율

x 의 증분 Δx 에 대한 y 의 증분 Δy 의 비 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ 를 x 가 a 에서 b 까지 변할 때 함수 $y = f(x)$ 의 평균변화율이라고 하고 이는 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는 직선의 기울기와 같다.

• 미분계수

1. $\Delta x \rightarrow 0$ 일 때 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 의 극한값 즉, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ 를 순간변화율 혹은 미분계수라고 부른다.
2. 미분계수는 점 $(a, f(a))$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프에 접하는 접선의 기울기와 같다.

(2) 적분

• 부정적분

함수 $f(x)$ 를 x 에 대하여 미분하여, $f(x)$ 가 되는 함수 $F(x)$ 를 $f(x)$ 의 부정적분이라고 한다. 즉, 부정적분은 미분의 역연산이다.

• 구분구적법

어떤 도형의 넓이나 부피를 구할 때, 그 도형을 여러 개의 간단한 도형으로 세분하여 이들 도형의 넓이나 부피의 합을 구한 후, 이 합의 극한값으로 원래 도형의 넓이나 부피를 구하는 방법이다.

• 정적분

다음과 같은 식으로 표현되는 적분으로 구분구적법이 언제나 양의 값을 갖는데 반해 정적분은 음의 값을 가질 수도 있으며 기본적으로 구간을 “등분”한다는 차이점이 있다.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x \quad (\text{단, } \Delta x = \frac{b-a}{n}, x_k = a + k\Delta x)$$

(3) 주요 정리 (미적분학의 기본정리, 평균값 정리)

미적분학의 기본정리라고 한다.

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

• 미분에 관한 평균값 정리

도함수 $f'(x)$ 이 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$ 를 만족하는 값 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

• 적분에 관한 평균값 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b - a)$ 인 c 가 a 와 b 사이에 존재한다.

나) 이 영역의 출제 경향 및 준비 방법

미분	미분과 적분, 원운동	서울대학교 2008학년도 논술 2차예시
	미분계수	인하대학교 2008학년도 수시2-2 인하대학교 2009학년도 모의 논술 연세대학교 2008학년도 모의 고려대학교 2007학년도수시2
	단면의 길이와 구의 부피 계산	연세대학교 2008학년도 모의
	점과 직선 사이의 거리 미분	서강대학교 2006학년도 수시2-1
	도함수의 그래프와 원래 함수의 그래프	고려대학교 2006학년도 수시2 예시
	골프공의 속력	중앙대학교 2006학년도 수시1
	경제적인 비행항로	중앙대학교 2005학년도 수시2
적분	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이	인하대학교 2008학년도 수시2-1
	구분구적법	연세대학교 2008학년도 모의 인하대학교 2008학년도 정시 고려대학교 2006학년도 수시1 성균관대학교 2008학년도 수시2
	입체의 부피	고려대학교 2008학년도 모의
	가속도와 속도	고려대학교 2006학년도 모의

적분	정적분의 활용	고려대학교 2008학년도 정시
	적분에 관한 평균값 정리	서울대학교 2008학년도 정시
	정적분의 활용	연세대학교 2008학년도 정시
	로그 적분법	중앙대학교 2004학년도 수시1
	정적분의 활용	연세대학교 2008학년도 수시2 연세대학교 2008학년도 정시 고려대학교 2006학년도 수시2 고려대학교 2008학년도 정시 서울대학교 2008학년도 정시

(1) 미분계수

2008학년도 인하대학교 수시2학기에서는 미분계수에 대한 설명을 제시문에 주고 자동차의 속력에 관한 질문과 빗방울의 낙하에 대한 질문을 하였다. 또 연세대학교의 2008학년도 모의 논술에서는 구분구적법과 관련된 미분계수의 문제가 출제되기도 하였다. 변화율이라는 개념은 수학과 과학 이외에 사회과학에서도 다양하게 사용되는 개념이므로 특히 사회과학과 수리가 함께 출제될 수 있는 가능성이 많은 영역이기도 하다. 예를 들어 2007학년도 고려대학교 수시2학기 문제에서는 농촌인구 변화율 그래프를 통해 농촌인구의 비율이 어떻게 변화할지 또, 그 이유를 논술하기를 요구하고 있다.

이 영역의 준비로는 미분의 의미와 기호 $\frac{d}{dx}$ 의 의미를 파악하는 것이 첫 번째 준비가 될 것이다. 미분법의 경우는 기계적인 연산이 가능한 영역이므로 실생활과 관련된 순간변화율 즉, 미분계수의 예를 살펴보고 미분계수가 곧 평균 변화율의 극한값임을 늘 염두에 둔다면 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다.

한편, 2008학년도 한양대학교 정시에서는 원의 넓이를 미분하여 둘레의 길이를 구하는 과정을 설명하고 이 방법을 이용하여 다른 도형에 적용해 보는 문제가 출제되었다.

(2) 적분

적분은 고등학교에서 소개되는 구분구적법과 정적분, 부정적분 이외에도 다양한 적분들이 존재한다. 이후의 수학적인 엄밀한 논증과 다양한 결과들은 각 적분에 따라 조금씩 다른 결과를 보여주지만 현재까지 논술에 출제된 적분의 아이디어들을 살펴보면 구분구적법의 아이디어인 “ x 축의 구간을 작은 부분으로 분할하여 넓이의 근삿값을 구한다.”를 조금씩 변형한 수준의 것들을 알 수 있다.

예를 들어 2006학년도 고려대학교 수시1학기에는 호수에 담긴 물의 양을 측정하는 방법에 대해 묻고 있으며 오차를 줄이는 방법에 대하여서도 질문하고 있다.

이후에 연세대학교와 고려대학교의 모의논술에서 가장 흔하게 등장한 문제가 바로 구분구적법과 관련된 문제들이었다.

(3) 주요정리

한편, 2006학년도 고려대학교 수시2학기에서는 수질의 변화율을 측정하는 기계로부터 얻은 측정치를 사용하는 문제가 출제되었는데, 이는 미적분학의 기본정리를 잘 이해하고 있는지 측정하는 문제이다.

한편, 2008학년도 정시에 들어서서 서울대학교 2008년 정시문제는 적분에 관한 평균값 정리와 미분에 관한 평균값 정리를 통해 유리식이 아닌 식의 근사식을 구하는 방법에 관한 문제가 출제되었고, 고려대학교 2008학년도 정시에서는 평면기하의 성질을 정적분의 성질을 통하여 증명하는 문제가 출제되기도 하였다. 연세대학교에서도 2008학년도 정시문제에 적분의 성질을 사용하는 문제가 출제되었는데 특히 수열과 관련된 해석을 요구하는 내용이었다. 서울대학교, 고려대학교, 연세대학교, 인하대학교에서 공통적으로 2008학년도 정시에서 정적분의 주요 정리를 특히 수학적으로 사용하는 문제가 출제된 것은 눈여겨보아 두어야할 내용이다.

3) 확률과 통계

가) 이 영역의 주요 내용

고등학교 교과과정에서 확률과 통계는 수학 10-가의 통계단원과 수 I의 확률과 통계 단원 그리고 심화 선택으로 되어있는 확률과 통계가 있다. 주요 내용으로는 10-가에서는 대푯값 및 산포도에 대한 내용이 있고, 수 I에서는 경우의 수, 확률의 기초, 확률분포와 통계적 추정이 있다. 이 내용들 중 기존 논술에서 주로 다루어지던 내용은 대푯값의 개념에 관한 것과 경우의 수, 그리고 조건부 확률에 관한 내용들이다.⁶⁾

우선 수학 10-가의 통계 단원의 목차를 살펴보면 아래와 같다.

영역	내용
통계	산포도와 표준편차 • 대푯값과 산포도 • 분산과 표준편차

수I의 확률과 통계 단원의 목차를 살펴보면 아래와 같다.

영역	내용
확률과 통계	순열과 조합 • 경우의 수 • 순열 • 조합 • 이항정리
	확률 • 확률의 뜻 • 확률의 계산
	통계 • 확률분포 • 통계적 추정

이 영역의 주요 내용을 정리해보면 아래와 같다.

6) 여러 대학에서 논술 문제 출제 시에 특별한 세부 영역을 고려하지는 않는다. 대학에서 측정하고자하는 바는 영역을 통합적으로 이해하고 분석하는 통합적 능력임을 밝혀둔다.

(1) 산포도와 표준편차 (수학 10-가)

• 대푯값과 산포도 (고등학교 수학 10-가 교과서 발췌)

- 대푯값 : 자료 전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 값을 그 자료의 대푯값이라고 한다. 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다. 보통은 평균을 자료의 대푯값으로 사용하지만 극단에 치우쳐있는 자료들이 있는 경우 평균은 중앙값이나 최빈값에 비해 영향을 더 많이 받는 단점이 있다.
- 산포도 : 변량이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 산포도라고 한다. 특히 평균으로부터 얼마나 떨어져 있는가를 가지고 알아보는 분산과 표준편차가 있다.

• 분산과 표준편차

- 분 산 : 편차를 제곱한 값의 평균을 분산이라고 한다.
- 표준편차 : 분산의 양의 제곱근을 표준편차라고 한다.

(2) 확률과 통계 (수학 I)

• 순열과 조합 (고등학교 수학 I 교과서 발췌)

- 경우의 수 : 자료 전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 값을 그 자료의 대푯값이라고 한다. 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다. 보통은 평균을 자료의 대푯값으로 사용하지만 극단에 치우쳐있는 자료들이 있는 경우 평균은 중앙값이나 최빈값에 비해 영향을 더 많이 받는 단점이 있다.
- 순열 : 서로 다른 n 개의 물건이 있을 때, 그 중에서 r 를 택하여 한 줄로 배열하는 것을 n 개의 물건에서 r 개를 택하는 순열이라고 하고, 이 순열의 수를 ${}_n P_r$ 로 나타내고 다음과 같은 식이 성립한다. ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

- 조합 : 서로 다른 n 개 중에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 택할 때, 이것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라고 하고, 이 조합의 수를 ${}_n C_r$ 로 나타내고 다음과 같은 식이 성립한다.

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

이항정리 : n 이 양의 정수일 때, 다음의 등식이 성립한다. 이를 이항정리라고 한다.

$$(a+b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_n C_n a^0 b^n$$

• 확률

- 확률의 뜻 : 어떤 시행에서 사건 A 가 일어날 가능성을 수의 값으로 나타낸 것을 주어진 사건 A 의 확률이라고 하고 $P(A)$ 로 나타낸다.

• 순열과 조합 (고등학교 수학 I 교과서 발췌)

- 경우의 수 : 자료 전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 값을 그 자료의 대푯값이라고 한다. 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다. 보통은 평균을 자료의 대푯값으로 사용하지만 극단에 치우쳐있는 자료들이 있는 경우 평균은 중앙값이나 최빈값에 비해 영향을 더 많이 받는 단점이 있다.
- 순열 : 서로 다른 n 개의 물건이 있을 때, 그 중에서 r 를 택하여 한 줄로 배열하는 것을 n 개의 물건에서 r 개를 택하는 순열이라고 하고, 이 순열의 수를 ${}_n P_r$ 로 나타내고 다음과 같

$$\text{은 식이 성립한다. } {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- 조합 : 서로 다른 n 개 중에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 택할 때, 이것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라고 하고, 이 조합의 수를 ${}_n C_r$ 로 나타내고 다음과 같은 식이 성립한다.

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

이항정리 : n 이 양의 정수일 때, 다음의 등식이 성립한다. 이를 이항정리라고 한다.

$$(a+b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_n C_n a^0 b^n$$

• 확률

- 확률의 뜻 : 어떤 시행에서 사건 A 가 일어날 가능성을 수의 값으로 나타낸 것을 주어진 사건 A 의 확률이라고 하고 $P(A)$ 로 나타낸다.

일반적으로 어떤 시행의 표본공간 S 가 n 개의 근원사건으로 이루어져 있고, 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A 가 r 개의 근원사건으로 이루어져 있으면

사건 A 가 일어날 확률 $P(A)$ 를 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{r}{n}$ 으로 정의하고, 이것을 수학적 확률이라고 한다. 또, 어떤 시행을 n 번 반복할 때 사건 A 가 r_n 번 일어난다고 하자. 이때, n 을

충분히 크게 함에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$ 이 일정한 값 p 에 가까워지면 p 를 사건 A 가 일어날 통계적 확률이라고 한다. 어떤 사건 A 가 일어날 수학적 확률이 p 일 때, 시행 횟수를 충분히 크게 하면 사건 A 가 일어나는 상대도수는 수학적 확률 p 에 가까워짐이 알려져 있다.

- 확률의 계산 :

조건부 확률 : 확률이 0이 아닌 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어났다고 가정하였을 때, 사건 B 가 일어날 확률을 사건 A 가 일어났을 때의 사건 B 의 조건부확률이라고 하고, 이것을 기호로 $P(B|A)$ 로 나타낸다. 또 다음과 같은 식이 성립한다.

$$P(A \cap B) = P(A) P(B|A) = P(B) P(A|B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

나) 이 영역의 출제 경향 및 준비 방법

순열 조합	경우의수	서울대학교 2008학년도 1차 예시
	조합	이화여자대학교 2007학년도 수시1
확률	확률의 계산	이화여자대학교 2006학년도 모의 고려대학교 2007학년도 수시2 고려대학교 2006학년도 모의
	경우의 수와 확률	이화여자대학교 2006학년도 모의
	경우의 수	중앙대학교 2006학년도 수시1 한양대학교 2008학년도 모의
	수학적 확률의 정의와 조건부확률	고려대학교 2006학년도 수시1 고려대학교 2008학년도 수시2 서강대학교 2007학년도 수시2
	순열을 이용한 확률	서울대학교 2008학년도 정시 예시(인문)
통계	통계자료 분석	서울대학교 2008학년도 정시1차 예시(인문)
	대푯값	이화여자대학교 2006학년도 수시 중앙대학교 2006학년도 수시 중앙대학교 2007학년도 수시1 고려대학교 2007학년도 수시2(인문)
	가중평균	중앙대학교 2006학년도 수시1
	비율	이화여자대학교 2008학년도 수시2
	자료수집의 정확성	중앙대학교 2006학년도 수시2
	상대도수와 평균	연세대학교 2008학년도 예시
	도수분포와 평균	이화여자대학교 2008학년도 수시2(인문)
	산술,기하,조화 평균	중앙대학교 2006학년도 수시2
	기댓값 구하기	이화여자대학교 2006학년도 수시 모의
	정규분포	한양대학교 2008학년도 수시2

(1) 대푯값

대푯값과 수학10-가의 통계 단원의 내용에서의 기출문제는 2006 수시2학기의 이화여자대학교의 자연계와 중앙대학교 자연계 문제, 2007 수시2학기 고려대학교 인문계 문제, 그리고 2007 수시1학기 중앙대학교의 인문계와 자연계 문제 등을 들 수 있는데 문제의 형태는 데이터의 대푯값으로서 평균을 적용하기 힘든 예들에 대하여 물어보고 논술하는 문제와 주어진 데이터를 잘못 해석하여 빚어지는 오류를 분석하는 문제가 대표적이다.

또한, 많은 대학에서 직접 수리적인 풀이와 관계는 없지만 주어진 표를 적절하게 해석하는 문제들이 출제되고 있어 표 자체를 “읽는” 훈련이 이 영역의 문제를 대비하는 방법이 된다.

(2) 경우의 수

2008학년도 수시2학기 고려대학교 자연계열에서는 염주의 종류에 관한 문제가 출제 되었는데 확률을 묻고 있기는 하지만 본질적으로 경우의 수 문제였다. 아마도 주어진 조건을 만족하는 염주를 만들 수 있는 경우의 수만을 물어보았다면 문제가 훨씬 수월해졌을 것이다. 하지만 고등학교 수 I 교과서의 본문 내용에서 발췌된 수학적 확률이 함께 제시되어 수학적 확률과 경우의 수에 대한 정확한 개념 정리가 되어있지 않으면 혼란스러웠을 것이다.

유사한 예를 2008학년도 한양대학교 모의논술에서 볼 수 있는데 확률 및 경우의 수의 가장 기본적인 가정인 각 시행에서 근원사건의 확률이 같다는 가정을 확실하게 이해하고 있는지 질문하고 있다. 따라서 이 영역은 경우의 수에 대한 기본적인 가정에 대하여 잘 이해하고 있어야하며 그 이해를 바탕으로 순열/조합에 관한 문제를 실수없이 해내는 것이 중요하다고 하겠다.

(3) 확률과 조건부 확률

이 영역의 문제들은 크게 보아 위의 경우의 수 영역에서도 설명한 바와 같이 확률의 기본 가정을 정확하게 이해하고 있는지에 관한 문제와 잘못 사용된 조건부 확률에 관한 문제로 나눌 수 있다.

또 2007학년도 서강대학교 수시2학기 자연계열의 문제와 같이 확률을 정보이론과 관련하여 문제가 출제되기도 한다.

조건부 확률에 관한 문제는 여러 대학들에서 출제하고 있는데 조건부 확률을 구하는 것이 아니라 일상 생활에서 발견할 수 있는 내용 중에서 조건부 확률을 정확하게 적용하지 않아 발생할 수 있는 오류들의 예를 들어주고 그 오류를 찾아내기를 요구하고 있다.

따라서 이 영역에서는 조건부 확률의 정의에 대하여 알아두는 한편, 기사나 뉴스속에서 조건부 확률이 적용될 수 있는 예를 찾아보고 실제로 계산을 해보아 그 결과를 해석하는 연습을 하는 것이 좋은 준비 방법이 될 것이다.

4) 수열

가) 이 영역의 주요 내용

자연현상이나 사회현상을 잘 살펴보면 그 가운데 어떤 규칙성을 찾을 수 있다. 해바라기 씨의 배열, 식물의 잎의 수, 토끼의 번식과 식물의 성장 같은 자연현상, 오일장, 차량운행 10부제, 적금이나 할부금의 이자 계산, 두 음이 화음을 이룰 때 두음의 진동수의 관계에도 일정한 규칙이 있다. 인구의 수, 소모하는 에너지의 양 등은 대체로 기하급수적으로 증가하고 수확된 식량의 양은 대략 산술적으로 증가한다. 인류는 그리스 시대 이후 특정한 규칙에 따라 나열된 수의 성질에 흥미를 갖고 많은 연구를 하여왔다. 완전제곱수가 됨을 간단히 그림을 통해서 설명하였다. 이 단원은 일상생활이나 자연현상에서 여러 가지 규칙성을 발견할 수 있으며, 프랙탈, 테셀레이션 문제로까지 확장할 수 있어 대학별로 적지 않은 수리 논술 문제의 소재가 되고 있다.⁷⁾

7) 대학에서 논술 문제 출제 시에 특별한 세부 영역을 고려하지는 않는다. 대학에서 측정하고자하는 바는 영역을 통합적으로 이해하고 분석하는 통합적 능력임을 밝혀둔다.

(1) 수학 I 교과서 상의 수열 단원 목차는 아래와 같다.

영역	내용	
등차수열과 등비수열	수열의 뜻	수열, 일반항
	등차수열	공차, 등차수열일반항, 등차중항, 등차수열의 합, a_n 과 S_n 의 관계
	등비수열	공비, 등비수열의 일반항, 등비중항, 등비수열의 합, a_n 과 S_n 의 관계
여러가지수열	합의 기호	Σ 의 정의 및 기본 성질
	여러가지수열	여러 가지수열의 일반항 및 합 자연수의 거듭제곱의 합 분수꼴로 된 수열의 합 군수열
	계차수열	계차수열의 정의 계차수열 $\{b_n\}$ 을 이용한 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항
수학적귀납법	수학적귀납법	도미노 놀이의 원리 수학적귀납법 원리를 활용한 여러 가지 증명
	수열의 귀납적 정의	다양한 수열의 귀납적 표현 귀납적으로 정의된 수열의 일반항
알고리즘과 순서도	알고리즘	알고리즘 작성 알고리즘과 순서도의 관계
	순서도	여러 가지 순서도
무한수열의 극한	무한수열의 극한	수한수열의 수렴, 발산(∞ , $-\infty$, 진동)
	극한값의 계산	수열의 극한값에 대한 기본 성질 극한값의 대소 관계
	무한등비수열의 극한	무한등비수열의 수렴, 발산 조사
무한급수	무한급수	무한급수의 수렴, 발산 부분합, 무한급수의 합 무한급수의 수렴 발산 조건
	무한등비급수	무한등비급수 무한등비급수의 수렴, 발산 무한급수의 성질
	무한등비급수의 활용	순환소수 무한등비급수를 이용하여 도형에 관한문제해결

(2) 산술평균과 기하평균에 대하여

일반적으로, 두 수 a , b 의 평균은 세 가지 존재하며, 다음 식으로 나타낼 수 있다.

㉠ 산술평균 $\frac{a+b}{2}$

㉡ 기하평균 $\sqrt{ab}$

㉢ 조화평균 $\frac{2ab}{a+b}$

㉠의 산술평균은 가장 많이 사용되는 계산 방법이며, 중간고사 성적의 평균을 구할 때나 우리 반 몸무게의 평균을 구해보고 싶을 때 사용한다.

철수가 하루에 빵 100개를 먹고 영희는 200개를 먹습니다.

어느날 철수가 영희를 보고 기분이 나빠서, "야~ 우리 공평하게 같은 개수씩 먹자"고 했습니다.

그래서 100개, 200개 먹던 것을 m 개, m 개로 바꾸기로 했습니다.

(평균의 개념 1.서로 다른 양을 같게 만든다)

두 사람이 하루에 먹는 빵의 합계는 300개로 일정합니다.

(평균의 개념 2.다른 양을 같게 바꾼 후에도 결과는 똑같다)

$$100 + 200 = m + m \text{ 이므로 } m = (100 + 200) / 2 = 150$$

이렇게 여러 개의 양을 같게 바꾸었을 때, 합이 일정한 경우 산술평균을 사용합니다.

㉡의 평균을 기하평균이라고 부르는 이유는 도형(기하)에서 많이 발견되는 평균이기 때문이며, 인구의 평균증가율을 구할 때도 쓰인다.

100 • 200 직사각형이 있는데 세로는 늘리고 가로는 줄여서 $m \cdot m$ 정사각형을 만들되, 넓이는 변화가 없도록 합시다.

$$100 \cdot 200 = m \cdot m$$

$$\text{따라서 } m = \sqrt{100 \cdot 200} = 100\sqrt{2} \approx 141$$

이렇게 여러 개의 양을 같게 바꾸었을 때, 곱이 일정한 경우 기하평균을 사용합니다.

다른 예로, 어떤 회사의 연간매출 1억원 → 8억원 → 16억원으로 변화하였을 때 평균매출증가율을 구해봅시다.

8배, 2배가 된 것을 m 배, m 배가 되었다고 바꾸되, 결과적으로 16배가 되었다는 것은 똑같다는 것이죠.

$$\text{그래서 } 8 \cdot 2 = m \cdot m \text{ 이므로 } m = \sqrt{8 \cdot 2} = 4, \text{ 즉 평균적으로 1년에 4배씩 성장하였습니다.}$$

㉢의 음악에서 현의 길이와 음정 사이의 관계를 수로 표현했을 때 가장 조화로운 음의 탄생을 가져오는 평균이기에 조화평균이라 부른다.

집에서 학교까지 갈 때는 시속 200km, 올 때는 시속 100km로 왕복하였습니다. 평균속력은 얼마인가? 라는 문제가 있습니다.

평균이라고 해서 무조건 더한 다음에 나누는 건 아니라는 걸 이미 아셨죠?

앞에서 본 두 가지 원칙에서 첫째, 시속 200, 100을 m, m으로 바꾼다는 건 쉽게 알 수 있습니다. 문제는 '결과가 같다'라는 것인데, (거리) = (시간) * (속력) 이라는 식을 잘 봅시다.

(거리), (시간), (속력) 중에서 어느 것이 같을까요? 바로 (시간)입니다.

시속 200, 100으로 왔다갔다 하나, m, m으로 왔다갔다 하나, 걸린 시간이 같다면 평균속력이라 말할 수 있겠죠!

그래서 거리를 d라 하면 $d/200 + d/100 = d/m + d/m$ 이라 식을 세울 수 있고, d는 약분되어 없어지면 $1/m = (1/200 + 1/100) / 2$ 이 됩니다. 즉 m의 역수는 200의 역수와 100의 역수의 산술평균입니다. 이럴 때, 거꾸로 m은 200과 100의 조화평균이다.

어떤 경우에 조화평균을 사용하느냐? 이와 같이 두 양을 더하거나 곱하면 아무 의미가 없는 경우입니다.

시속 200km, 시속 100km를 더한다? 이걸 이 문제의 뜻과 거리가 멀죠.

그리고 평균이 150km다? 만약 갈 때는 빛의 속력으로 갔다가 올 때는 굴뚝의 속력으로 왔다면 평균속력은 빛의 속력의 절반?

뭔가 이상하죠. '걸린 시간이 같다'는 관점에서 생각하면 빛의 속력의 절반이 아니라 굴뚝의 속력의 두 배에 가까울 것입니다.

이렇게 (속력)은 더하는 것이 의미 없지만 속력에 반비례하는 (시간)은 더할 수 있고, 산술평균이 적용 가능합니다.

갈 때 5시간, 올 때 3시간 걸렸다면 평균 4시간씩 걸렸다는 건 당연한 얘기죠.

이와 같이 평균을 구하고자 하는 양에 반비례하는 양의 평균이 산술평균일 때, 원래 구하고자 하는 평균은 조화평균입니다.

또 다른 예로는 1개에 200원 하는 사과와 100원 하는 배를 사는데, 사과와 배의 개수를 같게 샀다면 과일 1개당 단가의 평균은 당연히 산술평균이죠.

만약 사과와 배 각각의 총액을 같게 샀다면 과일 1개당 단가의 평균은 얼마일까요? 복잡한 계산을 거쳐 풀 수도 있지만

(총액) = (단가) × (개수)인데 (총액)은 일정하다고 했으므로 (단가)와 (개수)는 반비례합니다. (개수)의 평균은 산술평균이므로 (단가)의 평균은 조화평균임을 쉽게 알 수 있습니다.

이와 같이, 같은 평균이라 할지라도 상황에 따라 각각 다른 방법으로 계산을 해야만 올바른 결과를 이끌어 낼 수 있으며, 주어진 문제에 대해 어떠한 오류도 범하지 않고 제대로 분석할 수 있다.

(3) 피보나치수열에 대하여

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...을 피보나치수열이라 한다. 피보나치수열은 생활 속에서 의외로 자주 발견할 수 있다. 피아노 건반은 흰색건반 8개와 검은색 건반5개로 기본13옥타브로 구성돼 있다. 또한 검은색 건반은 2개, 3개가 각각 나란히 붙어 있어 2, 3, 5, 8, 13 등 피보나치수열을 이루고 있음을 알 수 있다.

자연에서 나선형 곡선 구조를 쉽게 관찰할 수 있는데, 달팽이의 껍질과 여러 바다생물의 껍질에서 나선형 곡선 구조를 발견할 수 있다. 또한 해바라기의 꽃봉오리에 씨앗이 배열된 모습에서 나선형 곡

선이 오른쪽과 왼쪽 방향으로 나타남을 볼 수 있는데, 씨앗이 나선형 곡선으로 배열되어있어 길쭉한 모양의 많은 씨앗이 중앙과 가장자리까지 골고루 분포될 수 있는 것이다.

사람 귀의 달팽이관 같은 인체의 많은 기관, 우주의 많은 은하의 모양, 물의 소용돌이나 태풍, 솔 방울에서 나선형 곡선 구조가 나타난다.

(4) 알고리즘과 순서도에 대하여

A와 B의 최대공약수를 구하는 알고리즘은 다음과 같다.

- ① A, B의 값을 읽는다.
- ② $A \div B$ 의 나머지를 R라고 한다.
- ③ $R \neq 0$ 이면 ④로 가고, $R=0$ 이면 ⑤로 간다.
- ④ B를 A로, R를 B로 놓고, ②로 되돌아간다.
- ⑤ B를 인쇄한다.

유클리드 호제법

두 수 A, B의 최대공약수를 구하는 방법으로 먼저 A를 B로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R_1 이라고 하면 $A = BQ + R_1$, $R_1 = A - BQ$ 이므로 A, B가 G의 배수라면 R_1 도 G의 배수가 된다. 즉, A와 B의 최대공약수는 B와 R_1 의 최대공약수이다.

다시 B를 R_1 로 나눈 나머지를 R_2 라 하고, 계속해서 R_1 을 R_2 로 나눈 나머지를 R_3 , ...이라고 하면(A, B의 최대공약수)=(B, R_1 의 최대공약수)

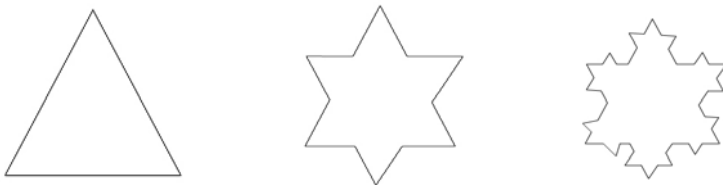
$$\begin{aligned} &= (R_1, R_2 \text{의 최대공약수}) \\ &= (R_2, R_3 \text{의 최대공약수}) = \dots \end{aligned}$$

가 된다. 이를 반복해서 R_{n-1} 이 R_n 으로 나누어 떨어졌다면 R_{n-1} 과 R_n 의 최대공약수가 R_n 이므로 A와 B의 최대공약수도 R_n 임을 알 수 있다.

(5) 프렉탈에 대하여

- (1) 한 변의 길이가 1인 정삼각형의 각 변을 삼등분하여 가운데 부분을 한 변으로 하는 정삼각형을 그리고 가운데 부분을 지운다.

- (2) 여기서 얻어진 도형을 각 변에 (1)의 과정을 계속 반복한다. (눈꽃송이 곡선)



각 변에서 길이가 $\frac{1}{3}$ 만큼씩 늘어나는 과정이 계속 반복된다.



m



$m + \frac{1}{3} m$

$$l_1 = 3$$

$$l_2 = l_1 + \frac{1}{3} l_1 = \frac{4}{3} l_1 = 3 \cdot \frac{4}{3}$$

따라서 $l_3 = l_2 + \frac{1}{3} l_2 = \frac{4}{3} l_2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 l_1 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$$l_4 = l_3 + \frac{1}{3} l_3 = \frac{4}{3} l_3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 l_1 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3$$

.....

이므로 $l_n = 3 \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$ 이다. 따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n = \infty$ 이다.

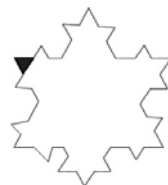
새로 생겨나는 작은 삼각형의 넓이는 다음과 같다.



S_1



$\frac{1}{9} S_1$



$\left(\frac{1}{9}\right)^2 S_1$



또 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ 의 변의 개수는 각각 $3, 3 \times 4, 3 \times 4^2, \dots, 3 \times 4^{n-1}, \dots$ 이므로 A_n 의 넓이 S_n 은 A_{n-1} 의 넓이 S_{n-1} 보다 $\left\{ \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1} S_1 \right\} \times (3 \times 4^{n-2})$ 만큼 늘어난다.

따라서 $S_n = S_{n-1} + \frac{3}{4} S_1 \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}$ 에서 $S_n - S_{n-1} = \frac{3}{4} S_1 \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}$ 이다.

이제 $\{S_n\}$ 의 일반항을 구하면

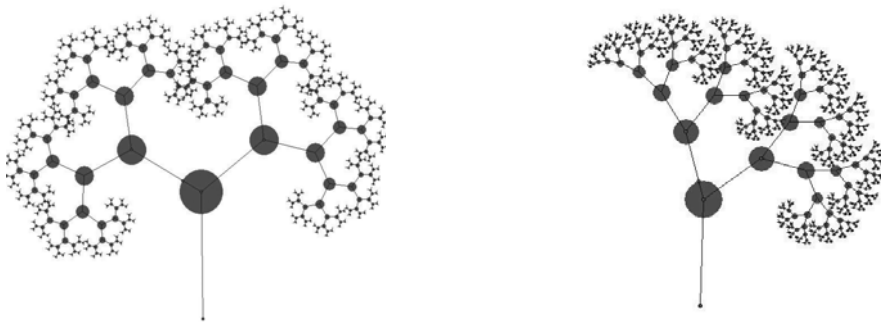
$$S_n = S_1 + \frac{\frac{3}{4} S_1 \cdot \frac{4}{9} \left\{ 1 - \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} \right\}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{8}{5} S_1 - \frac{3}{5} S_1 \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} \text{ 이므로}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{8}{5} S_1$ 이다. 넓이는 일정한데 둘레의 길이가 무한이 되는 경우이다.

프랙탈이란 작은 구조가 전체 구조와 비슷한 형태로 끝없이 되풀이 되는 구조를 말합니다. 즉, 부분과 전체가 똑같은 모양을 하고 있다는 “자기 유사성(self-similarity)”과 “순환성(recursiveness)”이라는 속성을 기하학적으로 푼 것으로 프랙탈은 단순한 구조가 끊임없이 반복되면서 복잡하고 묘한 전체 구조를 만드는 것입니다.

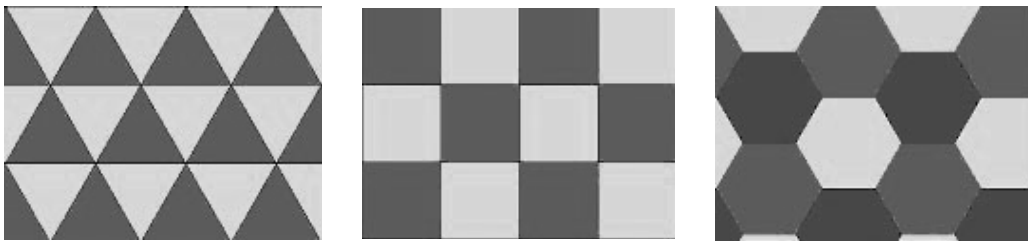
겉으로는 불규칙해 보이는 현상에서도 자세히 관찰해보면 어떤 규칙성을 찾을 수 있다는 것이 카오스 이론이고 그 혼돈된 상태의 공간적 구조로 기하학적이고도 규칙적으로 나타난 모형이 프랙탈 구조로서, 프랙탈은 혼돈계의 불규칙성과 비예측성을 기술하고 분석할 수 있는 새로운 기하학으로 볼 수 있습니다.

프랙탈이란 말은 “영국 해안선의 길이 측정”문제를 냈던 프랑스의 “만델브르트”가 만든 말로 라틴어의 fractus(부서진)에서 유래합니다.



(6) 테셀레이션에 대하여

테셀레이션이란 동일한 모양을 이용해 평면이나 공간을 빈틈이나 겹쳐지는 부분 없이 채우는 것을 말한다. 욕실의 타일이나 보도블록이 테셀레이션의 예인데, 벽지나 전통 문양에서도 테셀레이션을 찾아볼 수 있다.



위의 예는 하나의 정다각형으로 테셀레이션이 가능한 도형은 다음과 같이 정삼각형, 정사각형, 정육각형의 3가지가 있다.

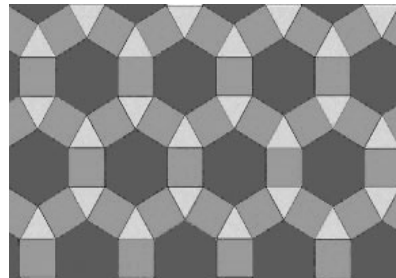
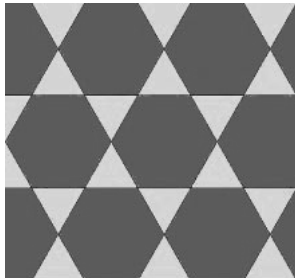
정 n 각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$ 이다. 한 꼭지점에 정 n 각형이 여러 개 모여 평면을 빈틈없이 채우면 그 개수는 $\frac{360}{180(n-2)/n}$ 이 된다.

$$\frac{360}{180(n-2)/n} = \frac{2n}{n-2} = 2 + \frac{4}{n-2}$$

에서 이 값이 자연수가 되어야 하므로 $n = 3, 4, 6$ 뿐이다.

따라서, 정삼각형, 정사각형, 정육각형만이 평면을 빈틈없이 채울 수 있다.

그러나 두가지 이상의 정다각형을 사용하면 좀더 다양하게 테셀레이션을 할 수 있다. 예를 들어 정삼각형과 정육각형으로 테셀레이션을 할 수도 있고, 정육각형과 정사각형, 정삼각형을 이용하여 테셀레이션을 할 수도 있다. 이와 같이 몇가지 정다각형으로 만들어진 것을 아르키메디안 테셀레이션이라고 하는데, 모두 8가지가 있다.



한 꼭지점에 정 a 각형, 정 b 각형, 정 c 각형이 모여 있다면 이들 다각형들의 내각의 합은 360° 가 되어야 한다. 즉,

$$\frac{180(a-2)}{a} + \frac{180(b-2)}{b} + \frac{180(c-2)}{c} = 360 \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$$

편의상 $3 \leq a \leq b \leq c$ 라고 하면 $\frac{1}{3} \geq \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c} > 0$ 이다.

따라서 $\frac{1}{2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{3}{a}$, $3 \leq a \leq 6$ 이다. 이제 $a = 3, 4, 5, 6$ 일 때,

식 $2(bc + ca + ab) = abc$ 을 만족하는 a, b, c 의 값을 구하면 다음과 같다.

$a = 3$ 일 때 : $2(bc + 3c + 3b) = 3bc$, $bc - 6b - 6c = 0$, $(b-6)(c-6) = 36$ 에서
 $(3, 7, 42), (3, 8, 24), (3, 9, 18), (3, 10, 15), (3, 12, 12)$

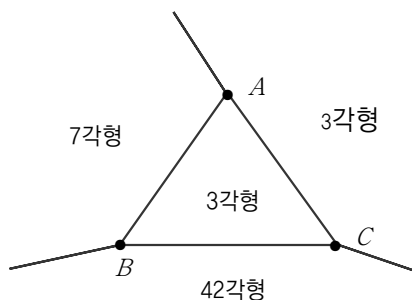
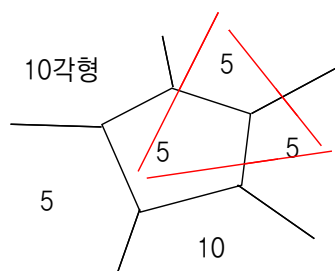
$a = 4$ 일 때 : $bc + 4c + 4b = 2bc$, $(b-4)(c-4) = 16$ 에서 $(4, 5, 20), (4, 6, 12), (4, 8, 8)$

$a = 5$ 일 때 : $2(bc + 5c + 5b) = 5bc$, $bc - \frac{10}{3}b - \frac{10}{3}c = 0$ 을 만족하는 a, b, c 는 $(5, 5, 10)$

$a = 6$ 일 때 : $bc + 6c + 6b = 3bc$, $(b-3)(c-3) = 9$ 에서 $(6, 6, 6)$

위의 경우 중에 $(6, 6, 6)$ 은 정육각형만 사용한 것이므로 제외한다. 또, $(3, 7, 42)$ 는 아래의 그림에서 점 A, C에서의 배열이 모두 $(3, 7, 42)$ 가 되기 위해서는 7각형=42각형이 되어야 하기 때문에 제외된다. 이와 같은 이유로 위에서 구한 순서쌍 중에 삼각형, 오각형 등이 있으면 나머지 두 정다각형이 같아야 한다. 따라서 구하는 경우는 $(3, 12, 12), (4, 6, 12), (4, 8, 8)$ 뿐이다

(5,5,10)이 안되는 이유



(7) 수학적귀납법에 대하여

- 귀납 : 논리학에서 낱말의 구체적 사실로부터 일반적인 명제나 법칙을 이끌어 냄
- 귀납법 : 논리학에서 귀납에 의하여 추론하는 방법
- 수학적 귀납법 : 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 성립함을 보이려면 다음 두가지를 증명하면 된다.

(i) $P(1)$ 이 참이다.

(ii) 임의의 자연수 k 에 대하여 $P(k)$ 가 참이라고 가정할 때 $P(k+1)$ 이 참이다

이와같은 증명법을 수학적 귀납법이라 한다.

• 수학적귀납법의 원리

귀납법은 개개의 특수한 경우를 바탕으로 일반적이고 포괄적인 결론을 내리는 방법을 말한다. 귀납적으로 수학적 사실을 증명하려면 모든 개개의 사실들을 증명해야 한다. 예컨대 자연수 n 에 관한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 성립함을 보이려면 n 이 1일 경우, 2일 경우, 3일 경우, 이렇게 모든 경우를 따져봐야 한다. 하지만 자연수는 무한하기 때문에 모든 자연수를 조사한다는 것은 불가능하다. 이 때 수학적귀납법은 독특한 방법을 사용한다. 1부터 시작하여 1씩 계속 더해 가면 모든 자연수를 구성할 수 있다. 그래서 $P(1)$ 이 참이고 어떤 자연수에 대해 $P(n)$ 이 참일 때, $P(n+1)$ 이 참이라면 명제 $P(n)$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 참이라고 할 수 있다.

• 자연수의 구성

수학적귀납법은 자연수의 구성 원리를 바탕으로 정립된 증명법이다. 파스칼도 수학적귀납법을 사용했었다고 전해지지만 당시에는 옳은 증명법이라고 인정되지 못했다. 그 이유는 당시에는 자연수가 어떻게 구성되는지에 관한 수학적 연구가 진행되지 못했기 때문이었다. 현재의 자연수 공리를 구성한 수학자는 이탈리아의 수학자 페아노(1858-1932)이며 그의 공리계는 다음과 같다.

• 페아노의 자연수 공리

(1) 1은 자연수이다.

(2) 임의의 자연수의 다음 수는 자연수이며 유일하다.

(3) 다음 자연수끼리 같으면 그 앞의 자연수도 같다.

(4) 어떤 다음 자연수는 1이 될 수 없다.

(5) 1이 어떤 성질을 가지고 그 성질을 가진 어떤 자연수의 다음 자연수가 그 성질을 가지면 모든 자연수도 그 성질을 갖는다.

수학적귀납법은 페아노의 (5)공리를 바탕으로 하고 있다. 이 공리를 귀납공리라고 한다.

(8) 수열의 귀납적 정의에 대하여

• 기본적인 점화식 수열 $\{a_n\}$ 에서 $n = 1, 2, 3, 4 \cdots$ 일 때

① 등차수열 $\Rightarrow a_{n+1} - a_n = d$ (일정) 또는 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$

② 등비수열 $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ (일정) 또는 $a_{n+1}^2 = a_n \cdot a_{n+2}$

③ 조화수열 $\Rightarrow \frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}}$

• 점화식으로 표현된 수열의 일반항

① $a_{n+1} = a_n + f(n) \Rightarrow n$ 대신에 $1, 2, 3, \cdots, n-1$ 을 대입하여 번 번끼리 더한다.

$$\Rightarrow a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$$

② $a_{n+1} = f(n) a_n \Rightarrow n$ 대신에 $1, 2, 3, \cdots, n-1$ 을 대입하여 번끼리 곱한다.

$$\Rightarrow a_n = a_1 \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \cdots \cdot f(n-1)$$

③ $a_{n+1} = pa_n + q \Rightarrow a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha)$ 로 변형하여 $\{a_n - \alpha\}$ 가 등비수열임을 이용한다.

④ $a_{n+1} = \frac{pa_n}{qa_n + r} \Rightarrow$ 양변에 역수를 취하고 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 로 놓아 ①의 형태로 변형하여 해결한다.

⑤ $pa_{n+2} + qa_{n+1} + ra_n = 0$ (단, $p+q+r=0$, $pqr \neq 0$) 꼴의 점화식

$$\Rightarrow a_{n+2} - a_{n+1} = k(a_{n+1} - a_n) \text{의 형태로 변형하여 계차수열이 등비수열을 됨을 이용한다.}$$

⑥ $a_{n+1} = qa_n^p \Rightarrow$ 양변에 로그를 취한 후 치환한다.

(9) 등차수열과 조화수열의 극한

무한수열에서 중요하게 다루어지는 수열은 등비수열인데 그 이유는 등비수열은 공비의 조건에 따라 수렴하기도 하고 발산하기도 하기 때문이다. 따라서 등차수열은 0이 아니면 항상 발산하고 조화수열은 항상 0으로 수렴한다. 따라서 등차수열과 조화수열은 무한에서 그다지 의미가 없다.

(10) 유한과 무한에 있어서의 계산법

(가) 무한의 문제는 수학이 수학답게 발달한 지금까지 중요한 과제로서 많은 수학자에 의해 연구되어 왔으나, 아직까지 밝히지 못한 부분이 많이 있다.

다음 문제는, 지금은 결론이 나왔으나, 100년 전만 하더라도 수학자들의 논쟁의 대상이 된 문제였다.

$S = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \cdots$ 의 답은 다음 중 어느 것일까?

[풀이1]

$$S = 1 - 2(1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \cdots)$$

$$S = 1 - 2S$$

$$\therefore S = -\frac{1}{3}$$

[풀이2]

$$S = 1 + (-2 + 4) + (-8 + 16) + (-32 + 64) + \cdots$$

$$= 1 + 2 + 8 + 32 + 64 + \cdots$$

$$= \infty$$

[풀이3]

$$S = (1 - 2) + (4 - 8) + (16 - 32) + \cdots$$

$$= -1 - 4 - 16 - 64 - \cdots$$

$$= -\infty$$

위 3가지 풀이법이 이치에 맞는 것 같은데 한 가지 문제에 답이 3가지나 나오는 것은 뭔가 이상하다.

결론부터 이야기하면 앞 문제에 대한 정답은 “답이 없다”이다.

즉 주어진 무한급수는 발산한다.

합리적인 방법으로 풀어서 답을 얻었는데 답이 없다고 하니 도깨비에게 홀린 듯하지만, 합리적인 방법이라는 데 문제가 있다.

① 즉 유한한 수에 대해 적용하는 법칙과 계산법을 무한한 수에 그대로 적용시킬 수 없기 때문이다.

밑줄친 ①과 관련지어 [풀이1]~[풀이3]의 오류를 간단히 설명하라.

(나) $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots$ 의 합을 구하여라.

[풀이]

$$\begin{aligned}
 S &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots \\
 &= (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots) \\
 &= (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots) - 2(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots) \\
 &= (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots) = 0
 \end{aligned}$$

위의 풀이도 합리적으로 푼 것처럼 보이나, 이 또한 유한의 수와 무한의 수에서의 차이를 간과한 것으로 정답이 아니다. 이 무한급수는 $\log_e 2$ 에 수렴한다.

글 (나) 풀이에는 글 (가)의 밑줄친 ①과 관련된 오류가 있다. 간단히 설명하라.

무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 제 n 번째 항까지의 부분합을 S_n 이라 할 때

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha$ (일정) $\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \alpha$ (일정)

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n} = \alpha$ (일정) $\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \alpha$ (일정)

(3) 무한급수의 정적분 표시 : $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(\frac{k}{n}) \frac{1}{n} = \int_0^1 f(x) dx$

문) 위의 성질을 이용하여 다음 급수의 수렴, 발산을 설명하시오

문1) $1 - 1 + 2 - 2 + 3 - 3 + 4 - 4 + \dots$

문2) $1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \dots$

문3) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \dots$

[문 1]

[풀이]

$$S_{2n} = (1-1) + (2-2) + \dots + (n-n) = 0$$

$$S_{2n-1} = (1-1) + (2-2) + \dots + \{ (n-1) - (n-1) \} + n = n$$

즉, 주어진 무한급수는 발산한다.

[문 2]

[풀이]

$$S_{2n} = (1-1) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n}) = 0$$

$$S_{2n-1} = (1-1) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-1}\right) + \frac{1}{n} = \frac{1}{n}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n-1} = 0 \quad \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$$

즉, 주어진 무한급수는 수렴한다.

[문 3]

[풀이]

$$S_n = \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} \text{ 이고 } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0 \text{ 이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2}{3}$$

따라서, 주어진 무한급수는 $\frac{2}{3}$ 에 수렴한다.

나) 이 영역의 출제 경향 및 준비 방법

논제의 핵심	출제 대학
산술기하평균 이용하여 최댓값 구하는 문제	2006 고려대 예시 논술
기하급수적 증가 상황을 파악하는 문제	2008 숙명여대 모의논술
등비수열의 형태로 늘어나는 띠 위에서의 개미의 움직임에 대한 문제	2003 중앙대 1학기 수시 논술
격자에 위치한 정사각형의 개수를 수열로 파악하고 극한을 구하는 문제	2005고려대 1학기 수시논술
지불금액이 늘어날 때 동전 지불방법의 수를 수열로 해석하는 문제	2003중앙대 1학기 수시논술
페아노의 공리계에 입각한 수학적귀납법이 자연과학의 귀납법과 어떻게 다른지에 관한 문제	2005 전북대 1학기 수시논술
수학적귀납법 원리에 관한 문제	2005 서강대 예시 논술
일상적으로 사용하는 귀납적 추리와 수학적귀납법의 차이에 관한 문제	2006 고려대 2학기 수시논술
황금비, 피보나치수열의 관계에 관한 문제	2006 고려대 예시 논술 2003 경북대
부호와 알고리즘에 관한 문제	2006 고려대 2학기 수시논술
확률적 개념을 이용하여 순차적으로 판단하는 절차에 대한 문제	2006 숙명여대 2학기 수시논술
합성함수에서 나타나는 수열의 극한에 관한 문제	2006 고려대 2학기 수시논술
행성 팽창에 따른 수열적 상황을 분석하는 문제	2006 고려대 1학기 수시논술

가) 이 영역을 준비하는 방법

(11) 규칙성 일반화에 관하여

특수한 사례로부터 직관적 추측, 시행착오, 규칙발견, 귀납적 실험 등의 과정을 통해 일반적 사실로 확장 또는 일반화하고, 그것을 다시 논리적으로 기술할 수 있는 능력을 중시 한다 다음 예는 규칙성 일반화와 관련하여 생각할 수 있는 논제이다.

다음 식이 성립한다고 한다. 규칙성 및 일반화에 초점을 맞추어 주어진 식과 관련된 수학적 사실을 자유롭게 논술하여라.

$$(I) \quad 1 = 1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 = 2^2 - 3^2 - 4^2 + 5^2 = 3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2$$

[채점기준]

주어진 식으로부터 일반화해 나가는 방향은 각자의 관점에 따라 매우 다양할 수 있다. 따라서, 기대되는 “정답”은 있을 수 없으며 각자가 정한 일반화의 방향에 대하여 얼마나 자연스럽게 동기부여를 하고 그것을 논리적으로 잘 기술하는가 하는 것이 주안점이 될 것이다. 즉, 일반화에 대한 자연스런 동기부여 및 그에 대한 논리적 서술이 주요 채점기준이 될 것이다.

[참고]

아래에 예시한 두 개의 예시논술은 전혀 다른 방향으로의 일반화에 대한 예를 보여 주고 있다. 보는 관점에 따라서 예시와 전혀 다른 논술의 가능성도 배제할 수 없다. 이 예시는 단지 예시일 뿐이며, 수험생들에게 예시논술2 정도 수준의 논술을 제한된 시간 안에 기대하기는 무리일 것으로 생각된다.

[예시논술 1]

(I)식의 다음에 다음과 같은 등식이 계속 이어질 것으로 추측된다.

$$4^2 - 5^2 - 6^2 + 7^2 = 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 = 6^2 - 7^2 - 8^2 + 9^2$$

실제로 계산을 통하여 위의 각 식의 값은 4로 일정함을 직접 계산을 통하여 확인할 수 있다. 이들 식은 일반식

$$(II) \quad 4 = n^2 - (n+1)^2 - (n+2)^2 + (n+3)^2$$

으로 표현할 수 있는 데, 실제로 n 에 관계없이 그 값이 4로 일정함을 알 수 있다.

(우변)

.....

식 (II)는 자연수 4의 매우 특수한 성질을 보여주고 있다. 즉, 4는 처음에 나타나는 수가 임의의 자연수인 연속된 네 자연수의 제곱의 합 또는 차로 표현 할 수 있음을 알 수 있다.

앞에서 본 4에 대한 성질이 다른 자연수에는 어떤 식으로 확장되는지 알아보자. 먼저, (II)식의 양변에 2^2 을 곱하면 16에 대한 일반식

$$16 = (2n)^2 - (2n+2)^2 - (2n+4)^2 + (2n+6)^2$$

을 얻고 좀 더 일반적으로 양변에 k^2 을 곱하면 일반식

$$(III) \quad (2k)^2 = (nk)^2 - (nk+k)^2 - (nk+2k)^2 + (nk+3k)^2$$

을 얻는다. 이 식으로부터 임의의 짝수의 제곱은 등차수열을 이루는 네 자연수의 제곱의 합과 차로 표현할 수 있음을 알 수 있다.

[예시논술 2]

(I)식의 다음에 다음과 같은 등식이 계속 이어질 것으로 추측된다.

$$4^2 - 5^2 - 6^2 + 7^2 = 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 = 6^2 - 7^2 - 8^2 + 9^2$$

실제로 계산을 통하여 위의 각 식의 값은 4로 일정함을 직접 계산을 통하여 확인할 수 있다. 이들 식은 일반식

$$(II) \quad 4 = n^2 - (n+1)^2 - (n+2)^2 + (n+3)^2$$

으로 표현할 수 있는 데, 실제로 n에 관계없이 그 값이 4로 일정함을 알 수 있다.

식(II)를 반복하여 적용하면 임의의 4의 배수는 연속된 자연수의 제곱의 합과 차로 표현할 수 있음을 알 수 있다. 예를 들어,

$$8 = 4 + 4 = (1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2) + (5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2) = \dots$$

이에 착안하여 4의 배수가 아닌 자연수들에 대해서도 알아보면 다음과 같다. 먼저, $-3 = 1^2 - 2^2$ 와 (ii)를 반복적으로 이용하면 다음과 같이 임의의 $(4N+1)$ 꼴의 자연수도 연속된 자연수의 제곱의 합과 차로 표현할 수 있음을 알 수 있다.

$$1 = -3 + 4 = (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2)$$

$$5 = 1 + 4 = (1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2) + (7^2 - 8^2 - 9^2 + 10^2)$$

또, 과 (ii)를 반복적으로 이용하면 임의의 $(4N+3)$ 꼴의 자연수도 연속된 자연수의 제곱의 합과 차로 표현할 수 있음을 알 수 있다.

$$7 = 3 + 4 = (-1^2 + 2^2) + (3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2)$$

$$11 = 7 + 4 = (-1^2 + 2^2) + (3^2 - 4^2 - 5^2 + 6^2) + (7^2 - 8^2 - 9^2 + 10^2)$$

이제 마지막 남은 $(4N+2)$ 꼴의 자연수 에 대한 것은 결국 “2를 연속된 자연수의 제곱의 합과 차로 표현할 수 있는가?” 하는 문제로 귀결된다. 본인으로서는 이 문제의 가부는 현재로서는 알 수 없으며, 주어진 식과는 독립적인 별도의 문제로 보인다. 여기서는 그에 대한 문제 제기로서 그친다.

고등학교 수학교육과정에 기초하여 출제되며 일반적인 주관식 수학문제 형식으로 이해하면 됩니다. 이 형식의 문제는 답뿐만 아니라 답에 이르는 풀이과정도 채점대상이 됩니다. 따라서 확실한 정답에

이르지 못하더라도 자신이 풀어낼 수 있는 과정까지 최선을 다해 답안을 작성하는 것이 좋습니다.

그리고 또 다른 예는 주어진 자료들을 수열과 변화율 등의 수학적 개념을 이용하여 분석하는 문제로 월별 판매량과 월별 판매량의 변화 추이를 파악한 후 이를 토대로 앞으로의 판매량의 추이를 비교 분석하는 능력도 필요하며, 도형과 수열 그리고 극한 등을 조합한 융합 문제에도 관심을 갖어야 합니다. 예를 들면 주어진 점들을 이용하여 만들 수 있는 정사각형의 개수를 세는 부분은 세 단계로 나누었으며 이를 이용하여 극한을 구분구적법 등을 이용하여 구하는 문제입니다. 기하, 수열, 극한 등을 잘 이해하고 활용하는 능력도 필요합니다.

(12) 귀납적 추리와 수학적귀납법을 이용한 합리적 논증 대비

영희와 철수는 ‘귀납적 추리’와 ‘수학적 귀납법’을 적용한 논증을 제시하려 하고 있다. 누가 어떤 논법을 적용하고 있는지 판단해 이들의 논증에 문제점이 있으면 지적하고, 각자의 주장을 정당화하기 위한 올바른 논법을 선택한 후 합리적인 논증을 제시하시오. <2006학년도 고려대 수시 2학기>

영희 : 태권도가 올림픽 정식종목으로 채택된 첫 번째 대회에서 우리나라는 한 개 이상의 금메달을 획득했지. 지난 2004년 올림픽의 태권도 종목에서 한 개 이상의 금메달을 획득했기 때문에 다음 2008년 올림픽의 태권도 종목에서도 한 개 이상의 금메달을 획득할 것이 틀림없어. 마찬가지로 생각하면 앞으로도 모든 올림픽의 태권도 종목에서 우리나라는 한 개 이상의 금메달을 획득할거야.

철수 : 1부터 100까지의 자연수들의 합은 101을 백 번 더해서 2로 나눈 것과 같고, 1부터 1000까지의 자연수들의 합은 1001을 천 번 더해서 2로 나눈 것과 같고, 1부터 10000까지의 자연수들의 합은 10001을 만 번 더해서 2로 나눈 것과 같잖아. 이와 같이 모든 자연수에 대해 1부터 n 까지의 자연수들의 합은 $n+1$ 을 n 번 더해서 2로 나눈 수와 같을 거야. 아직까지 이 조건이 성립하지 않는 예를 발견한 사람은 없잖아?

해설 : 우리나라가 2004년 올림픽의 태권도 종목에서 한 개 이상의 금메달을 획득했다고 해서 2008년 올림픽에서도 한 개 이상의 금메달을 딸 수 있다고 장담할 수는 없다.

메달의 획득 여부는 출전선수들의 기술이나 컨디션 등 여러 요인에 의해 결정되기 때문이다.

또 철수의 경우 단지 3번의 시행에 의해 얻어진 결과로 앞으로 전개될 모든 경우에 성립한다고 볼 수 없다.

영희의 경우 ‘수학적 귀납법’을, 철수는 ‘귀납적 추리’를 적용해 각각 오류를 범하고 있다. 따라서 영희는 ‘수학적 귀납법’ 대신 ‘귀납적 추리’를, 철수는 ‘귀납적 추리’ 대신 ‘수학적 귀납법’을 적용하면 자신의 주장을 정당화할 수 있다.

영희의 경우 확실히 증명할 수 없는 사실을 경험에 의해 미래의 사건을 예측해야 하므로 귀납적 추리를 이용해 자신의 주장을 다음과 같이 정당화할 수 있다.

“우리나라는 태권도가 올림픽 정식종목으로 채택되기 오래전부터 각종 태권도 경기에서 우승을 차지해왔다. 자료를 조사해 보면 우리나라가 2004년까지 출전한 어떤 경기에서도 금메달을 한 개 이상 따지 않은 적이 없었다. 따라서 2008년 올림픽에서도 한 개 이상의 금메달을 딸 것으로 추정된다.”

철수의 경우 모든 자연수에 대해 성립함을 보이려면 수학적 귀납법을 이용해 자신의 주장을 다음과 같이 정당화할 수 있다. 모든 자연수 n 에 대해 1부터 n 까지의 자연수들의 합은 $n+1$ 을 n 번 더해서 2로 나눈 수와 같음은 다음과 같이 보일 수 있다.

① $n=1$ 일 때, $1 \cdot (1+1)/2=1$ 이므로 성립한다.

② $n=k$ 일 때, 1부터 k 까지의 자연수들의 합이 $k(k+1)/2$ 라고 가정하면, $n=k+1$ 일 때, 1부터 $(k+1)$ 까지의 자연수들의 합은 $k(k+1)/2$ 에 $k+1$ 을 더한 값과 같으므로 이 값을 정리하면 $k(k+1)/2+(k+1) = (k+1)(k+2)/2$ 이다. 따라서 가정하면 1부터 $(k+1)$ 까지의 자연수들의 합은 $(k+2)$ 를 $(k+1)$ 번 더해서 2로 나눈 값과 같다.

그러므로 모든 자연수는 n 에 대해 1부터 n 까지의 자연수들의 합은 $n+1$ 을 n 번 더해서 2로 나눈 수와 같다

(13) 피보나치 수열 관련 문제에 대하여

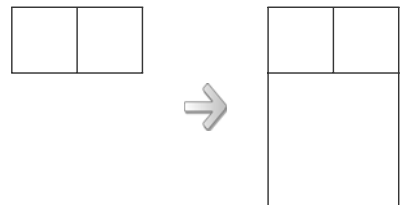
〈제시문 1〉

수열 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...은 고대 그리스 시대에서부터 유래된 것으로 아마도 지구상에서 가장 널리 알려져 있는 수열이라고 할 수 있을 것이다. 이 수열은 1202년 피보나치가 토끼 개체수의 증가 모델을 제시할 때 사용된 이후, 피보나치 수열로 알려져 있다. 피보나치가 개체수의 증가 모델을 위와 같은 방식으로 모델링한 이유는 그 당시에는 미적분이 존재하지 않았기 때문이다.

피보나치 수열은 자연에서 피보나치의 수를 따르거나 황금비를 따르는 현상에서도 발견된다. 꽃잎의 개수, 줄기가 뻗어나가는 패턴, 조개의 무늬, 해바라기의 씨 등에서 피보나치의 수, 황금비가 발견된다. 그러나 피보나치의 수에는 자연 현상을 설명하는 것 이상의 수학적 구조가 들어있어 우리의 상상 이상으로 많은 분야에서 이용되고 있다. 이와 같은 이유로 피보나치 수열에 대한 연구가 아직도 계속 되고 있다.

〈제시문 2〉

단위 정사각형(한 변의 길이가 1인 정사각형)이 두 개 주어져 있다. 여기에 길이가 다른 정사각형을 한 개 붙여 직사각형을 만들면 오른쪽 그림과 같다. 이와 같은 직사각형을 2×3 직사각형이라고 한다. 이와 같은 방법으로 정사각형을 한 개씩 붙여 직사각형을 만들려고 한다. 정사각형을 붙여나가는 규칙을 다음과 같이 정하자.



[규칙1] 단위 정사각형 이외의 정사각형은 한 번만 사용한다.

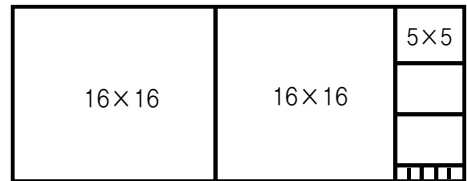
[규칙2] 정사각형을 붙인 모양은 항상 직사각형을 유지한다.

위 규칙을 따라 정사각형을 붙여나가는 것을 정사각형붙이기라 부르자.

〈제시문 3〉



두 변의 길이가 37, 16인 직사각형을 정사각형으로 분할해보자. 이때, 정사각형의 개수를 최소로 하자. 이와 같은 분할을 최소정사각형분할이라 부르자. 짧은 변의 길이가 16이므로 오른쪽 그림과 같이 이 직사각형에서 16을 한 변으로 하는 정사각형이 두 개 만들어지고 두 변의 길이가 16, 5인 직사각형이 남는다. 이 직사각형에서 다시 짧은 변의 길이인 5를 한 변의 길이로 하는 정사각형을 만들면 정사각형을 3개 만들 수 있다. 이때, 오른쪽 아래 모서리에는 두 변의 길이가 1, 5인 직사각형이 남는다. 이 직사각형을 다섯 개의 단위 정사각형으로 나눈다. 따라서 두 변의 길이가 37, 16인 직사각형은 그림과 같이 정사각형으로 분할된다.



즉, 2개의 16×16 정사각형, 3개의 5×5 정사각형, 그리고 5개의 1×1 정사각형을 얻는다. 이와 같이 최소정사각형분할에서 얻는 정사각형의 개수를 큰 것부터 늘어놓아 $\langle 2, 3, 5 \rangle$ 로 표시하자.

[문제1]

(1) 단위정사각형 두 개에서 시작하여 〈제시문 2〉의 규칙에 따라 정사각형붙이기를 하였다. 사용된 정사각형의 한 변의 길이를 순서대로 나열해보아라.

(2) 연분수 $2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}}$ 를 간단히 $[2, 3, 5]$ 로 표시하자. 〈제시문 3〉에서 37×16 직사각형의 최

소정사각형분할에 쓰인 서로 다른 정사각형의 개수 $\langle 2, 3, 5 \rangle$ 와 연분수 $[2, 3, 5]$ 와 어떤 관계가 있는지 설명하여라.

(3) 〈제시문 3〉의 규칙에 따라 28×36 직사각형의 최소정사각형분할을 구해보아라. 가장 작은 정사각형이 1×1 이 아니고 4×4 인 이유는 무엇일까? 또, 직사각형의 개수 2는 무엇을 의미하는가?

[문제2]

- (1) 단위 정사각형 두 개로 시작하여 정사각형붙이기를 해나가는 과정을 (1), (2), (2, 1), (2, 1, 1), (2, 1, 1, 1), (2, 1, 1, 1, 1), ... 과 같이 나타내기로 하자. 위 과정에서 만들어지는 사각형의 크기에서 어떤 규칙을 얻을 수 있는가?
- (2) <제시문 2>와 같이 단위 정사각형 두 개로 시작하여 정사각형붙이기를 하는 것과 <제시문 3>과 같이 어떤 직사각형을 최소정사각형 분할하는 것과의 관계를 설명하여라.
- (3) 위 과정에서 만들어지는 사각형의 짧은 변의 길이로 만들어지는 수열 f_n 을 구하여라. (단, 반복되는 수는 무시한다). 또, n 이 무한히 커질 때, $\frac{f_{n+1}}{f_n}$ 의 극한값을 구하여라.
- (4) n 이 무한히 커질 때, $\frac{f_{n+2}}{f_n}$ 의 극한값을 구하여라. 또, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+k}}{f_n}$ 를 추측하여라.

<문제 해설>

[문제1]

- (1) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...
- (2) 두 정수 37, 16을 나눗셈을 이용하여 연분수로 나타내면

$$\frac{37}{16} = \frac{2 \times 16 + 5}{16} = 2 + \frac{5}{16} = 2 + \frac{1}{\frac{16}{5}} = 2 + \frac{1}{\frac{3 \times 5 + 1}{5}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}}$$

된다. 분할에 쓰인 서로 다른 정사각형의 개수 <2, 3, 5>와 연분수 $[2, 3, 5]$ 에 쓰인 수가 같음을 알 수 있다. 이 둘을 연결하는 것은 몫과 나머지도이다.

- (3) 28×36 직사각형을 최소정사각형분할하면 여기에 쓰이는 서로 다른 정사각형의 개수는 <1, 3, 2>이다. 즉, 28과 36의 최대공약수가 4이므로 가장 작은 정사각형은 한 변의 길이가 4인 정사각형이다. 이 정사각형의 개수가 2라는 것은 정사각형붙이기로 28×36 직사각형을 만들려면 4×4 정사각형을 2개 붙인 후, 긴 변에 또 다른 정사각형을 붙여 나가야한다는 것을 의미한다.

[문제2]

- (1) 만들어지는 직사각형은 변의 길이는 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... 즉, 피보나치 수이다.
- (2) 정사각형붙이기에서는 서로 다른 정사각형을 오직 1개만 사용하게 된다(단위 정사각형 제외). 그러나 최소정사각형분할에서는 처음 두 수(직사각형의 두 변의 길이)에 의해 한 종류의 정사각형이 몇 번 쓰이는가가 정해진다. 만약 최소정사각형분할에서 <1, 1, ..., 1, 1, 1, 1, 2>를 얻는다면 처음 직사각형의 두 변의 길이는 이웃한 피보나치 수이다.

(3) 수열 $f_1 = f_2 = 1$, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$ ($n \geq 1$)을 얻는다. 이것을 피보나치 수열이라고 한다.

구하는 극한값을 ϕ 라고 하면 $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{f_n + f_{n-1}}{f_n} = 1 + \frac{f_{n-1}}{f_n}$ 에서

$\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$ 을 얻는다. 따라서 $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ 을 풀면 $\phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 에서 $\phi > 0$ 이므로

$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.

(4) $F_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+2}}{f_n}$ 라고 하면 $\frac{f_{n+2}}{f_n} = \frac{f_{n+1} + f_n}{f_n} = \frac{f_{n+1}}{f_n} + 1$ 에서

$F_2 = \frac{1}{\phi} + 1$ 을 얻는다. 또, $F_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+k}}{f_n}$ 라고 하면, $F_3 = 2\phi + 1$,

$F_4 = 3\phi + 2$ 이므로 $F_k = f_k \phi + f_{k-1}$ 임을 추측할 수 있다.

〈유의점〉

본 문제는 직사각형의 분할과 붙이를 통하여 몫과 나머지의 의미를 알아보는데 있다. 〈제시문 2〉에서 사용한 두 수 16, 37을 다른 각도로 바라보자.

정사각형타일을 편이 상 타일이라 부르고 두 개의 타일을 붙여 놓은 것을 도미노라 부른다. 타일 쌓기의 규칙을 정해보자. 타일을 쌓기 위한 판이 있고 판에는 왼쪽부터 번호를 0, 1, 2, ... 로 붙이며 각 위치를 예를 들어 2번째 방(기호로 B_2) 등으로 부른다.

(규칙1) 각 방에는 최대층수가 정해진다. 예를 들어 B_2 의 최대층수는 a_2 로 표시한다.

(규칙2) 각 방은 타일이나 도미노로 채워야하며 도미노는 1층에서만 사용하고 도미노 위에는 타일을 놓을 수 없다.

먼저 방이 3개이고 각 최대층이 $a_0 = 2$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$ 인 경우를 생각해보자.

(1) 타일만 사용할 때

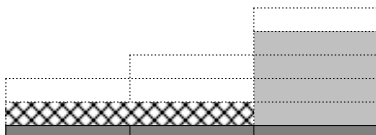
각 방 1층에 적어도 하나의 타일이 있으면서 주어진 층 수 아래서 놓는 모든 방법은 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 가지

(2) 도미노를 사용할 경우

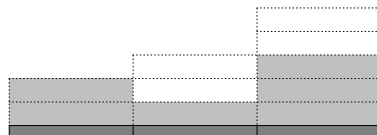
① B_1, B_2 에 도미노를 놓으면 B_3 에 타일을 놓는 경우의 수가 5이므로 5가지

② B_2, B_3 에 도미노를 놓으면 B_1 에 타일을 놓는 경우의 수가 2이므로 2가지

따라서 총 37가지이다. 다음 그림은 37가지 중에서 두 개의 예이다.



1개의 도미노와 4개의 타일



6개의 타일

위 예에서 기호

$$P(a_0, a_1, a_2) = P(2, 3, 5) = 37 \text{ 를 사용하고}$$

$$Q(a_0, a_1, a_2) = P(a_1, a_2)$$

라 하자. 이 때, $P(a_1, a_2) = P(3, 5) = 15 + 1 = 16$ 임을 알 수 있다. 일반적으로

- (1) $P(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ 이란 각 방에 최대총수가 $a_0, a_1, \dots, a_n$ 인 $(n+1)$ 개의 방에 (규칙1)과 (규칙2)에 따라 타일과 도미노를 사용하여 쌓는 가지수이다.
 (2) $Q(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n) = P(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 로 정의한다.

앞에서 알아본 예에서 비율 $\frac{P(a_0, a_1, a_2)}{P(a_1, a_2)} = \frac{37}{16}$ 은 무엇인가?

먼저 두 정수 37, 16에 몫과 나머지를 거듭 시행하면

$$37 = 2 \times 16 + 5$$

$$16 = 3 \times 5 + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 거듭 시행한 몫과 나머지를 분수형태로 바꾸면

$$\frac{37}{16} = \frac{2 \times 16 + 5}{16} = 2 + \frac{5}{16} = 2 + \frac{1}{\frac{16}{5}} = 2 + \frac{1}{\frac{3 \times 5 + 1}{5}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}} \text{ 인 연}$$

분수 형태로 표시된다. 이 연속된 분수에 순서대로 있는 2, 3, 5와 각 최대총수를 나타낸 $a_0 = 2, a_1 = 3, a_2 = 5$ 와는 어떤 관련이 있는가?

정의. 연속된 분수

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}} \text{ 를 } [2; 3, 5] \text{로 간단히 표시하자. 계산에 의하여 } [2; 3, 5] = \frac{37}{16} \text{ 이고 분자 37과}$$

분모 16은 2, 3, 5에 의하여 결판나므로 $37 = p(2, 3, 5), 16 = q(2, 3, 5)$ 로 표시할 수 있다. 일반적으로 본 강의에서는 양의 정수 a_i 에 대하여

$$[a_0; a_1, a_2, \dots, a_n] = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \dots \frac{1}{a_n}}} \text{를 단순연분수 또는 간단히 연분수라 부르기}$$

로 하겠다.

연속된 분수계산에 의하여

$$[a_0, a_1, a_2, \dots, a_n] = \frac{p(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)}{q(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)} \text{라 하면 다음을 얻는다.}$$

$$\begin{aligned}
 (1) : [a_0 a_1, a_2, \dots, a_n] &= a_0 + \frac{1}{[a_1, a_2, \dots, a_n]} = a_0 + \frac{1}{\frac{p(a_1, a_2, \dots, a_n)}{q(a_1, a_2, \dots, a_n)}} \\
 &= a_0 + \frac{q(a_1, a_2, \dots, a_n)}{p(a_1, a_2, \dots, a_n)} = \frac{a_0 p(a_1, a_2, \dots, a_n) + q(a_1, a_2, \dots, a_n)}{p(a_1, a_2, \dots, a_n)}
 \end{aligned}$$

(2) : (1)에 의하여

$$p(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n) = a_0 p(a_1, a_2, \dots, a_n) + q(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

$$q(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n) = p(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

앞에서 $P(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ 이란 각 방에 최대층수가 $a_0, a_1, \dots, a_n$ 인 $(n+1)$ 개의 방에 (규칙1)과 (규칙2)에 따라 타일과 도미노를 사용하여 쌓는 가지수이고

$Q(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = P(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ 로 정의하였다. 첫 번째 방의 최대층수는 a_0 이다.

$P(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ 는 다음 두 가지를 포함한다.

(i) 첫 번째 방 B_0 에 도미노가 없다

(ii) 첫 번째 방 B_0 에 도미노가 있다

따라서

(i)은 $a_0 P(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 개의 쌓기를 결정하고

(ii)는 첫째 방과 둘째 방에 걸쳐 도미노가 있으므로 $P(a_2, a_3, \dots, a_n)$ 개의 쌓기를 결정한다. 그

러므로 $P(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n) = a_0 P(a_1, a_2, \dots, a_n) + P(a_2, a_3, \dots, a_n)$

$$= a_0 P(a_1, a_2, \dots, a_n) + Q(a_1, a_2, \dots, a_n) \text{ 이다.}$$

이제 다음 정리를 얻는다.

정리. 양의 정수 $a_0, a_1, \dots, a_n$ 에 대하여 $[a_0, a_1, \dots, a_n] = \frac{p_n}{q_n}$ 라 하면

(1) p_n 은 최대층수가 $a_0, a_1, \dots, a_n$ 인 $(n+1)$ 개의 방에 타일과 도미노를 쌓는 가지수이고

(2) q_n 은 최대층수가 $a_1, \dots, a_n$ 인 n 개의 방에 타일과 도미노를 쌓는 가지수이다.

한편 피보나치 수열과 몫과 나머지의 연관성에 대한 예를 하나 들어보자. 먼저 피보나치 수와 황금비로 알려져 있는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 사이에는 피보나치 수 f_n 과 $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 에 대하여

$\alpha^{n-2} < f_n < \alpha^{n-1}$ ($n \geq 3$) 이 성립한다. 이 때, 피보나치 수열은 $f_0 = 0, f_1 = 1$ 이다. 이를 수학적 귀납법을 이용하여 증명하여보자.

$n = 3, 4$ 일 때, 다음과 같이 성립함을 알 수 있다.

$$n = 3 : \alpha^{n-2} = \alpha = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} < \frac{1+3}{2} = 2 = F_3$$

$$n = 4 : \alpha^{n-2} = \alpha^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 < \frac{3 + \sqrt{5}}{2} < \frac{3+3}{2} = 3 = f_4$$

이제 $n = 3, 4, \dots, k$ 일 때 정리가 성립한다고 가정하고 $n = k + 1$ 일 때 성립함을 보이자(이때, $k \geq 3$).

$\alpha^2 = \alpha + 1$ 이므로 양변에 α^{k-3} 을 곱하면

$$\alpha^{n-2} = \alpha^{k-1} = \alpha^{k-2} + \alpha^{k-3} < f_k + f_{k-1} = f_{k+1}$$

따라서 수학적 귀납법에 의하여 $\alpha^{n-2} < f_n$ ($n \geq 3$) 이다. 같은 방법으로 $f_n < \alpha^{n-1}$ ($n \geq 3$) 을 보일 수 있다.

이번에는 피보나치 수를 이용하여 두 수의 나눗셈의 횟수에 대하여 알아보자. 우리는 앞에서 두 정수 3654, 1365에 몫과 나머지를 연속하여 적용해 보자.

$$3654 = 1365 \times 2 + 924$$

$$1365 = 925 \times 1 + 441$$

$$924 = 441 \times 2 + 42$$

$$441 = 42 \times 10 + 21$$

$$42 = 21 \times 2 + 0$$

이를 일반적인 표현과 비교하면

두 정수 $a \geq b \geq 2$ 에 대하여 $a = r_0, b = r_1$ 이라 하면

$$r_0 = r_1 q_1 + r_2 \quad 0 \leq r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2 q_2 + r_3 \quad 0 \leq r_3 < r_2$$

...

$$r_{n-2} = r_{n-1} q_{n-1} + r_n \quad 0 \leq r_n < r_{n-1}$$

$$r_{n-1} = r_n q_n$$

따라서 나눗셈의 횟수는 n 으로 $\gcd(a, b) = r_n$ 를 구할 수 있다. 그러면 나눗셈의 횟수와 a, b 사이에 어떤 관계가 있을까?

$$r_{i-1} > r_i, \quad q_i \geq 1 \quad (1 \leq i \leq n)$$

특히, $r_{n-1} > r_n, q_n \geq 2$, 이고 $r_n \geq 1$ 이므로

$$r_{n-1} \geq 2 = f_3$$

$$\begin{aligned}
r_{n-2} &= r_{n-1}q_{n-1} + r_n \geq r_{n-1} + r_n \geq f_3 + 1 = f_3 + f_2 = f_4 \\
r_{n-3} &= r_{n-2}q_{n-2} + r_{n-1} \geq r_{n-2} + r_{n-1} \geq f_4 + f_3 = f_5 \\
&\dots \\
r_1 &= r_2q_2 + r_3 \geq r_2 + r_3 \geq f_n + f_{n-1} = f_{n+1}
\end{aligned}$$

즉,

$$b \geq f_{n+1}$$

$$b \geq f_{n+1} > \alpha^{n-1}, \text{ 여기서 } \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ 이고 } n \geq 3$$

따라서,

$$b > \alpha^{n-1} \text{ 또는 } \log b > (n-1) \log \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (\text{여기서 } \log \text{는 상용로그) 이다. 계산기를}$$

$$\text{이용하면 } \log \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.20898 > \frac{1}{5}$$

그러므로 b 가 k 자리수이면

$$b < 10^k \text{ 또는 } \log b < k$$

따라서

$$k > (n-1) \log \frac{1+\sqrt{5}}{2} > \frac{n-1}{5} \text{ 또는 } n \leq 5k$$

그러므로 나머지 횃수는 자리수의 5배 이하이다.

위에서 구한 횃수를 좀더 엄밀하게 해보자.

$$\log b > (n-1) \log \frac{1+\sqrt{5}}{2} > \frac{n-1}{5}$$

에서 $1 + 5 \log b > n$ 이고 $b \geq 2$ 이므로 $5 \log b \geq 5 \log 2 > 1$ 이다. 따라서

$$n < 1 + 5 \log b < 5 \log b + 5 \log b = 10 \log b$$

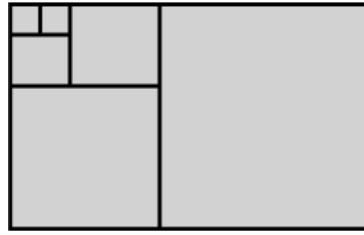
참고자료 : 인하대 수리논술 자료

피보나치 수열의 점화식 $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ ($F_1 = F_2 = 1$)은 다음 그림으로 설명될 수 있다. 즉, 각 각의 단위 정사각형의 한 변의 길이를 1이라 하고, 각각의 정사각형을 크기 순으로 나열했을 때, F_n 은 n 번째 정사각형의 한 변의 길이가 된다.

그러면 그림에서 보는 것처럼 $F_3 = F_1 + F_2$, $F_4 = F_2 + F_3$, $F_5 = F_3 + F_4$, ...임을 쉽게 알 수 있다.

그러면 $F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots + F_n^2$ 이 의미하는 것을 이 그림을 통해 설명하시오.

(2003 경북대)



[답안 예시]

n 번째 정사각형까지 그린 모든 정사각형이 다음과 같다고 하자

$F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots + F_n^2$ 은 각각의 정사각형의 넓이의 합이라는 것을 알 수 있다. 주어진 식의 의미를 알아보기 위해 모든 사각형의 넓이를 전체를 이루는 직사각형의 가로와 세로를 곱하여 구해보면 다음과 같다. 그림으로부터 전체를 이루는 직사각형의 가로의 길이는 $F_{n-1} + F_n$

이고 세로의 길이는 F_n 이 된다. 즉,

$$\text{모든 사각형의 면적} = (F_{n-1} + F_n) \times F_n = F_{n-1} \cdot F_n + F_n^2$$

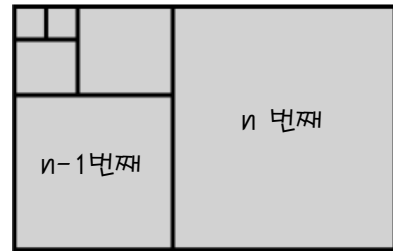
$$\text{따라서 } F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots + F_n^2 = F_{n-1} \cdot F_n + F_n^2$$

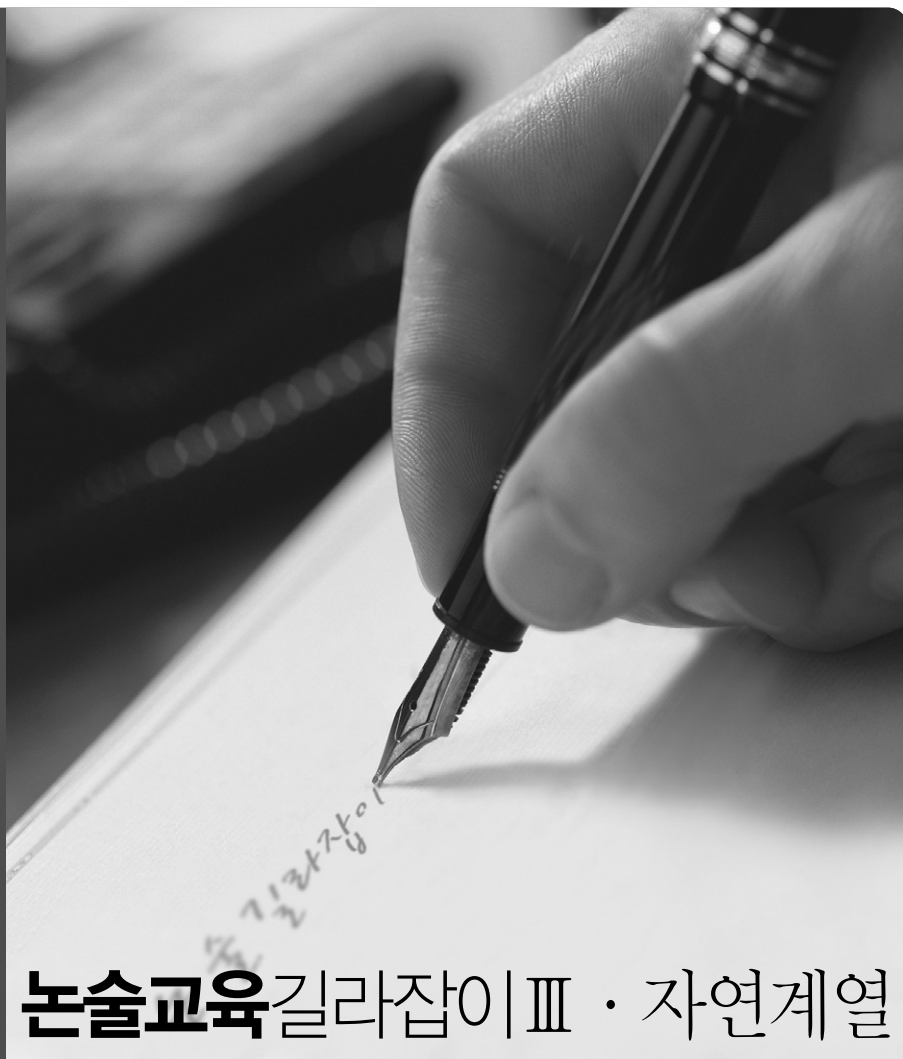
양변에서 F_n^2 을 소거하면 다음과 같다.

$$F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots + F_{n-1}^2 = F_{n-1} \cdot F_n \dots\dots ①$$

①식의 의미는 모든 사각형의 넓이로도 해석할 수 있지만 $n-1$ 번째 정사각형의 한 변과 n 번째 정사각형의 한 변으로 이루어진 직사각형의 넓이를 의미한다.

즉, ‘피보나치수열의 일반항의 제곱의 합은 마지막 항과 그 다음 항의 곱과 같다.’는 의미이다.





노술교육길라잡이Ⅲ · 자연계열

2. 과학노술

2. 과학논술

가. 자연계 개요

1) 과학논술의 주제개요

어떠한 학습이던 이상적으로는 전체 교육과정의 내용을 이해하고 다양하게 응용된 형태를 알고, 준비하기 위한 꾸준한 연습이 필요하다. 하지만, 수많은 교과내용과 학습에 필요한 시간을 생각해 보면 그리 녹록치 않은 일이다. 그래서 수능을 준비하기 위한 학습서를 보면 흔히 단원 시작 전, 몇 년도 고사에서 몇 문항이 어떻게 출제됐는지에 대한 단원별 유형을 소개하며 시작한다. 이는 빈출 단원과 출제형태의 파악이 학습 분량과 시간의 압박으로부터 효율을 높여줄 수 있는 전략의 하나이기 때문이다. 논술에서도 자주 출제되는 주제나 형태가 있기 마련이다. 따라서 이와 관련된 주제를 학습하고 준비한다면, 좋은 성과를 얻을 수 있을 것이다. 다만 기출문제가 오랫동안 누적되었다면 신뢰성이나 타당도가 높겠지만, 자연계 논술의 경우 자료가 충분하지 않으므로 유형을 익히는데 중점을 두고 보았으면 한다.

통합논술에 사용되는 주제를 교육과정상의 연관성을 중심으로 나누면 아래 표와 같이, 교육 과정 내에 있는 학습내용과 교육 과정을 벗어난 학습 내용 두 가지로 볼 수 있다.

분류	교육과정 내 지식		교육과정 외 지식	
	과학 교과 내	범교과 간	교과 심화	STS
특징	과학 교과 내 지식이지만 물화생지 과목별 경계가 모호하며 무 학년적 특징을 보임	과학과 수학, 과학과 사회 등의 서로 다른 교과의 지식을 활용	고등학교 과정 이상의 심화된 지식을 필요로 하는 경우	과학사, 철학적 요소, 윤리적 내용 등의 사회적인 부분이나 기술, 시사적인 내용으로 구성

첫 번째, 교육 과정 내의 학습 내용은 공통과학, 심화선택 I, II 교과 등 다양한 내용이 구성되고 무학년의 특징을 보인다. 아울러, 제시문과 논제에서 요구되는 내용은 단일교과 제시가 아닌, 수리+과학, 과학1+과학2, 사회+과학 등 서로 통합되어 범교과적으로 제시되는 것이 대세이다.

두 번째, 교육 과정 외적인 내용으로 이는 교과와 연관된 심화내용을 다루거나 과학사, 과학 철학적 내용이나 시사적 내용 또는 새로이 밝혀지고 조명되고 있는 사실을 인용하는 경우가 대부분이다. 교과 외적인 내용은 지식적인 내용의 암기보다 제시된 내용을 읽고 이해하는 사고력에 맞추어 제시되므로 교과외적인 내용에 대한 부담을 갖을 필요는 없다. 하지만, 이를 알고 있다면 유리한 면이 있으므로 여러 교과서에 나와 있는 심화 내용이나, 시사적인 부분은 늘 관심을 갖고 자료를 정리하여 두면 좋다.

대학에서 요구하는 논술 답안은 배경 지식을 외워서 많이 알고 쓴 것이 아니라 지식을 이용한 사고 과정을 통해 쓴 논리적인 답안이다. 배경 지식을 많이 알고 있는 것이 중요한 것이 아니라 효율적인 지식의 습득과 이를 이용한 사고력 증진이 중요하다. 그렇다면 효율적인 지식이란

무엇이겠는가? 그것은 논술 주제로 많이 활용되는 내용일 것이다. 또한 사고력은 학습한 지식적 내용이 어떻게 현상과 연관되는지 연관성 훈련과 다양한 문제의식을 통해 길러진다. 따라서 특정지식을 위주로 요행을 바라기보다 평상시 교과 학습을 통해 논술능력을 키워나가기 바라며, 이제 교과와 관련된 논술 주제를 세부적으로 파악해 보자.

2) 과학 교육과정에 따른 논술주제

현재, 7차 교육과정에서 배우는 과학교과는 10학년 공통과학과 11~12학년의 심화선택과목으로 나뉜다. 심화선택 과목은 분야별로 물리, 화학, 생물, 지구과학으로 나뉘고 이는 다시 심화정도에 따라 I과 II로 나뉘어져 있다.

공통과학은 탐구 능력을 키우기 위한 내용으로 구성되며, 과학의 탐구와 주제별 탐구내용에 해당되는 에너지, 물질, 생명, 지구 및 환경으로 구성되어 있다. 물리는 우리 주변에서 관찰되는 현상과 관련된 내용을 중심으로 이루어져 있고 운동, 힘, 에너지, 물질, 열, 소리, 빛 그리고 원자의 구성 등과 같은 주제로 되어 있다. 물리는 크게, 고전역학과 전자기학, 빛과 양자역학으로 대표되는 현대 물리로 나눌 수 있다. 화학은 물질과 관련된 내용으로 구성되어 있으며 물질을 구성하는 기본입자인 분자와 물질을 구성하는 법칙과 변화현상에 대한 내용으로 구성되어 있다. 세부주제로는 물, 공기, 금속, 탄소화합물과 같은 우리 주변의 물질과 물질의 상태와 성질, 분자와 분자사이에 작용하는 법칙, 반응속도론이 있다. 생물학은 살아 있는 생명체를 대상을 물리-화학적으로 관찰하고 연구하는 학문으로 생명의 특성과 관련된 내용으로 구성되어 있다. 세부주제로는 세포, 물질대사(광합성과 호흡), 자극과 반응(항상성), 생식, 유전 등으로 구성되어 있다. 지구과학은 지구와 지구 밖의 우주를 연구 대상으로 삼는다. 보통 지질학, 대기과학, 해양학, 천문학으로 나뉜다. 생물학과 지구과학은 우리 주변에서 관찰되는 현상과 물질에 대하여 물리-화학적 접근을 통해 해석하고 연구하므로 통합적인 논술주제로 많이 출제되며 활용되고 있다. 아울러, 과학적인 검증이나 실험, 자료에는 수리적인 능력을 많이 필요로 하고 이와 연관된 제시문이나 문항이 자주 출제되므로 과학논술에 필요한 수리적인 능력도 중요하다. 수리적인 부분은 대부분 심화선택과목의 법칙이나 증명에 자주 나오고 있으므로 단순히 공식을 암기하기보다 공식이 갖는 의미와 과정을 충분히 이해하기 바란다.

3) 과학교과별 대단원과 출제빈도

출제 빈도는 주요 대학의 2007 기출 문항(총 6개 대학)과 2008 예시 문항(총 8개 대학) 및 2008 수시와 정시문항(총 13개 대학)을 중심으로 관련성을 표시하였으며 제시문과 논제의 주제는 중복하여 모두 표시 하였다. 중학교 과정까지에서 이해할 수 있는 내용은 단원 내용에 포함 시키지 않았으며 유사 주제는 하나로 묶어서 표시하여 가급적이면 사용된 주제를 전부 표시하되 지나친 중복현상을 피하도록 기재하였다.

아울러, 공통과학이나 I, II에서 중복될 수 있는 내용은 제시문이나 논제에서 포함하고 있는 내용의 수준을 고려하여 이해가 가능한 최소 수준으로 표시하였다. 주제의 포괄성은 대단원, 중단원, 소단원으로 구분하여 표시 하였다. 예를 들면 2008 서울대 예시1차 3번과 4번 문항의 경우 밀도(미포함), 크기와 모양(미포함), 표면적+세포물질의 이동(공통과학 : 반응속도의 영향요인 1회), 지구환경+행성의

특징+만유인력+생명체특징(지구과학I ; 하나뿐인 지구, 태양계행성) 과 같이 표시하였다.

교과	대단원	중단원	소단원내용 및 출제빈도	중요도 ⁸⁾
공통 과학	과학의 탐구	과학의 탐구	과학, 과학자, 과학적탐구(***) ⁹⁾ , 과학·기술·사회	☆ ☆
	에너지	힘과 에너지	운동의 법칙, 운동량과 충격량(*)	☆
		전기 에너지	옴의 법칙, 전류의 열작용, 전자기(력)(*)	☆
		파동 에너지	파동의 전파(**), 파동의 종류와 성질(***)	☆ ☆ ☆
		에너지의 전환	에너지 전환과 흐름(***)	☆ ☆
공통 과학	물질	전해질과 이온	전해질과 비전해질, 이온화, 전기분해	
		산과염기의 반응	산, 염기, 중화반응, 염의 형성	
		반응 속도	반응속도, 반응속도의 영향요인(*)	☆
	생명	물질 대사	물질대사, 광합성(*), 호흡(*), 효소(*)	☆ ☆
		자극과 반응	신경계, 감각기관(*), 호르몬, 항상성(*)	☆
		생식	생식기관·주기, 수정과 착상, 태아	
	지구	지구의 변동	지진과 화산, 판구조론	
		대기와 해양	날씨, 기후, 우리나라 주변의 해류, 해수	
		태양계와 은하	태양계, 행성, 태양, 별과 은하, 우주	
	환경	생물 농축, 산성비, 온실효과, 소음		
물리I	힘과 에너지(*)	속력과 속도, 가속도(*), 운동의 법칙(**), 힘의 법칙(**), 운동량과 충격량(**), 충돌과 운동량 보존, 일, 에너지(*), 역학적 에너지 보존		☆ ☆ ☆ ☆
	전기와 자기	전류와 전압, 저항의 연결(*), 전력과 전력량, 전류와 자기장(*), 자기력, 전자기 유도(*)		☆ ☆
	파동과 입자	파동의 발생과 반사(***), 파동의 굴절(****), 파동의 간섭(*), 파동의 회절, 빛과 물질의 이중성(**)		☆ ☆ ☆ ☆

8) ☆의 수에 따라 중요도가 높음을 의미한다. 표시가 없는 부분은 아직 출제가 되지 않았음을 의미한다.

9) *의 수에 따라 출제 횟수가 많음을 의미한다.

교과	대단원	중단원	소단원내용 및 출제빈도	중요도 ¹⁰⁾
물리II	운동과 에너지(*)	벡터의 계산(*), 속도와 가속도, 중력장내의 운동(**), 충돌(**), 등속 원운동(**), 만유 인력(***), 단진동, 열, 기체의 분자 운동, 열역학의 법칙(**)		☆☆☆☆
	전기장과 자기장	전기장(*), 직류회로(*), 자기장 내의 운동 전하(*), 교류, 전자기파		☆☆
	원자와 원자핵(*)	전자, 원자 모형, 수소 원자 스펙트럼, 원자핵, 핵변환(*)		☆
화학I	주변의 물질	물	물의 구조와 성질(**), 용해와 양금생성반응, 중화반응과 화학반응식, 물과 우리 생활(*)	☆☆
		공기	공기를 이루는 물질, 기체의 성질, 공기의 오염과 그 대책(온난화**)	☆☆
		금속	금속의 발견과 이용, 금속의 반응성과 금속의 성질(**), 알칼리금속과 할로겐원소	☆
	화학과 인간	탄소화합물 전체 관련(***)	원유와 연료(**), 지방족 탄화수소(*), 탄화수소의 유도체, 방향족 탄화수소, 고분자 화합물(****), 비누와 합성세제, 우리생활과 의약품, 화학이 해결해야할 과제	☆☆☆☆
화학II	물질의 상태와 용액	기체(**), 액체와 고체, 용해도와 용액의 농도(*), 묽은 용액의 성질(**)		☆☆☆
	물질의 구조	원자 구조와 전자배치(**), 주기율과 주기율표, 화학 결합의 종류, 공유 결합과 분자(*), 분자 사이에 작용하는 힘(**)		☆☆☆
	화학 반응	화학반응과 에너지(*), 반응속도·영향요인(*), 화학평형·평형의 이동, 산과 염기, 중화반응, 염과 완충용액(*), 산화와 환원(**), 화학 전지, 전기 분해		☆☆☆
생물I	생명현상의 특성	생명현상의 특성(*)		☆
	영양소와 소화	영양소의 종류와 기능, 영양소의 소화와 흡수		
	순환	혈액의 구성과 기능(**), 혈액형과 항원-항체반응(**), 혈액의 순환(*)		☆☆☆
	호흡	호흡운동과 기체교환(**), 세포호흡과 생활 에너지(*)		☆☆
	배설	배설		

10) ☆의 수에 따라 중요도가 높음을 의미한다. 표시가 없는 부분은 아직 출제가 되지 않았음을 의미한다.

교과	대단원	중단원	소단원내용 및 출제빈도	중요도 ¹¹⁾
생물I	자극과 반응	자극의 수용과 감각기관, 자극의 전달과 신경계(*), 호르몬과 항상성 유지(**)	☆☆	
	생식	생식기관과 생식세포, 생식주기, 태아의 발생과 분만		
	유전(**)	유전자와 염색체(*), 사람의 유전(*), 유전병	☆☆	
	생명과과학 인간의 생활	인간과 생태계, 생물학과 인간 생활		
생물II	세포의 특성	세포의 구조와 기능, 세포막을 통한 물질의 출입, 효소(*)	☆	
	물질 대사 (**)	광합성의 영향요인(*), 광합성과정(**), 유기호흡(***), 무기호흡과 생활에 너지 이용(**)	☆☆☆☆	
	생명의 연속성(**)	염색체와 세포분열, 연관과 교차, 유전자의 본질, 유전정보의 전달과 형 질발현(*), 생명의 기원, 진화(*)	☆☆	
	생물의 다양성과 환경	분류의 기준과 계통, 분류의 실제, 생태계의 구성, 개체군과 군집, 생태 계의 평형		
	생물학과 인간의 미래	생명공학, 생명 공학의 전망		
지구 과학I	하나뿐인 지구(**)	지구의 탐구, 지구환경의 구성, 지구환경요소의 상호작용(*), 원시지구의 형성과 지구의 역사, 지구환경의 변화	☆☆	
	살아있는 지구	화산과 지진(*), 지각변동과 판의 운동, 대기중의 물, 구름과 강수(*), 기 압과 날씨의 변화, 해저 지형, 해수의 성질, 해류와 해양 환경의 변화(*)	☆☆	
	신비한 우주	천체관측도구(**), 태양의 관측(*), 달과 행성의 관측(*), 별의 관측(**), 태양계 탐사 계획과 결과(*), 우주관의 변천(*)	☆☆☆☆	
지구 과학II	지구의 물질과 지각변동	지각과 지구내부(*), 광물의 구조와 성질, 암석의 분류와 성질, 지각변동	☆	
	대기의 운동과 순환	대기의 안정도, 대기의 운동, 대기의 순환(지구복사평형**)	☆☆	
	해류와 해수의 순환	해류(*), 해수의 순환, 해파와 조석	☆	
	천체와 우주	지구의 자전과 공전, 행성의 운동(*), 별의 물리량과 특성, 별의 분류와 일생, 은하의 분류와 우주의 팽창(*)	☆	
	지질조사와 우리나라의 지질	지질시대, 지질조사와 지질도, 우리나라의 지질		

11) ☆의 수에 따라 중요도가 높음을 의미한다. 표시가 없는 부분은 아직 출제가 되지 않았음을 의미한다.

* 과목별 기출 주제

기출 문항과 관련된 과목별 주제를 정리하면 다음과 같다.

과 목	기출 주제
물리	가속도운동(중력, 원운동), 운동의 법칙(관성, 가속도의 법칙), 운동량과 충격량, 파동의 성질, 빛의 성질 에너지 전환, 굴절률(스넬의 법칙), 저항의 연결(LRC회로포함), 전자기력, 전자기유도, 열역학, 핵반응
화학	반응속도, 물의 특성, 수질오염, 온난화, 금속의 반응성, 탄소화합물(전체), 원자구조, 완충용액, 용해도, 산화와 환원, 분자간 결합, 수소결합, 이상기체상태방정식, 기체의 부분압, 삼투압, 반응열(엔탈피), 엔트로피
생물	광합성, 호흡, 효소, 감각기관, 항상성조절, 유전, 진화, 혈액의 순환, 혈액의 응집반응,
지구과학	지구환경(순환), 화산, 망원경, 태양, 태양계(행성과 행성의 운동), 별의 관측, 우주관, 은하, 해양(열수구), 해수의 운동, 기조력, 전향력, 겉보기 운동(시운동), 지구내부의 구조(자기장), 지구대기의 복사평형

나. 과학논술의 학습(예시)

※ 본 학습의 예시는 교육인적자원부(현, 교육과학기술부)와 서울대학교 과학교육연구소에서 발행한 ‘고등학교 1학년 과학 탐구수업 지도자료(이하 지도자료)’를 활용한 수업입니다.

1) 지도자료의 의미

우리나라의 제 7차 과학과 교육과정(교육부, 1997)에서는 과학과목의 내용을 지식과 탐구로 나누고, 탐구를 다시 탐구의 과정과 활동으로 구분한다. 과학 교과서는 탐구의 결과인 지식만을 배우는 것이 아니라 이를 얻는 탐구과정을 배우고 익혀 학생 스스로 탐구능력을 갖추도록 하고 있다. 또한 대학수학능력 평가에서도 ‘과학탐구 영역의 시험은 대학 교육을 이수하는 데 필요한 과학 개념에 대한 이해와 적용 능력 및 과학적 탐구 사고력을 고교 교육과정의 내용과 수준에 따른 다양한 탐구 상황에서 측정한다.’고 밝히고 있는 것처럼 이공계열에서 탐구과정은 기본 학습은 물론 논술에서도 매우 중요하게 다루어지는 분야이다. 그러나 본의 아니게 대학입시를 목표로 하는 수업에서는 학습 방법면에서 탐구관련 수업보다는 주로 지식 편향적 수업에 치중되어 온 것이 사실이다. 그러다보니 탐구 수업을 어떻게 설계하고 수행해야할지 어려워하는 경우가 많다. 이에 지도 자료의 편찬은 교수학습 방법의 효율성과 목표달성의 성취면에서 검증된 자료이며 현장에서 즉시, 활용이 가능한 자료라 할 수 있다.

2) 지도자료의 구성

지도자료는 공통과학의 중단원과 구성을 같이하며 ‘수리물리’단원이 하나 더 추가되어 총 15단원으로 구성되어 있다. 각 단원은 대체로 3부로 구성되며 단원의 특성상 구성내용이 달라지나 대체로 다음과 같은 구성을 보인다.

가) 1부 : 단원의 개관

단원의 개요와 교과서 내 탐구활동의 비교 및 오개념으로 구성되어 있다.

나) 2부 : 탐구수업 지도자료

심화된 배경지식의 제공과 탐구활동의 안내 및 탐구활동으로 구성되며 교과서에서 제시되지 않는 탐구활동을 제시함으로써 흥미와 학습의 효과를 높이고 있다.

다) 3부 및 별첨자료 : 탐구수업 보조자료

생활관련 또는 과학사적인 내용 및 과학글쓰기 자료 등과 같이 다양한 학습 보조자료를 제공하고 있다. 교사는 위 자료를 수업에 따라 일부 또는 전체를 활용할 수 있으며 학습목표 또는 수업의 성격에 따라 활용이 가능하다.

3) 지도자료의 활용 Tip

가) 1부의 활용 Tip

- ① 주요 단원의 탐구 능력과 활동을 연결하여 제공되므로 다양한 자료를 찾아 학생에게 제공이 가능하며 주요 주제를 인식하게 할 수 있다.

예) 운동량과 충격량

실험주제	서울교육	중앙교육	대한	디딤돌	천재	금성	문원각
운동량의 크기	토의	실험	관찰/ 토의				실험
물체의 충돌				관찰 및 예상	관찰 및 예상	실험	
충격량에 영향을 주는 요인							실험
충돌과 충돌시간	토의			실험	토의		
교통사고와 안전벨트				토의			

운동량과 충격량의 주요 실험주제는 ‘운동량의 크기’와 ‘물체의 충돌’ 및 ‘충돌과 충돌시간’임을 알 수 있으며 관찰 및 예상은 기본적 탐구능력으로 토의, 실험은 사고력 또는 종합력을 요구한다.

- ② 단원에 대한 학생들의 생각이나 오개념은 학습을 구성하는데 매우 유용하며 사례를 들거나 발문을 하기에 좋다. 아울러 평가문항으로 활용하기에 좋다.

예) 작용과 반작용에 대한 학생의 개념

작용반작용은 본질적으로 힘은 상호작용임을 의미하며 고립된 힘의 가능성을 배제하는 것이다. 즉, 힘은 항상 쌍으로 작용하며 크기와 방향이 반대이다. Sjøberg&Lie(1981) 그리고 Driver(1983)는 수평으로 놓인 용수철 저울의 양 끝에 각각 5N의 추를 매달고 용수철 저울의 눈금이 얼마를 가리킬 것인지 질문하였다. 그 결과 대부분의 학생들이 0N 혹은 10N으로 응답하였다.

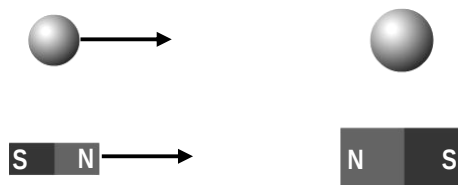
고등학교 학생들을 대상으로 조사한 Minstrell(1982)의 연구에 의하면 전체의 50%가 책상 위에 놓인 책에 작용하는 힘이 중력뿐이라고 응답하였다. 이러한 경향성은 대학생들을 대상으로 한 Clement(1982)의 연구에서도 나타났다. Terry & Jones((1986)의 16세 영국학생들을 대상으로 한 연구에서 땅 위에 서 있는 사람에 작용하는 작용반작용과 낙하하고 있는 상자에 작용하는 작용반작용력에 대하여 물어본 결과 약 1/2의 학생이 오개념을 가지고 있음을 보고하였다.

나) 2부의 활용 Tip

① 배경지식의 확대

예) 충돌이란?

일상생활에서 ‘충돌’이라고 하면 두 물체가 직접적인 접촉을 하며 부딪치는 현상을 의미한다. 그러나 물리적인 의미에서의 ‘충돌’은 두 물체가 서로 상호작용하여 서로의 운동에 영향을 주는 현상을 뜻한다. 이때 두 물체가 접촉을 하는지의 여부는 중요하지 않다. 아래 그림에서 두 자석은 서로 접촉을 하지 않더라도 서로의 운동에 영향을 주므로 충돌이다.



공의 충돌과 자석의 충돌 사이에는 어떤 차이점이 있을까?

② 탐구 수업으로의 활용

예) 화학 탐구 활동 자료 ‘몸살을 앓는 바다’



[산과 염기의 반응]

몸살을 앓는 바다

()년 ()월 ()일 ()학년 ()반 ()번 이름 ()

바다가 산성화되어 100년 후엔 조개, 산호가 없어진다던데...왜 그럴까?

1 목표

- 바다가 산성화된 원인을 설명할 수 있다.
- 바다의 산성화가 바다 생태계에 미치는 영향을 설명할 수 있다.
- 산업 발달이 바다 환경에 미치는 영향을 알고 피해를 줄이기 위한 방법을 모색하여 실천하려는 태도를 지닌다.



2 과정

(1) 읽고 생각해 봅시다.

※ 다음 주어진 글을 읽고 질문을 해결해 보자.

◎ 읽기 자료(1) 이산화탄소가 바다를 산성으로 만든다.

지구 온난화의 주범으로 지목되고 있는 이산화탄소(CO_2)가 바다를 산성화시켜 해양 생태계를 변화시키는 것으로 드러났다. 유럽 해양생태계 연구소 유르-오세앙(EUR-Oceans)에 따르면 현재 산업화로 인한 이산화탄소 배출량을 고려할 때 20년도 채 못돼 남반구 해양의 상당 부분이 산성화돼 수백 종의 플랑크톤이 사라질 것이며 이는 어종의 멸종으로 이어져 큰 피해를 가져올 것이라고 <르몽드>가 보도했다.

지구의 71%를 차지하는 바다가 부식되고 있다. 우리에게 잘 알려지지 않은 이 변화는 이산화탄소 배출 증가 때문인 것으로 밝혀졌다. 그 동안 이산화탄소는 지구 온난화와 산성비 등 대기 오염의 주범으로만 알려졌지만 해양 생태계에 미치는 영향 또한 심각하다. 바다로 흘러들어가던 이산화탄소량이 적정량 이상 초과되면서 바다는 산성화 되고 이로 인해 해양 생태계 최하위 먹이사슬에 위치한 플랑크톤이 영향을 받게 된다.

“우리가 배출하는 70개의 이산화탄소 분자 중 20여개는 육지 생태계에 의해 흡수되고 30여개는 대기 속에 남으며 나머지 20여개는 해양에 녹는다.”고 유르-오세앙의 폴 트레게 소장은 설명했다. 이산화탄소는 바다에 섞이면서 수소 이온(H^+)의 농도를 증가시켜 바닷물을 산성화시킨다. 산업화 이후 해양의 수소 이온의 농도는 25%나 증가했다.

이산화탄소로 인한 화학적 불균형은 해양 탄산염 농도를 급감시킨다. 탄산염은 칼슘과 반응해 석회질을 생성한다. 석회질은 익족류 등 바다 속 조개 모양의 미생물이 조식을 형성하는데 꼭 필요하다. 그런데 “탄산염의 급감으로 2030년이면 이들 미생물은 태평양 일부지역과 남극해 전체에서 완전히 사라지게 될 것”이라고 과학전문 학술지 <네이처>는 최근호에서 밝혔다. <네이처>는 “해양 생태계 먹이사슬의 최하위 단계에 있는 이들 미생물의 소멸은 대구, 연어, 고래 등 중요 어자원의 급감으로 이어지게 된다.”고 강조했다.

(출처 : 내일신문 2006-06-21)

- ① 지난 100여 년 동안 화석 연료 사용량으로 볼 때, 현재 대기에 존재하는 이산화탄소의 양은 100여 년 전보다 약 5배 정도 많아야 한다. 그러나 실제로 대기 중에 증가한 이산화탄소의 양은 약 2배 정도에 불과하다. 대기 중에 남아있지 않은 이산화탄소는 어디로 간 것일까? 대기 이외에 이산화탄소가 흡수되는 곳을 본문에서 찾고, 그 비율을 백분율(%)로 나타내보자.

- ② 산업화 이후 바다의 수소이온 농도가 증가한 이유를 설명해보자.

● 읽기 자료(2) 몸살을 앓는 바다 생태계

원래 물에 녹을 수 있는 이산화탄소의 양은 약 0.4% 정도에 불과하다. 그렇다면 바다는 어떻게 그 이상의 이산화탄소를 흡수한 것일까?

바닷물에 녹아 있는 이산화탄소 중 일부는 물과 반응하여 탄산 이온을 생성하는데, 이 탄산 이온은 얇은 바닷물에 사는 산호, 말, 단세포 플랑크톤 등이 탄산칼슘을 만드는데 사용된다. 이 과정에서 탄산 이온의 농도가 낮아지므로 바닷물은 더 많은 이산화탄소를 흡수할 수 있게 된다. 특히 단세포 플랑크톤은 바다 속에서 만들어지는 전체 탄산칼슘의 약 80%를 생성하므로 탄산 이온의 농도를 낮추는데 절대적인 역할을 한다. 즉 바다 생물들은 물 속에 녹아 있는 탄산 이온을 이용하여 탄산칼슘을 생성하고, 이 탄산 이온은 이산화탄소에 의해 공급된다.

이 때 이용되는 이산화탄소는 대기 중의 이산화탄소가 바다에 녹아 들어가 보충한다. 이와 같은 과정이 끊임없이 반복되므로 대기 중의 이산화탄소는 우리가 생각하는 것보다 훨씬 많은 양이 바닷물 속에 녹아 들어가게 되는 것이다.

그러면 대기 중의 이산화탄소의 농도가 점점 증가하면 바다에 어떤 영향을 미칠까? 당연히 대기 중에 존재하는 이산화탄소 농도가 진할수록 바닷물에 녹는 이산화탄소의 양도 증가한다. 그러면 바닷물 속의 수소 이온의 농도 또한 증가한다.

과학자들은 대기 중의 이산화탄소 농도가 지금과 같은 추세로 증가한다면 약 300년 후에는 바닷물의 pH가 지금보다 0.7정도 낮아질 것으로 예상하고 있다. 이는 바닷물의 수소 이온 농도가 지금보다 약 5배 정도 증가한다는 것을 의미한다. 그 만큼 바다의 산성화가 빠르게 진행된다는 말이다.

과학자들은 최근 몇 십 년 동안 진행된 바닷물의 산성화가 지난 300만 년 동안 진행된 것보다 훨씬 빠르다고 지적하고 있다. 이처럼 바닷물이 산성화되면 바다 생태계에 큰 영향을 미친다. 우선 플랑크톤의 껍데기와 뼈, 산호와 같은 탄산칼슘으로 이루어진 것들이 모두 수소 이온에 의해 녹아 버리게 되므로 이런 바다 생물들이 살 수 없게 된다. 특히 바닷물의 pH는 깊은 바다보다 얇은 바다에서 더 빨리 감소하는 것으로 알려져 있다. 따라서 대기 중의 이산화탄소 농도가 증가하면 수심이 깊은 곳보다 낮은 곳에 사는 바다 생물에 더 큰 피해를 주게 된다.

(출처 : 차세대 과학 교과서 고등학교 과학)

- ① 이산화탄소(CO_2)와 물(H_2O)의 반응을 화학 반응식으로 쓰고 바다가 산성화되는 이유를 이와 관련지어 설명해보자.

• 화학 반응식 : _____

• 바다가 산성화되는 이유 :

- ② 물에 녹을 수 있는 이산화탄소의 양은 약 0.4% 정도에 불과하지만 실제로는 훨씬 많은 양의 이산화탄소가 바닷물 속에 녹아 들어간다. 그 이유를 설명해보자.

(2) 정리해 봅시다.

- ① 그 동안 바다의 산성화에 대해 심각하게 인식하지 못하였다. 이산화탄소로 인한 화학적 불균형이 바다 생태계에 미치는 영향을 2가지 이상 적어보자.

- ② 바다의 산성화를 해결할 수 있는 방법을 2가지 이상 적어보자.



몸살을 앓는 바다



... ➡ [산과 염기의 반응]

» 활동의 성격

교실에서 가능한 활동임

1 목표

- 바다가 산성화된 원인을 설명할 수 있다.
- 바다의 산성화가 바다 생태계에 미치는 영향을 설명할 수 있다.
- 산업 발달이 바다 환경에 미치는 영향을 알고 피해를 줄이기 위한 방법을 모색하여 실천하려는 태도를 지닌다.

2 활동 내용 분석

(1) 읽고 생각해 봅시다.

지구 온난화의 주범으로 우려되던 이산화탄소가 바다에도 위협이 된다는 점은 별로 알려지지 않았다. 그러나 자연 정화 능력이 커서 pH 농도가 외부 물질에 의해 크게 반응하지 않을 것으로 생각되었던 바다생태계가 큰 위험에 빠졌다. 해양에 흡수된 이산화탄소가 탄산가스를 유발해 바다를 산성화함으로써 큰 환경 문제를 낳고 있는 것이다. 이 활동은 ‘바다 산성화’의 원인과 그 영향에 초점을 맞추어 진행하도록 한다.

● 읽기 자료(1)

배출된 이산화탄소가 흡수되는 곳을 찾고 그 비율을 계산해보으로써 상당량의 이산화탄소가 바다로 흡수되고 있음을 알도록 한다. 그리고 산업화 결과 배출된 이산화탄소의 증가로 인해 바다의 수소이온 농도가 증가했음을 알고 이것이 바다 생태계에 미치는 영향을 찾아보으로써 바다의 산성화가 심각한 문제임을 깨닫도록 한다.

● 읽기 자료(2)

바닷물에 녹아 있는 이산화탄소와 물의 반응식을 완성해보고 이를 바다가 산성화되는 원인과 관련지어 설명해보도록 한다. 그리고 산업화로 인해 과량으로 배출된 이산화탄소가 바다에 흡수될 수 있었던 이유를 탄산염의 형성과 관련지어 생각해보도록 한다.

(2) 정리해 봅시다.

이산화탄소로 인한 화학적 불균형이 바다 생태계에 미치는 영향을 찾아보고 바다의 산성화를 해결할 수 있는 방법을 스스로 생각하여 서술해보도록 한다.

3 진행 방법

- (1) 본문을 읽을 시간을 주고 문제 해결을 하도록 지도한다. 차시의 여유가 없을 경우에는 과제로 대체할 수 있다.
- (2) 수업 진행 후, ‘환경’ 단원의 산성비의 개념과 연계하여 진행하면 좋다.

4 학생용 활동지 해답

- (1) 읽고 생각해 봅시다.

● 읽기 자료(1)

- ① 육지 생태계에 흡수($\frac{20}{70} \times 100 \approx 30\%$) / 해양에 흡수($\frac{20}{70} \times 100 \approx 30\%$)
- ② 산업화로 인해 증가한 이산화탄소가 바다에 섞이면서 수소 이온 농도 증가.

● 읽기 자료(2)

- ① • 화학 반응식 : $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{CO}_3$
• 이유 : 바다에 녹은 이산화탄소가 물과 반응하여 탄산이 되므로.
- ② 바닷물 속에 녹아있는 이산화탄소는 물과 반응하여 탄산 이온을 형성한다. 이 탄산 이온은 산호, 말, 단세포 플랑크톤 등이 탄산칼슘을 만드는데 사용되는데 이 과정에서 탄산 이온의 농도가 낮아지므로 바닷물은 더 많은 이산화탄소를 흡수할 수 있게 된다.

- (2) 정리해 봅시다.

- ① • 수백 종의 플랑크톤이 사라지고 어자원이 급감, 어종의 멸종
• 바다 속 미생물의 조직 형성에 필요한 해양 탄산염의 농도를 급감시켜서 미생물의 멸종
- ② • 원유 수입을 줄이고, 신·재생에너지 개발과 보급 확대
• 이산화탄소를 줄이자는 대 국민 홍보와 계도를 강화.
• 전기 아껴 쓰기, 대중 교통 이용하기, 음식물 남기지 않기 등

» 참고

- 제시된 채점 기준은 상, 중, 하의 3단계로 개발하였으나 문항의 수준이 나 학생의 수준에 따라 교사의 재량으로 보다 상세화하거나 축소하여 활용 할 수도 있다.
- 문항의 배점은 교사의 재량에 따라 정하고, 문항에 따라 가중치를 부여 할 수도 있다.

5 학생용 활동지 채점 기준

단계	자료	탐구과정	채점 기준		
			상	중	하
읽고 생각 해답 시다	읽기 자료 (1)	①	대기 이외에 CO ₂ 가 흡수되는 곳과 비율을 모두 바르게 찾아낸다.	대기 이외에 CO ₂ 가 흡수되는 곳과 비율을 일부만 찾아낸다.	대기 이외에 CO ₂ 가 흡수되는 곳과 비율을 찾아내지 못한다.
		②	산업화 이후 바다의 수소 이온 농도가 증가한 이유를 CO ₂ 배출량 증가와 관련지어 설명한다.	산업화 이후 바다의 수소 이온 농도가 증가한 이유를 설명하지만 미흡하다.	산업화 이후 바다의 수소 이온 농도가 증가한 이유를 설명하지 못한다.
	읽기 자료 (2)	①	CO ₂ 와 H ₂ O의 화학 반응식을 바르게 적고 바다가 산성화되는 이유를 이와 관련지어 바르게 설명한다.	CO ₂ 와 H ₂ O의 화학 반응식을 바르게 적지만 바다가 산성화되는 이유를 설명하지 못한다.	CO ₂ 와 H ₂ O의 화학 반응식과 바다가 산성화되는 이유를 설명하지 못한다.
		②	많은 양의 CO ₂ 가 바닷물 속에 녹아 들어가는 이유를 탄산이온, 탄산칼슘 형성과 관련지어 바르게 설명한다.	많은 양의 CO ₂ 가 바닷물 속에 녹아 들어가는 이유를 탄산이온과 탄산칼슘 형성과 관련지어 설명하지만 미흡하다.	많은 양의 CO ₂ 가 바닷물 속에 녹아 들어가는 이유를 설명하지 못한다.
정리 해답 시다		①	CO ₂ 로 인한 화학적 불균형이 바다 생태계에 미치는 영향을 2가지 이상 바르게 설명한다.	CO ₂ 로 인한 화학적 불균형이 바다 생태계에 미치는 영향을 1가지만 바르게 설명한다.	CO ₂ 로 인한 화학적 불균형이 바다 생태계에 미치는 영향을 설명하지 못한다.
		②	바다의 산성화를 해결할 수 있는 방법을 2가지 이상 바르게 설명한다.	바다의 산성화를 해결할 수 있는 방법을 1가지만 바르게 설명한다.	바다의 산성화를 해결할 수 있는 방법을 설명하지 못한다.

다) 3부의 활용 Tip

예) ‘힘과 에너지’ 관련 과학논술 문항

※ 다음 글을 읽고 물음에 맞는 글을 쓰시오.

• 세 과학자들의 만남

아리스토텔레스와 필로포누스, 뉴턴이 타임머신을 타고 한 자리에 모였다. 오늘 이들은 ‘물체는 어떻게 운동을 하는가?’ 라는 주제를 가지고, 자신의 이론을 많은 사람들 앞에서 발표한다. 세 과학자의 입장을 차례대로 들어보자.

[아리스토텔레스의 설명]

예를 들어 돌을 위로 던져 올렸다고 생각해봐. 당연히 얼마 후면 아래로 떨어지겠지. 그렇다면 왜 돌은 아래로 떨어질까? 내가 분명히 위로 던져 올렸는데 말이야.

모든 물질은 원래 장소로 되돌아가려는 성질을 가지고 있어. 세상의 모든 물체는 흙, 공기, 물, 불의 4가지 원소로 구성돼 있어. 흙으로 이루어진 돌이 땅으로 돌아가려는 운동을 하는 것은 자연스러운 운동이야.

땅위에 정지하고 있는 상태가 가장 자연스러운 상태라고 할 수 있어. 따라서 돌을 억지로 위로 던져 올리기 위해서는 손으로 힘을 줘야만 해. 그렇지만 얼마 후면 자연스럽게 아무런 힘을 가하지 않아도 땅으로 떨어지기 시작하지.

한 가지 더 말할게. 만약에 다른 모든 조건이 같다면 자연운동에서 속도는 물체의 무게에 비례하고 그것이 통과하는 매질의 밀도에 반비례해. 따라서 매질을 일정하게 유지하면서 물체의 무게를 두 배로 하거나, 또는 물체의 무게를 일정하게 유지하면서 매질의 밀도를 반으로 하면 물체의 속도는 두 배가 되겠지.

[필로포누스의 입장]

돌이 움직일 수 있는 것은 돌을 손으로 던졌을 때 손으로부터 기동력이 가해졌기 때문이야. 니가 돌을 던졌을 때 준 힘이 어디로 가겠어? 돌로 전해질 수 밖에 없지. 다시 말해서 내 손으로부터 돌에 준 힘은 그 돌에 계속 남아있게 되는거야.

그 힘을 가지고 돌은 계속 운동해. 그렇지만 이 기동력은 자동차의 연료와 같이 점점 소모돼. 공기 중을 날아다니다 보면 당연히 마찰력도 생기고, 이러한 공기저항으로 힘은 점점 약해지겠지. 기동력이 다 소모되면 정지하게 되는 것이지.

위로 돌을 던져 올렸다고 생각해봐. 처음에는 힘을 주어 던져 올렸기 때문에 돌의 속도가 빠르다가 공기와 부딪히면서 기동력을 잃어 점점 느려지지 않니? 그러다 기동력을 다 써버리면 결국 정지하면서 아래로 떨어지는 거지. 즉 물체가 위로 올라갈 때 물체는 움직이고 있는 위쪽으로 힘을 받고, 정지할 때는 힘이 0이 돼 잠깐 멈추었다가 아래 방향으로 자연스럽게 떨어지는 거야.

[뉴턴의 생각]

난 아리스토텔레스나 필로포누스와는 좀 달라. 돌을 위로 던져 올렸다고? 당연히 얼마 후면 아래로 떨어지지. 아리스토텔레스는 돌이 흙으로 돼 있기 때문에 아무런 힘이 작용하지 않아도 땅으로 떨어지는 것이 자연스러운 것이라고 했어. 또 필로포누스는 손으로부터 돌에 힘이 가해져서 그 힘이 점점 소모되다가 다 쓰면 아래로 떨어진다고 했어.

전 물체가 아무런 힘이 작용하지 않았음에도 땅으로 떨어진다는 사실에 동의할 수 없어. 물체가 아래로 떨어지는 이유는 지구가 물체를 잡아당기기 때문이야. 즉 중력이 작용하기 때문이지. 손에서 물체가 떠나는 순간 이 물체는 더 이상 사람에게 의해 힘을 받지 않아. 그렇다고 해서 이 물체는 전혀 아무런 힘도 받지 않을까? 그렇지 않아. 지구에 의해 지구 중심방향으로 중력이라는 힘을 받아. (참고 : 과학동아)

- (1) 세 과학자들의 생각을 요약·정리하시오.
- (2) 세 과학자들의 생각(주장)을 뒷받침할 수 있는 근거를 찾아 쓰시오.
- (3) 과학적 개념이 시간과 공간을 초월하는 절대적 진리였는지, 아니면 그 시대와 상황에 따라 발전한 상대적 진리였는지 자신의 의견을 쓰시오.(800자 이내)



과학논술 채점기준

과학논술의 채점은 과학내용, 과학적 사고, 과학적 표현으로 3가지로 나누고 특히 과학적 사고부분의 비중을 높여 과학적 논리성을 위주로 평가한다.

과학내용 (30%)	채점기준	C1	• 내용의 정확성-언급된 내용에 과학적 오류는 없는가
		C2	• 소재의 관련성-주제에 맞는 소재를 사용하는가
		C3	• 주제파악-글쓰기 주제의 핵심과 본질에 초점을 맞춰 논의 하는가
	배점		• 각 문항별로 최상(A), 상(B), 중(C), 하(D) 4등급으로 채점 • A-10점, B-9점, C-8점, D-7점 • 최고점 30점, 최하점 21점
과학적사고 (60%)	채점기준	T1	• 주장-근거-과학적 '사실(근거)'를 바탕으로 '주장(주제)'를 내세우는가
		T2	• 설명-원리-사실과 주장 사이를 이어주는 '설명'과 설명에 대한 과학적 '원리'를 제시함으로써 주장을 강조하는가
		T3	• 부연-'부연(강화)'을 덧붙임으로서 자신의 의견을 확실하게 주장하고 있는가
	배점		• 각 문항별로 최상(A), 상(B), 중(C), 하(D) 4등급으로 채점 • A-20점, B-18점, C-16점, D-14점 • 최고점 60점, 최하점 42점
과학적표현 (10%)	채점기준	E1	• 용어선택의 타당성-문맥에 맞는 용어를 선택하였는가
		E2	• 문장의 정확성과 효율성-어법과 표기법에 맞는 문장으로 표현되었는가
	배점		• 각 문항별로 최상(A), 상(B), 중(C), 하(D) 4등급으로 채점 • A-5점, B-4점, C-3점, D-2점 • 최고점 10점, 최하점 4점

〈채점 예〉

과학은 그 시대와 상황에 따라 발전한 상대적 진리이다. 현재의 과학적 이론과 기원전 때의 과학적 이론은 크게 차이를 알 수 있다. 예를 들면 지동설과 천동설이 있다. 옛날 사람들은 지구는 만물의 중심이며 우주의 중심이라고 생각했다. 그리하여 지구는 가만히 있고 하늘이 움직인다는 절대적인 믿음을 가지고 있었다. 그러나 코페르니쿠스의 연구로 인해 지동설은 만들어졌다. 그러나 당시의 사람들은 그 사실을 인정하지 않으려 했다. 그러나 많은 희생으로 결국 지동설은 인정받게 되었고 천동설은 인정받지 못했다. 이렇듯 과학적 이론은 새로운 연구에 의해 다시 만들어지고 더욱더 개선된다. 그리하여 과학은 점점 발전하고 인류는 진보하게 된다. 그러나 옛날의 과학적 사실이 틀렸음에도 인정해주는 경우도 있다. 전류의 이동방향이 대표적인 예이다. 옛날 사람들은 당시는 원자의 구조까지는 알 수 없었기 때문에 전류의 방향을 (+)극에서 (-)극으로 간다고 정의를 내렸다. 그러나 과학기술이 점점 발달해 전자의 이동을 발견하게 되었고 이전의 전류의 방향이 틀렸음을 알았음에도 그 사실은 정의로 그대로 쓴다. 이러한 경우는 과거의 사실이 현대 과학에 큰 영향을 주었기 때문에 사용할 수 있는 것이다.

결국 과학적 이론은 더 발달된 기술에 의해 다시 만들어지고 새로운 사실이 다시 보편화된다. 그러므로 과학적 이론은 절대적이 아닌 상대적인 진리라고 말할 수 있다. 현재의 과학적 이론은 모두 옳을 수는 없다. 태양계에서 천왕성과 해왕성을 찾아내고 명왕성을 찾아내었듯이 우주 여행이 가능해지고 교통이 발달되면 우리는 우리가 몰랐던 사실을 더 많이 만날 수 있다. 그러므로 현재의 과학에 안주하지 말고 더욱 더 많은 과학적 발견이 필요할 것이다.

[채점] C1-B, C2-B, C3-A, T1-B, T2-B, T3-B, E1-B, E2-B

다. 과학논술 대비방법

1) 문제 유형을 잘 파악하고 접근하자.

서울대학교를 비롯한 주요 상위권 대학들이 실시하고 있는 통합교과논술은 전혀 새로운 방식이 아니다. 암기보다는 창의적인 사고력을 중시하고, 결과보다는 과정을 중시하며, 다양한 교과를 넘나들며 자기 주도적으로 학습하는 것을 강조하는 것은 통합교과논술뿐만 아니라 모든 교과의 가장 이상적인 교육 방식이기 때문이다.

과학논술은 그 유형에 따라 ‘교과지식형’, ‘응답제한 서술형’, ‘에세이형’으로 구분할 수 있다. 2008학년도 이후 자연계열 논술시험은 기본적으로 ‘응답제한 서술형’의 형식을 취하면서 일부 문항은 불가피하게 본고사에 가까운 ‘교과지식형’ 문항을 출제할 것으로 보인다. ‘에세이형’에 해당하는 과학논술은 과학논술의 가장 이상적인 형태로서 객관적인 채점 기준과 출제 시스템이 갖추어진다면 향후 과학논술 전형으로 자리 잡을 것이다. 각각의 특징을 정리하면 다음과 같다.

	교과 지식형 과학논술	응답 제한 서술형 과학논술	에세이형 과학논술
특징	물리, 화학, 생물, 지구과학 교과의 심화된 교과 지식을 설명할 것을 요구함	과학적 사고력을 기반으로 주어진 문제를 해결할 수 있는 능력을 묻음	교과의 벽을 넘어 과학 철학과 같은 큰 문제에 대한 견해를 묻음
정답의 용인성	출제자가 요구하는 정답이 어느 정도 정해져 있음	수험생의 시각에 따라 다양한 정답이 가능	정답의 개념이 모호함. 수험생의 사고의 깊이에 따라 다양한 답안이 가능
우수 답안	문제가 요구하는 교과지식을 정확하게 설명한 답안	자신의 견해를 뒷받침하는 논거가 과학적인 타당성을 가지고 있는 답안	과학적 사고력에 기반 한 창의적이고 논리적인 답안

‘과학논술’이라는 용어가 낯설지 않은 요즘 과학논술은 과학 교과의 지식을 서술형으로 평가하는 전통적인 교과 지식형 문제에서 빠르게 변화하고 있다. 서울대학교를 비롯한 상위권 대학에서 공개한 통합교과형 과학논술 문제를 분석해보면 과학논술은 정답이 어느 정도 정해져 있는 ‘교과 지식형’에서 생각을 이끌어 내는 과정을 중시하는 ‘응답제한 서술형’으로 바뀌고 있음을 알 수 있다. 이제 자연계 수험생들도 독창적인 사고와 논리적인 사고 과정을 글로써 보여주어야만 하는 상황에 직면한 것이다. 하지만 아직도 학생들은 교과 지식을 묻는 문항의 어미를 ‘-논술하시오’로 바꾸어 급조한 참고서에 의존하고 있으며 주관식 서술형과 과학논술을 혼동하는 학생 또한 매우 많다.

2) 고교 수준의 창의력과 문제 해결력을 갖추자.

2008년학년도 대입 자연계 논술에 대한 일반적인 유형은 수리-과학 통합형 논술로 대변할 수 있다. 이미 발표된 고려대, 연세대 등 상위권 대학의 모의 논술평가 문제들은 교과 내용 중심의 제시문을 바탕으로 논리적 사고를 평가하는 쪽으로 방향을 잡아가고 있다. 이들 대학은 제시문들을 가능한 한 교과서에서 찾아오려고 노력한 듯하다. 이는 과학논술을 위해 전문적 과학 지식을 쌓을 필요가 없다는 것을 의미한다. 오히려 전문적 과학 지식보다는 교과서에 충실하고 기본적 개념과 원리에 착실히 대비한 학생들에게 유리하게 논술 유형이 변화되고 있는 것을 의미한다.

2007년 많은 대학들이 2~3차에 걸쳐 모의논술고사를 실시하였고 최근 그 결과를 우수 답안과 함께 공개하고 있다. 각 대학들은 논제를 자의적으로 해석하여 엉뚱한 답안을 작성한 경우를 많이 지적하였는데 대표적인 유형은 다음 두 가지이다.

- ① 제시문과는 상관없이 자신이 알고 있거나 미리 준비해온 것을 적은 답안
- ② 주어진 전제를 무시하고 자신의 논리대로 밀어 붙이는 식의 억지 답안
- ③ 고등학생 수준에 적합하지 않은 내용을 억지로 외워서 적은 인상을 주는 답안

상위권 학생들은 대학수학과 대학과학 수준의 지식을 선행학습하고 이를 통합교과논술 답안에 반영했다고 해서 대학생 수준의 사고력을 가지고 있다고 평가받는 것이 아님을 명심해야 한다. 사고력은 학생의 발달 단계와 교과 수준에 맞게 길러져야 한다. 대학이 요구하는 답안은 고등학생 수준에 맞는 창의적인 사고와 논리이다.

실제로 대학에서 논술고사를 기획하고, 출제 채점하는 교수들은, 고3학생들에게 물어보아야 될 것을 정확히 물어보는 문제, 고3학생들이 그들의 수준에서 생각하여 답할 수 있으되, 사고의 정교함에 따라서 답안의 우열이 가려질 수 있는 논제를 찾기 위해 부단히 노력하고 있다. 이를 위해서 출제진과 채점진은 교육과정과 교과서, 전교과의 교과서를 매우 심도있게 연구한다. 교육과정 내에 있어야 하고 학생들이 반드시 생각해야 할 가치들을 찾아서, 이에 대한 사고의 과정과 수준을 평가할 수 있는 문항을 만들기 위해서이다.

다음은 성균관대에서 제시한 출제방향 및 의도이다.

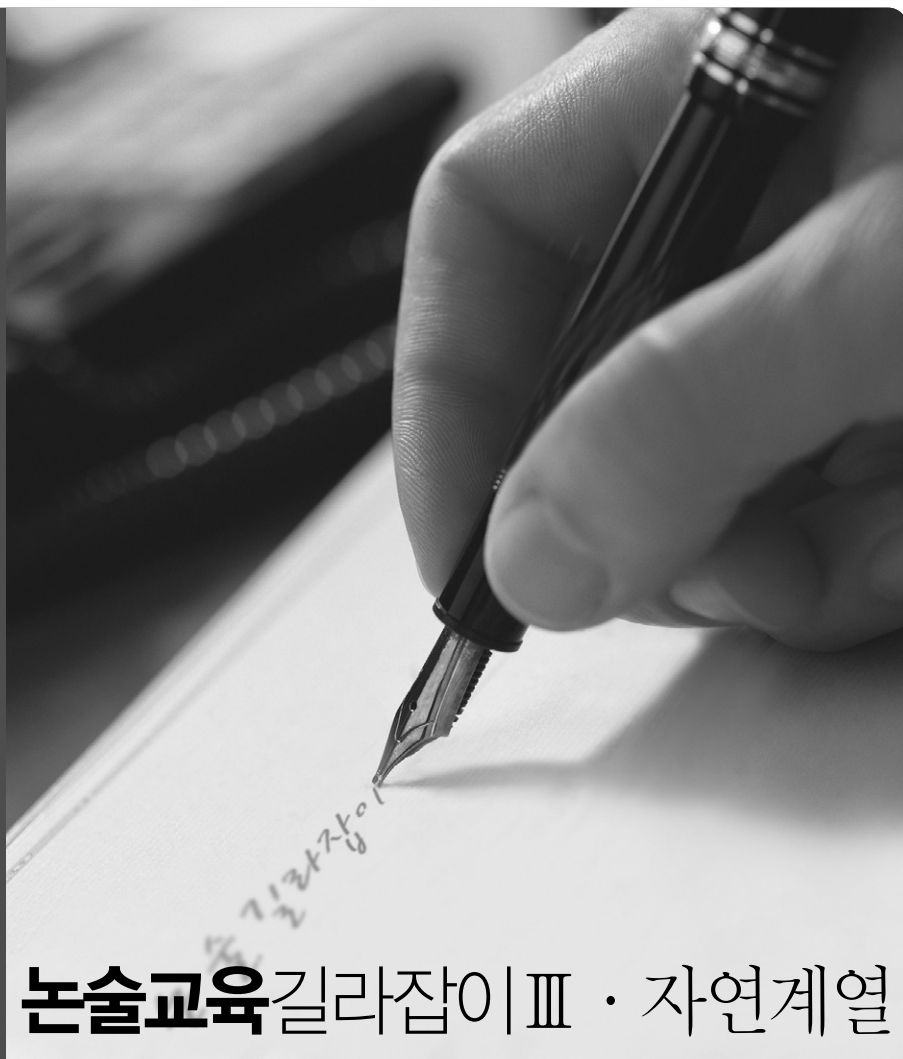
- 거의 대부분 제시문은 고등학교 교과과정에서 가장 기초적이고 핵심적인 과학 주제에서 선택하고, 고등학교 교과서에 근거하여 작성하여, 고등학교 교과과정의 정상화에 기여하고자 한다.
- 자연계열 과목의 수업 시간에 선생님께 배우고, 질문하고, 논의하는 과정을 통해 누구나 쉽게 논술할 수 있도록 하여 논술이 공교육에서 뿌리 내릴 수 있도록 한다.
- 대학교육을 성공적으로 수행할 수 있는 잠재 능력, 즉 논리적, 통합적, 창의적 사고와 추리능력을 평가하고자 한다.
- 과학적으로 옳은 사실과 논리에 바탕을 두고 풀이 과정과 답안이 작성된 경우, 다양한 논리적 추론이 점수를 얻을 수 있도록 문제를 구성하였다.
- 다양한 자연현상에 대한 문제 해결 과정에 동원되는 논리적, 독창적 사고 능력을 평가하며 더불어 맞춤법과 어법을 준수하면서 자신의 생각을 간결하고 정리된 문장으로 표현하는 능력을 평가한다.

3) 교과서 학습 활동을 잘 활용하자.

각 대학에서 발표한 통합교과형 논술고사의 도입 취지를 염두에 둔다면 자연스럽게 통합교과형 논술고사에 효과적으로 대비하기 위한 방법을 찾을 수 있다. 이제 수험생들은 물리, 화학, 생물, 지구과학 등 별개의 과목으로 나누어 교과 내용을 심화 학습했던 기존의 학습 방법을 수정하여 과학 개념에 대한 배경 지식을 천천히 곹씹어야 하며, 과학 현상을 다양한 각도에서 분석 정리하여 글로 표현하는 습관을 키워야 한다.

자연계 논술은 어떠한 능력을 평가하기 위해 실시하는가? 대학은 주어진 문제를 다각적이고 심층적인 사고로 재구성하여 창의적으로 문제를 해결하고 논리적으로 서술하는 능력이 뛰어난 학생을 원한다. 따라서 일부를 수식으로 처리한다 해도 논술답안은 글로 자신의 생각을 논리적으로 펼치는 것이 원칙이다. 통합교과논술에서 강조하는 것은 교과 지식에 대한 이해력이 아니라 다면적이고 창의적으로 이를 해석하는 사고력이다.

이러한 점을 고려한다면 논술에서 높은 점수를 받기 위해서는 교과서에 실린 ‘생각해 볼 문제’를 다시 한 번 써보는 것이 좋은 방법이다. 생각해볼 문제를 잘 살펴보면 이미 여러 대학의 논술 문제에 나왔었다는 것을 눈치 챌 수 있을 것이다. 논술 문제의 경향을 살펴보기 위해서라도 눈 여겨 볼 필요가 있다.



논술교육길라잡이Ⅲ · 자연계열

3.

대학교 기출문제 해설

3. 대학교 기출문제 해설

건국대학교

출제 의도 및 문제해설

【수시2학기 모집 논술고사 출제 의도】

건국대학교 자연계 2학기 수시논술에서는 고등학교 교과과정에서 배우는 기초지식을 바탕으로 물리, 화학, 생물 교과 내용의 다양한 지문 속에 담겨있는 과학적 원리와 현상을 이해하고 통합적으로 응용할 수 있는지 평가한다. 제시된 지문은 고등학교 교과서, 전문 학술지, 과학 서적, 신문 기사 등에 기초한 다양한 출처에서 선별하여 발췌 편집하였으며 고등학교 교과서 수준의 내용과 난이도를 유지하고 있다.

[제시문 1]에서는 빛의 굴절과 스넬의 법칙과 같이 물리교과서에 수록되어 있는 내용을 중심으로 음의 굴절률을 가지는 물질의 굴절현상을 소개하고 있다. 지문의 내용을 이해하여 물리적 현상을 분석하고 추론할 수 있는지 묻는 여러 가지 질문을 통해 학생들의 텍스트의 이해도와 이에 근거한 논리적 전개능력을 파악하고자 했다. 물질의 용해도에 관련된 [제시문 2]는 일상생활에서 일어날 수 있는 일산화탄소 중독의 치료방법에서 응용되는 헨리의 법칙에 관한 설명과 분자구조와 용해도와의 관계를 고등학교 교과서의 내용을 중심으로 서술하고 있다. 현상의 관찰과 지문의 내용에 기초하여 일관성 있는 주장을 펼 수 있는지와 공간도형의 인지력과 기하적 분석능력을 알아보고자 했다. [제시문 3]에서는 돌연변이 개에 관한 보고서와 종족보존을 위한 유전학의 지식의 필요성 및 고등학교 교과과정 수준의 기본적인 감수분열과 생식세포 형성과정에 대한 설명으로 이루어져 있다. 지문에서 알 수 있는 유전학의 여러 가지 정보를 종합적으로 판단하여 이해하고 추론할 수 있는지 여부에 주안점을 두고 질문을 구성하였다. 또한 각 제시문의 내용과 부합하는 간단한 모델을 통해 수리적 논리전개능력을 활용하여 주어진 문제를 분석하여 해결 할 수 있는지 여부를 평가하는 질문도 수록하였다. 단순한 과학지식이나 암기를 통해 해결할 수 있는 문제는 지양하였고 난이도 또한 지문의 내용을 충분히 이해하면 고등학교 교과과정에서 배운 지식으로도 어렵지 않게 접근할 수 있도록 출제하였다.

이번 논술고사에서는 제시문에서 설명하고 있는 과학적 사실들을 통합적으로 이해하여 추론하고, 지문에 근거하여 자신의 주장을 논리적으로 개진할 수 있는 종합적 능력을 측정할 수 있도록 하는데 주안점을 두었다. 또한 일상생활에서 관찰할 수 있는 과학적 현상을 법칙과 관찰에 준거하여 논리적으로 사고 할 수 있는지와 문제해결 능력을 파악하고자 하였다. 제시문의 자세한 해설과 출제 의도 및 채점 기준은 다음과 같다.

[제시문 1]

(가)

영국 임페리얼대학의 존 펜드리 교수는 최근 세계적인 과학저널 ‘사이언스’에 발표한 논문에서 “이론적으로는 해리 포터가 사용하는 투명망토를 제작할 수 있지만 엔지니어링 기술이 아직 미치지 못하는 상황”이라고 밝혀 화제가 됐다. 펜드리 교수가 밝힌 투명망토의 과학적 원리는 이렇다. 사람의 눈이나 레이더는 특정 물체가 가시광선이나 마이크로파 등을 대부분 반사시키는 성질을 이용해 그 물체를 인식한다. 따라서 어떤 물체가 마이크로파나 가시광선을 반사시키는 것을 차단하거나 왜곡시키면 그 물체가 보이지 않게 할 수 있다는 것이다. 펜드리 교수는 마이크로파나 가시광선 등을 어떤 방향에서도 굴절시킬 수 있는 ‘메타물질(metamaterial)’을 찾아내 이를 사용하면 투명망토를 제작할 수 있을 것이라고 설명했다. 메타물질이란 물질이 자연상태에서는 가지지 못하는 전자기학적인 특성을 인위적인 방법을 동원해 가지도록 만든 것을 말한다. 1960년대 말 러시아 물리학자가 가상적인 물질에 대한 논문을 쓴 이래 영국 과학자들이 2000년 음(-)의 굴절률을 가지는 물질을 만들면서 주목을 받기 시작했다. 펜드리 교수는 음의 굴절률을 가지는 메타물질은 빛이 보통 물질에서 꺾이는 것과 반대방향으로 꺾이도록 하기 때문에 메타물질 안에 구멍이 있다 해도 빛이 이 안에 도달할 수 없게 만들 수 있다는 것을 알아냈다.

(나)

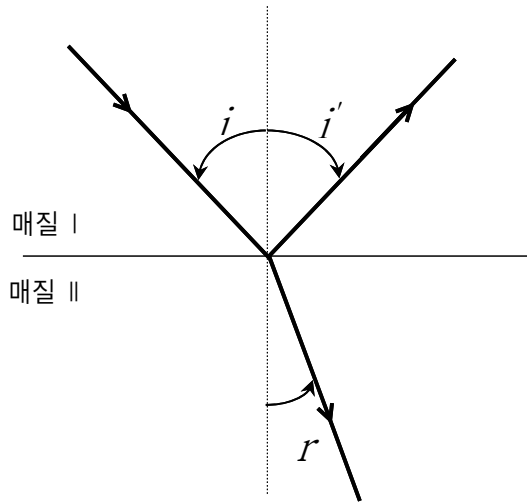
빛이 나아가다가 새로운 매질을 만나면 빛의 일부는 반사된다. 빛이 반사되는 면에 수직한 선을 법선이라 부른다. 면에 도달하는 빛을 입사광, 반사되어 면을 떠나는 빛을 반사광이라 부르고, 입사광과 반사광이 법선과 이루는 각을 각각 입사각, 반사각이라 부른다. 반사가 일어날 때에는 아래 그림에서 입사각 θ_i 와 반사각 θ_r 이 같다. 빛이 투명한 매질에 입사하면, 반사도 일어나지만 일부는 굴절해서 매질 안으로 들어간다. 굴절되어 들어가는 빛을 굴절광이라 하고, 굴절광이 법선과 이루는 각을 굴절각(아래 그림에서 θ_t)이라 한다. 빛이 굴절되는 정도는 매질의 굴절률이라는 물리량으로 표현할 수 있는데 진공에서의 굴절률은 1로 주어진다. 네덜란드의 과학자 스넬이 발견한 법칙을 이용하면 빛이 얼마나 꺾이는지 알 수 있다. 스넬의 법칙에 따르면 입사각과 굴절각의 사인값의 비는 굴절률의 비의 역수와 같다. 즉, 아래 그림에서 $\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1}$ 이다. 여기서 n_1 은 매질 I의 굴절률이고 n_2 는 매질 II의 굴절률이다.

(다)

자연에 존재하는 물질은 모든 빛에 대해서 양(+)의 굴절률을 가지고 있다. 그런데 약 40년 전에 러시아의 물리학자인 빅토르 베셀라고는 음(-)의 굴절률을 가진 물질이 존재할 수 있으며, 이런 물질에서는 빛이 보통 꺾이는 방향과 반대 방향으로 꺾일 것으로 예측했다.

예를 들면, 음의 굴절률을 가진 물질로 만든 오목렌즈는 빛을 모아주고 볼록렌즈는 빛을 퍼지게 하여 양의 굴절률을 가진 보통의 렌즈와는 반대의 역할을 하게 될 것이다.

물이 담긴 유리 컵 안에 연필을 꽂으면 연필은 약간 꺾인 것처럼 보인다. 하지만, 물 대신 음의 굴절률을 가진 특수한 물질을 채우면, 빛이 너무 심하게 꺾여서 연필은 뒤로 젖혀져 보일 것이다. 독일 칼스루대학의 연구진들은 2004년에 광선 추적 프로그램을 이용해서, 음의 굴절률을 가진 물질이 아주 특이한 성질이 있다는 것을 보여주었다. 스넬의 법칙과 관련지어 생각해 보면 음의 굴절률은 굴절각의 부호를 음으로 잡으면 얻을 수 있을 것이다. 굴절각은 보통 아래 그림에서 표시된 방향으로 켈 때 양수로 주어진다. 따라서 법선으로부터 그 반대 방향의 굴절각은 음수로 생각할 수 있을 것이다.

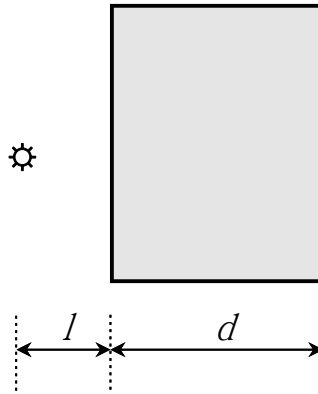


(문제 1-1)

진공 중에서 진행하던 빛이 60° 의 입사각으로 굴절률 $n = -\sqrt{3}$ 을 가진 물질로 들어간다. 이 경우 굴절각을 구하고 입사되는 빛과 굴절되는 빛의 방향이 어떻게 될지 지문의 그림과 같이 그려서 설명하시오. 또한, 입사각을 60° 보다 점점 크게 하거나 점점 작게 하면 굴절되는 빛의 방향이 입사각이 60° 인 경우에 비해 어떻게 변하는지 각각의 경우에 대해 설명하시오.

(문제 1-2)

음의 굴절률을 가진 물질로 아래 그림과 같이 두께 d 의 직육면체의 토막을 만들어 진공 중에 놓았다고 하자. 여기서 거리 l 만큼 떨어진 곳에 아주 작은 크기의 단일 파장의 빛을 내는 점광원이 있다고 한다. 단, $l < d$ 이다. 토막의 굴절률이 $n = -1$ 이라고 할 때 광원에서 나온 빛이 토막을 지나는 경로를 그려 광원의 상이 맺히는 것이 가능한지 추론하시오. 만일 상이 맺힐 수 있다면 몇 개의 상이 어디에 맺히는지 구하시오.

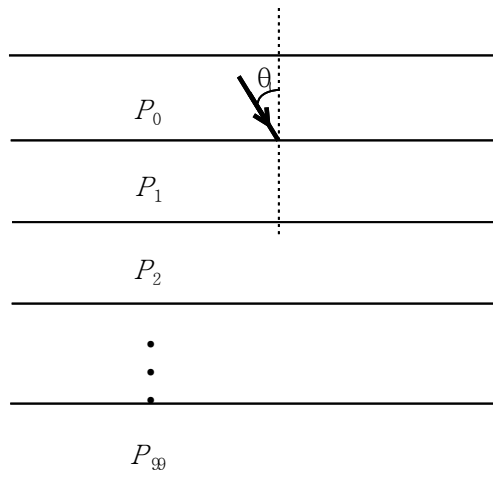


(문제 1-3)

고온의 공기는 저온의 공기보다 작은 굴절률을 가지는 것으로 알려져 있어서, 더운 여름날 한낮의 아스팔트 표면 위의 공기층은 높이가 높아짐에 따라 연속적으로 굴절률이 증가하는 물질로 생각할 수 있다. 이런 현상과 굴절의 법칙을 이용하여, 더운 여름날 한낮에 상공에서 아스팔트 표면을 향해 비스듬하게 입사하는 빛의 진행 경로를 설명하고 그림으로 표시하시오. 이를 바탕으로, 더운 여름날 한낮에 아스팔트에 물이 고인 것처럼 보이는 현상(신기루 현상)이 관찰자로부터 일정한 거리 이상 떨어진 위치에서만 관측되는 이유를 설명하고, 투명망토 현상과의 유사성을 설명하시오.

(문제 1-4)

두께가 1cm 정도이고 굴절률이 n_i 인 평평한 판 모양의 매질을 P_i 라고 하자. $i=0, 1, 2, \dots, 98$ 에 대하여, 매질 P_i 는 매질 P_{i+1} 과 빈 틈이 없이 접하여 100개의 매질 $P_0, P_1, \dots, P_{99}$ 가 아래의 그림과 같이 겹쳐져 있다. 매질 P_0 에서 P_1 으로 빛이 들어갈 때의 입사각이 θ_0 로 관찰되었다. 또한 $n_i = \frac{2i+2}{2i+1}$ 이고 $\sin \theta_0 = \frac{51}{100}$ 이라고 하자. P_0 에서 나온 빛이 매질 P_{k-1} 에서 매질 P_k 로 입사할 때 P_k 의 내부로 들어가지 못하고 전반사되었다고 한다. 이때의 k 를 구하고 그 과정을 설명하시오.



[제시문 해설 및 출제의도]

2006년 Science지에서 선정한 ‘10대 획기적인 과학기술’ 중의 하나인 메타물질이 가지는 음의 굴절률 현상과 관련된 굴절의 법칙을 설명하는 지문을 중심으로 음의 굴절률 현상을 고등학교 교과과정에서 배운 일반적인 굴절의 법칙을 이용하여 이해할 수 있는지를 측정한다. 그리고, 이를 바탕으로 자연 현상을 지배하는 물리적 법칙의 적용력과 주어진 설문에 대한 이해력과 응용력을 평가하고자 했다. 신기루같은 물리 현상을 모델을 통하여 이해하고 정확한 예측을 할 수 있는 복합적인 수리능력을 측정하고자 했다.

(지문출처)

(가) 한국경제신문 2006.10.30 발췌 편집

(나) ‘속 보이는 물리, 빛과 파동 흔들기’, 한국물리학회 지음, 동아 사이언스 발췌 편집

(다) Science Times 2007.05.14 발췌 편집

[문제 해설 및 채점기준]

(문제 1-1)

지문을 통하여 음의 굴절률의 개념을 이해하고, 빛의 굴절 법칙인 스넬의 법칙을 적절히 활용할 수 있는지 물어보는 문제이다. 음의 굴절률을 가지고 있는 물체에 빛이 입사한 경우, 스넬의 법칙을 이용하여 굴절광의 경로를 유추하고, 정확한 굴절각을 유도하면 완벽한 답안이라고 할 수 있다. 음의 굴절률의 개념과 스넬의 법칙의 상관관계의 이해도가 중요한 평가 요소이다.

(문제 1-2)

지문을 통해 파악된 음의 굴절률의 개념을 이용하여, 평면 렌즈의 가능성을 유추할 수 있는지 물어보는 문제이다. 음의 굴절률을 가지는 물체와 양의 굴절률을 가지는 물체의 계면에서 빛이 굴절하는 현상을 제대로 이해하고, 물체에서 나온 빛이 상을 맺는 원리를 이용하여, 빛의 경로를 유추하고 상의 위치를 정확히 유도할 수 있으면 만점을 받을 수 있다. 음의 굴절률에 대한 개념과 물체에서 나온 빛이 상을 맺는 원리의 이해도에 따라 부분 점수를 얻을 수 있다.

(문제 1-3)

스넬의 법칙과 전반사 현상을 이용하여 신기루 현상을 추론하는 능력과 투명망토 현상과의 유사성을 파악할 수 있는지 물어보는 문제이다. 스넬의 법칙을 연속적으로 굴절률이 감소하는 매질에 대해서 적용하여, 전반사 현상이 발생할 때 신기루 현상이 나타날 수 있음을 추론하고, 이러한 빛의 굴절에 의한 사물의 왜곡이 투명망토 현상과의 유사성임을 설명할 수 있으면 만점을 받을 수 있다. 스넬의 법칙을 적절히 활용하지 못하거나, 굴절에 의한 전반사가 신기루 현상의 원인임을 파악하지 못하거나, 투명망토 현상과의 유사성을 설명하지 못하면 감점 요인이 될 수 있다.

(문제 1-4)

신기루 현상의 모델로서 상대 굴절률을 이용하여 겹쳐진 매질에 대한 굴절각을 구하여 전반사가 될 정량적 조건을 찾는 문제이다. 매질의 상대 굴절률을 주어진 조건으로부터 유추하고 겹쳐진 매질의 전체적인 굴절률을 계산한 다음 임계각과의 대소를 비교하여 전반사 조건을 정확하게 이끌어내면 훌륭한 답안이고 문제 해결 과정에서 전반사와 굴절률에 대한 이해 정도에 따라 부분 점수를 얻을 수 있다.

[제시문 2]

(가)

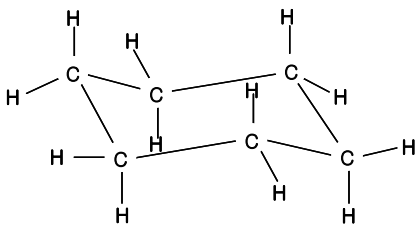
한 물질(용질)이 어떤 액체물질(용매)에 녹는 정도를 용해도라고 한다. 이는 용질과 용매의 성질에 의존한다. 용해도를 결정하는 여러 인자 중 하나는 물질들끼리 섞이려는 자연적 경향, 즉 더 무질서해지려는 경향이다. 만약 이것이 용해도에 관여하는 유일한 인자라면 물질들은 서로 완전히 섞일 것이다. 하지만 실제로는 그렇지 않다. 왜냐하면, 용질과 용매 분자 간의 상대적 인력이 용해도를 결정하는데 매우 중요한 역할을 하기 때문이다. 일반적으로 용질과 용매가 유사한 종류의 분자간 인력을 가지면 서로 용해하려는 경향이 있어서 잘 섞이게 된다. 아세톤과 물의 액체 쌍은 모든 비율로 섞을 수 있지만 가솔린과 물의 액체 쌍은 서로 섞이지 않는 현상을 예로 들 수 있다. 액체나 고체의 용해도와는 달리 기체의 용해도는 기체의 압력에 크게 영향을 받는데 액체에 대한 기체의 압력을 높여 주면 액체로 녹아 들어가는 기체 분자수도 비례하여 증가한다. 즉, 일정한 온도에서 일정량의 액체에 녹아 들어가는 기체의 질량은 그 기체의 압력에 비례한다. 이것을 헨리의 법칙이라고 한다. 이 법칙은 산소, 질소, 수소와 같이 용해도가 작은 기체에 잘 적용된다.

(나)

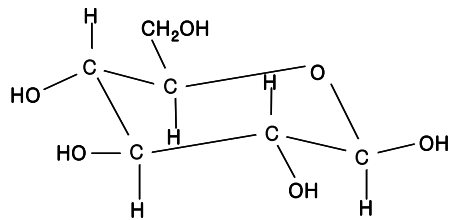
우리가 호흡으로 흡입한 산소 분자는 폐의 모세 혈관에서 혈액 속의 헤모글로빈 분자와 결합되어 필요한 조직으로 이동된다. 우리 주변에서 일산화탄소의 농도가 커지면 어떻게 될까? 만일 일산화탄소에 중독된다면 어떻게 대처해야 할까? 일산화탄소는 헤모글로빈과 단단하게 결합하며 그 결합력은 산소와 헤모글로빈과의 결합력보다 200배나 강하다. 일산화탄소가 헤모글로빈과 결합하게 되면 상대적으로 결합력이 약한 산소가 헤모글로빈과 결합하지 못해 조직으로 충분히 이동하지 못하여 세포가 산소 결핍으로 죽게 되고, 환자는 두통, 어지러움, 심장 박동 감소 등을 일으키며 심하면 의식을 잃고 사망에 이를 수도 있다. 만일, 중독된 것을 빨리 발견한다면 환자를 고압 산소통 속에서 고압의 산소에 노출시켜 치료할 수 있다. 이 치료법을 적용할 때 주의해야 할 일은 치료 후 환자가 산소통에서 나오기 전에 아주 서서히 산소통의 산소 압력을 감압하는 것이다.

(다)

고리형 포화탄소 화합물인 시클로헥산(C_6H_{12})은 각 탄소 사이의 결합각이 109.5° 로 대칭성이 높은 입체구조를 취한다. 이 경우에 분자 안의 탄소-탄소 결합을 단지 뒤틀어 놓음으로써 다수의 입체 형태가 가능해 진다. 이 가운데서 대표적인 두 가지 형태는 의자 모양과 배 모양이다. 상온에서는 에너지 면에서 더 안정한 의자 모양이 압도적으로 많다. 모든 탄소결합각은 109.5° 이므로 고리는 평면구조를 벗어나 입체구조가 된다. 고리형 화합물인 포도당($C_6H_{12}O_6$)도 시클로헥산처럼 비평면 입체 구조를 가지는 분자이다. 시클로헥산과 포도당은 아래의 그림과 같이 기본골격의 구조가 비슷하지만 물에 대한 용해도는 매우 다르다. 포도당은 물에 매우 잘 녹지만 시클로헥산은 물에 녹지 않는다.



의자 모양의 시클로헥산



포도당

(문제 2-1)

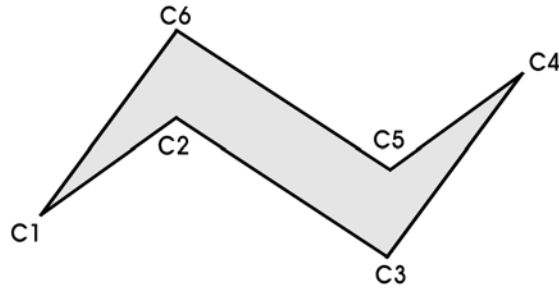
고압 산소통을 이용하여 일산화탄소 중독을 치료하는 원리를 헨리의 법칙으로부터 설명하고, 이 치료법 적용 후 고압 산소통의 산소 압력을 아주 서서히 낮추어야 하는 이유를 추론하시오.

(문제 2-2)

시클로헥산과 포도당은 기본골격은 비슷하지만 물에 대한 용해도가 매우 다른 이유를 설명하시오. 만약, 포도당에서 모든 OH기의 H가 CH_3 로 치환되어 OCH_3 기가 되고 기본골격은 그대로 유지한다고 하자. 이 경우, 이 분자의 물에 대한 용해도가 포도당과 비교해서 어떻게 될지 예상하고 그 이유를 설명하시오.

(문제 2-3)

의자 모양의 시클로헥산의 각 탄소 원자를 아래 그림과 같이 C1, C2, C3, C4, C5, C6 라고 이름을 붙였다. 이때, C1, C3, C5로 이루어지는 평면 P1 과 C2, C4, C6로 이루어지는 평면 P2 는 서로 평행이다. C2, C4, C6를 평면 P1 에 정사영시킨 점을 C2', C4', C6'이라 하면 C1, C2', C3, C4', C5, C6'은 정육각형의 꼭지점들이 된다. 모든 탄소-탄소 결합길이가 a 로 동일하다고 가정할 때 두 평면 P1, P2 사이의 거리를 구하고 그 과정을 설명하시오. (단, $\cos 109.5^\circ = -\frac{1}{3}$ 로 계산한다.)



[제시문 해설 및 출제의도]

물질의 용해도와 그와 관련된 생활속 현상을 예로 든 지문을 중심으로 용해도에 영향을 미치는 인자들에 대한 이해와 분자의 기하학적 구조에 대한 분석능력을 평가한다. 일산화탄소 중독의 치료방법에 응용되는 화학적 원리인 헨리의 법칙을 이해하고 적용할 수 있는지 평가한다. 더불어, 분자의 입체구조를 이해하는 과정에서 고등학교 교과과정에서 배우는 기하 문제 해결 능력을 함께 평가하고자 한다.

(지문출처)

(가), (다) 고등학교 화학 교과서 내용 발췌 편집

(나) 고등학교 화학 교과서, 교학사 내용 발췌 편집

[문제 해설 및 채점기준]

(문제 2-1)

지문을 통해 일산화탄소 중독의 치료방법에 응용되는 화학적 원리인 헨리의 법칙을 이해하고 적용할 수 있는지 물어보는 문제이다. 치료시 산소통의 압력을 급격히 감압할 경우 혈액에서 산소의 용해도가 급속히 감소하여 산소 거품이 생겨 위험할 수 있다는 사실을 유추할 수 있으면 좋은 답안이라 할 수 있다. 치료시 산소통의 압력과 산소의 용해도 관계를 이해하는 정도에 따라 부분 점수를 얻을 수 있다.

(문제 2-2)

시클로헥산과 포도당의 분자구조를 이해하여 분자의 특성과 용해도와의 상관관계를 종합적으로 이해할 수 있는지 물어보는 문제이다. 분자 내 극성의 유무를 판단하고 수소결합의 본질을 이해하여, 포도당이 물에 잘 녹는 현상과 시클로헥산이 물과 섞이지 않는 현상을 추론하면 좋은 답안이라고 할 수 있다. 분자의 극성과 수소결합의 이해 정도에 따라 부분 점수를 부여할 수 있다.

(문제 2-3)

시클로hex산의 분자구조를 입체적으로 잘 이해하여 평행한 두 평면사이의 거리를 수리적으로 유추할 수 있는지 물어보는 문제이다. 코사인 법칙과 피타고라스 정리 등을 이용하여 높이를 정확히 계산하면 좋은 답안이고, 기하학적 구조의 이해 정도와 기본적인 평면 기하학 법칙의 활용 정도에 따라 부분 점수를 얻을 수 있다.

[제시문 3]

(가)

최근 영국 과학탐험협회 과학자들은 볼리비아의 아마존 탐험을 통해 ‘싱구’라는 이름의 ‘두개의 코’를 가진(double-nosed) 이상한 개를 발견하여 협회에 보고하였다. 이러한 개의 존재는 1913년에도 한 전설적인 탐험가에 의해서 보고된 바 있었는데, 그 당시에는 아무도 그의 말을 믿지 않았다. 이 이상한 모양의 개를 재발견한 것은 그 탐험가의 발견이 사실이었음을 입증하는 것이다. 또한 과거에 ‘판초 나바로’라는 비슷한 모양의 스페인 개가 있었다는 정보가 알려지면서, 스페인 정복자에 의해 남미로 옮겨진 그와 같은 개가 이번에 발견된 싱구의 조상으로 생각되고 있다. 탐험가들은 2년 전에도 싱구의 어미개 ‘벨라’를 발견하였는데, 벨라 또한 ‘두개의 코’를 가지고 있었다. 벨라는 정상의 코를 가진 수캐와 교미하여 ‘두개의 코’를 가진 강아지들을 낳았는데, 그 중 싱구만이 살아남았다. 한편, 싱구는 발견 당시 정상적으로 하나의 코를 가진 암캐와 교미하여 강아지 4마리를 낳았다. 이 중 두 마리는 ‘두개의 코’를 가졌고, 나머지 두 마리는 정상적인 코를 가졌다. ‘두개의 코’를 가진 개들은 생김새에서 예상할 수 있듯이 후각이 매우 발달되어 사냥견으로 이용되고 있으며, 앞으로 광산이나 마약 탐지 등에 활용될 수 있을 것으로 기대된다. 볼리비아 군 당국은 이 개의 활용 가능성을 조사하기 위해서 연구팀을 이 마을에 파견하였다.

(나)

매력적인 밤색 눈과 우아한 자태를 지니고 있는 사슴은 가장 인기 있는 포유류 종의 하나이다. 순록사슴이 없다면 산타가 어디를 갈 수 있겠는가? 그러나 안타깝게도 많은 종류의 사슴들이 현재 멸종 위험에 처해있다. 사슴을 보존하기 위한 가장 효과적인 전략을 찾는 것은 사슴의 기본적인 동물학, 특히 그들의 번식을 제대로 이해하는 데 달려있다. 사슴의 번식을 이해하는 것은 그리 쉬운 일이 아닌데, 특히 혼란을 일으키는 요소 중의 하나는 사슴은 서로 다른 종간의 잡종을 야생에서 자연적으로 만들 수 있으며 그 정도가 사슴의 종에 따라 다양하다는 점이다. 경우에 따라 서로 다른 종들 사이에서 태어난 잡종사슴들은 생존 확률이 매우 높으며 또한 번식력도 가질 수 있다. 예를 들어 야생에서 흰꼬리사슴종과 검은꼬리사슴종 간의 잡종은 8마리 당 한 마리 이상에 해당하는 13.8%를 차지하기도 한다. 반대로 어떤 종들은 잡종의 비율이 이보다 훨씬 낮다. 멍새사슴의 경우 중국멍새사슴종과 인도멍새사슴종 간의 잡종이 간혹 생기기도 하나 이 경우는 생식세포를 만들지 못하여 잡종이 유지되기 힘들다.

이러한 생식적인 범위의 다양성에 대한 기본원리는 명확하지 않으나 일단은 염색체의 수와 관련이 있는 것으로 보인다. 사슴과(科)에 속하는 대부분의 사슴들은 35쌍의 염색체를 지니고 있으며, 생식상으로 그들은 서로 ‘교환가능’하다고 한다. 이와 달리 어떤 사슴들은 종에 따라 염색체 수가 매우 다양하다. 인도면책사슴종과 중국면책사슴종은 이러한 다양성의 극단적인 예를 보여주는데 거의 비슷하게 생긴 두 면책사슴종들은 각자가 가지고 있는 염색체의 수에 큰 차이를 보인다. 중국면책사슴종은 23쌍의 염색체를 가지고 있지만 인도면책사슴종은 단지 3쌍만을 가지고 있다. 유전학은 잡종과 순종간의 유전적인 혼합을 확인하는 데 매우 유용하다. 사슴의 종족 보존에 관한 결정을 내리고, 두 종간의 잡종을 대표하는 사슴 집단을 구하려고 노력을 기울이는 일에 유전학이 도움이 될 수 있다. 최근 공통된 의견은 우리가 모든 것을 다 보존할 수는 없다는 것이다. 그러므로 어려운 선택을 내려야만 한다. 올바른 선택을 위해서는 가능한 한 많은 지식이 필요하다.

(다)

고등한 생물은 같은 모양의 염색체를 두 개씩 쌍으로 가지고 있다. 두 개의 염색체에는 같은 형질에 관계하는 유전자인 대립 유전자가 같은 순서로 늘어서 있다. 이처럼 꼭 닮은 두 개의 염색체를 ‘상동 염색체’라고 한다. 상동 염색체는 감수 분열 때 접합하여 쌍을 이룬다. 개의 경우, 76개 즉 38쌍의 상동 염색체는 ‘상염색체’라고 불리며 1번에서 38번까지의 번호가 붙어 있다. 이것에 더하여 암개는 한 쌍의 X 염색체를 가지며 수개는 1개의 X 염색체와 1개의 Y 염색체를 가지고 있어 모두 78개가 된다. 성에 따라 다르게 존재하기 때문에 ‘성염색체’라고 불리는 X 염색체와 Y 염색체는 모양과 크기가 서로 다르지만, 감수 분열 때 서로 접합하여 쌍을 이루었다가 양 쪽으로 이동하면서 분리된다.

(문제 3-1)

‘두개의 코’ 형질은 한 쌍의 유전자에 의해 결정되며 그 유전자는 상염색체에 존재한다고 가정하자. ‘두개의 코’ 유전자를 A', 그에 대한 정상대립유전자를 A라 할 때 A'이 우성일 경우와 열성일 경우에 대하여 각각 싱구의 유전자형을 예측하고 그렇게 생각하는 이유를 서술하시오. 또한 싱구의 자손을 통해 ‘두개의 코’를 가진 순종 혈통을 얻기 위한 교배 방법을 제시하고 교배를 통하여 이 자손이 순종임을 확인할 수 있는 방법을 제시하시오.

(문제 3-2)

지문에는 외형적인 차이를 보이는 두 개들 사이에서 태어난 싱구와, 인도면책사슴종과 중국면책사슴종 사이에 태어날 수 있는 잡종면책사슴이 각각 소개되어 있다. 지문에 근거하여 싱구와 잡종면책사슴이 가지는 체세포의 염색체 수를 각각 유추하고 두 개체가 생식력에 있어 차이를 보이는 이유를 지문 (다)에 서술된 현상과 관련하여 분석하시오.

(문제 3-3)

사람의 키, 피부색, 체중과 같은 형질은 한 쌍의 유전자에 의해 나타나는 것이 아니라 여러 쌍의 유전자에 의해 표현되며 이러한 유전형질을 다인자성 형질이라고 한다. 어떤 다인자성 유전형질이 세 개의 유전자에 의해 표현되며 이때 각각의 유전자는 그 형질을 증가시키는 대립유전자(A, B, C)와 그 형질을 감소시키는 대립유전자(a, b, c) 두 가지만 존재한다고 가정하자. 유전자형이 AaBbCc인 어머니로부터 유전자형이 AABBCC인 자녀가 태어난 경우, 아버지의 유전자형이 AABBCC일 확률을 구하시오. (단, 모든 가능한 조합의 유전 인자를 가지는 개체는 동일한 비율로 존재하고, 위의 세 유전자는 서로 다른 염색체에 위치한다고 가정한다.)

[제시문 해설 및 출제의도]

제시문은 ‘두개의 코’를 가진 돌연변이 개에 관한 내용과 서로 다른 사슴 종들 사이에 생겨날 수 있는 잡종사슴들에 관한 내용 및 고등학교 교과과정 수준의 기본적인 감수분열과 생식세포 형성 과정에 대한 설명으로 이루어져 있다. 우성, 열성, 유전자형, 표현형, 다인자 유전 양식 등 유전학에 대한 기본 지식과 상동염색체의 접합과 분리 등을 포함한 감수분열의 개념을 정확하게 이해하고 있는지 여부와 지문으로부터 유추한 내용을 기본지식들과 연관시켜 정답을 추론하는 능력이 있는지 평가한다.

(지문출처)

(가) 과학탐험학회 홈페이지 참고

(나) 한국과학기술정보연구원 자료 발췌 편집

(다) ‘세포-분자적 접근 4판’, 쿠퍼, ASM 출판 참고

[문제 해설 및 채점기준]

(문제 3-1)

돌연변이 형질을 가진 상구의 순수혈통(동형접합자)을 유지하는 일반적인 방법에 대한 이해도를 물어보는 문제이다. 우성 형질을 보이는 개체의 경우, 이형접합자와 우성유전자 동형접합자로 존재할 수 있으며, 열성 형질을 보이는 개체의 경우, 오직 열성유전자 동형접합자로만 존재한다는 사실을 알고 이용할 수 있는지 여부가 중요한 평가 요소가 된다. 또한 우성유전자 동형접합자를 가지는 개체를 검정교배 방법을 적용하여 찾아서 교배하는 방법을 논리적으로 제시한 경우를 정답이라 할 수 있다.

(문제 3-2)

지문으로부터 생식세포를 형성할 때 일어나는 감수분열과정에서 상동염색체의 접합 여부가 잡종의 번식능력을 결정할 수 있다는 유전 현상을 추론할 수 있는지 평가하는 문제이다. 정상적인 생식세포가 만들어지려면 감수분열 단계에서 짝이 맞는 상동염색체끼리 서로 접합하여야 한다. 생식세포를 형성할 때 생기는 상동염색체 접합현상의 중요성을 충분히 이해하는지의 여부가 중요한 평가 요소가 되며 지문에 소개된 다른 종의 두 개체의 체세포 및 생식세포 형성 과정을 정확히 분석하여 답안을 작성한 경우 정답으로 처리한다.

(문제 3-3)

일상에서 벌어질 수 있는 유전 현상을 다인자 유전의 관점에서 간단한 수리적인 가설을 통하여 이해하고 분석할 수 있는지의 여부를 물어보는 문제이다. 다인자 유전에서 다른 염색체에 존재하는 유전자의 독립적 유전현상을 이해하는 것이 중요하다. 관련 유전자가 3개인 다인자 유전에서 가능한 유전자 조합의 경우의 수를 계산하고, 이로부터 조건부 확률을 이용하여 정확한 답을 도출한 경우에 정답이 된다. 문제 해결 과정에서 경우의 수와 조건부 확률에 대한 이해 정도에 따라 부분 점수를 얻을 수 있다.

경북대학교

■ 개 요

- 출제유형 : 통합교과적 논술형
 - 시험시간 : 2008학년도(100분), 2009학년도(120분)
 - 출제문항수 : 2008학년도(3문항), 2009학년도(4문항)
 - 답안지 작성 분량 : 분량 제한 없음
- ※ 2009학년도 시험시간과 출제문항수는 예정이며 자세한 사항은 경북대학교 홈페이지(<http://www.knu.ac.kr>)를 참조하기 바람

■ 출제의 목적 및 기본 방향

가) 목적

경북대학교 자연계 논술고사는 현대사회가 요구하는 논리적이고 창의적인 인재를 선발하는 것을 목적으로 하고 있다.

나) 출제의 기본 방향

- ① 고등학교 자연계열 교과목에 나오는 기본 개념과 원리에 대한 이해를 바탕으로 주어진 문제를 논리적으로 분석하고 추론하는 능력을 측정할 수 있는 문제를 출제한다.
- ② 고등학교 교과서 및 관련 내용을 제시하고, 제시한 내용에 대한 이해력과 분석력, 이를 바탕으로 결과를 도출하는 논리적 전개 능력과 설득력 있는 표현 능력 등을 평가할 수 있는 문제를 출제한다.

■ 기출 문제(2008학년도 수시2-2 전형)

[제시문 1]

혈액은 세포 성분인 혈구와 세포간 물질인 혈장으로 이루어져 있다. 정상적인 성인의 골수 간세포(줄기세포)는 모양과 기능이 다른 적혈구, 백혈구, 혈소판 등등의 혈구세포를 생산한다.

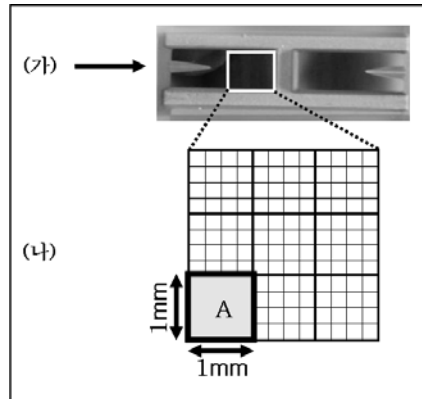
적혈구(450~500만 개/ 1mm^3 ; 수명 약 120일)는 약 2억 8천만 개의 헤모글로빈 분자를 가지고 있고, 이들 헤모글로빈 분자는 철분을 함유하고 있어서 적혈구가 붉게 보인다. 철은 산소와 가역적으로 결합하는 능력이 있어 적혈구는 생체 내에서 산소를 운반하는 일을 한다.

백혈구(6,000~8,000개/ 1mm^3 ; 수명 약 1주일)는 공기나 음식물 등으로부터 들어온 이물질이나 세균을 포식하여 파괴시킴으로써 이들로부터 몸을 보호한다. 때때로 백혈구는 성숙하지 못하고 정상적인 기능을 수행하지 못하는 미숙 단계에 머물게 되며, 이들은 암세포가 된다. 이들 암세포는 저지를 받지 않을 경우 개체가 죽을 때까지 계속 분열을 하여 그 수가 급증하게 되고, 다른 혈구세포 수는 현저히 감소하게 된다. 미숙 단계의 백혈구가 1mm^3 당 100만 개 이상이 되면 백혈병 환자라고 한다.

혈소판(25~40만 개/ 1mm^3 ; 수명 약 4~5일)은 혈액응고에 관여하여, 혈관이나 피부의 틈을 막아 출혈을 멈추게 한다.

[물음 1]

그림 (가)의 혈구계로 혈구세포의 농도를 측정할 수 있다. 현미경으로 혈구계를 관찰하면, 그림 (나)와 같이 가로와 세로가 각각 1mm, 깊이는 0.1mm인 9개의 사각형이 보인다.

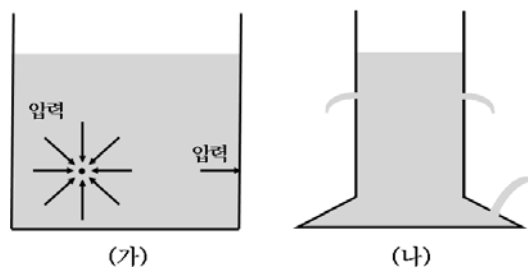


성인 갑(甲)의 혈액 0.5mL를 채취하여, 소량의 염색액으로 염색한 다음, 생리식염수로 10,000배 희석하였다. 혈구계에 커버 글라스를 덮고 소량의 희석된 혈액을 그림 (가)의 홈(화살표)에 주입하면 모세관 현상에 의하여 혈액이 고르게 퍼지게 된다. 현미경을 사용하여 혈구세포의 개수를 측정한 결과, 그림 (나)의 A 영역에서 미숙 단계의 백혈구 12개가 관찰되었다.

성인 갑(甲)의 건강상태를 제시문에 있는 혈구세포(적혈구, 백혈구, 혈소판)의 기능과 연계하여 논술하시오.

[제시문 2]

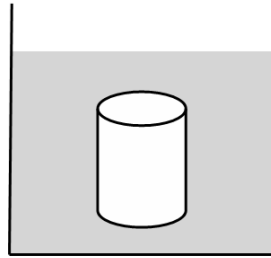
압력은 어떤 물체의 단위 면적이 수직으로 받는 힘이다. 지구를 둘러싸고 있는 공기의 무게 때문에 물체가 단위 면적 당 받는 힘을 대기압이라고 한다. 용기에 담겨진 액체 속 일정 깊이에서의 압력은 액체 표면을 누르고 있는 대기압과 액체의 일정 깊이 위에 있는 액체의 무게에 의해서 발생한다. 따라서 같은 깊이에서의 압력은 동일하다. 그림 (가)와 같이 액체 속 임의의 점에서의 압력은 그 크기가 모든 방향으로 같고 용기의 벽면에 대하여서는 수직 방향으로 작용한다. 따라서 그림 (나)와 같이 물이 들어있는 용기에 작은 구멍이 있으면 벽면의 수직 방향으로 물이 뿜어져 나오는 것을 관찰할 수 있다.



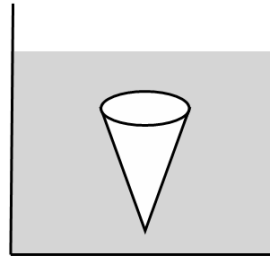
[물음 2]

고대 그리스의 아르키메데스는 “유체(액체 또는 기체) 속에 잠겨있는 물체는 유체에 의하여 위쪽으로 힘을 받아서 물체의 부피에 해당하는 유체의 무게만큼 가벼워진다.”는 부력의 원리를 발견하였다.

- (1) 그림 (다)의 물에 잠긴 원기둥이 수평방향으로 받는 힘의 합은 0이고 그 부피에 해당하는 물의 무게만큼 가벼워진다. 이러한 현상이 왜 발생하는지 제시문에 근거하여 논술하시오.
- (2) 그림 (라)의 물에 잠긴 원뿔이 수평방향으로 받는 힘의 합은 0이고 그 부피에 해당하는 물의 무게만큼 가벼워진다. 이러한 현상이 왜 발생하는지 제시문에 근거하여 논술하시오.



(다)



(라)

[제시문 3]

밤하늘은 어둡다. 이 관측 사실은 우리 우주의 특성에 대한 중요한 정보를 제공한다. 하지만, 만약 별들이 고르게 (즉 어디서나 비슷한 밀도로) 분포하고 무한하게 펼쳐진 상태로 영원히 존재해 왔다면 밤하늘은 현재의 대낮보다도 더 밝아야 한다. 이것을 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’라고 한다. 이는 보통 ‘올버스의 역설’(1826년)이라고 알려져 있지만 이미 1610년 케플러도 지적한 바 있다. 이 역설은 빛의 속도와 상관없이 성립한다. (빛의 속도는 1676년 뢰머가 측정하여 유한하다는 것을 확인하였다.) 그런데 밤하늘이 어둡다는 사실은 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’에서 가정한 조건들 중의 하나 이상이 실제 우주에서는 맞지 않다는 것을 의미한다. 케플러는 별과 관련하여 이 수수께끼를 제기하였지만, 이는 오늘날의 관점에서 볼 때 별 대신 은하로 바꾸어도 타당하다.

현대우주론에서 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’는 다음과 같이 해결된다. 우주는 팽창하고 있다. 팽창하고 있는 우주는 과거의 유한한 어느 시점부터 존재하여 왔고, 따라서 우주는 유한한 시간 동안만 존재하여 왔다. 게다가 유한한 빛의 속도로 인해 우주의 나이 동안 빛이 나아간 거리가 유한하고, 그 너머에 은하가 있다면 그 빛은 아직 우리에게 도달하지 못했을 것이다. 따라서 은하들이 고르게 분포되어 있더라도 유한한 영역 안에 있는 은하들의 빛만이 우리에게 도달한 것이기에 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’는 풀린다. (우리에게 빛이 도달한 영역 안에서는 은하들이 고르게 분포되어 있는 것으로 보인다.) 흥미롭게도 이러한 현대적인 해석과 일치하는 견해를 1848년 미국의 작가 E. A. 포우가 발표한 바 있다. 밤하늘은 어둡다. 이 관측 사실은 우리 우주의 특성에 대한 중요한 정보를 제공한다. 하지만, 만약 별들이 고르게 (즉 어디서나 비슷한 밀도로) 분포하고 무한하게 펼쳐진 상태로 영원히 존재해 왔다면 밤하늘은 현재의 대낮보다도 더 밝아야 한다.

이것을 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’라고 한다. 이는 보통 ‘올버스의 역설’(1826년)이라고 알려져 있지만 이미 1610년 케플러도 지적한 바 있다. 이 역설은 빛의 속도와 상관없이 성립한다. (빛의 속도는 1676년 뢰머가 측정하여 유한하다는 것을 확인하였다.) 그런데 밤하늘이 어둡다는 사실은 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’에서 가정한 조건들 중의 하나 이상이 실제 우주에서는 맞지 않다는 것을 의미한다. 케플러는 별과 관련하여 이 수수께끼를 제기하였지만, 이는 오늘날의 관점에서 볼 때 별 대신 은하로 바꾸어도 타당하다.

현대우주론에서 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’는 다음과 같이 해결된다. 우주는 팽창하고 있다. 팽창하고 있는 우주는 과거의 유한한 어느 시점부터 존재하여 왔고, 따라서 우주는 유한한 시간 동안만 존재하여 왔다. 게다가 유한한 빛의 속도로 인해 우주의 나이 동안 빛이 나아간 거리가 유한하고, 그 너머에 은하가 있다면 그 빛은 아직 우리에게 도달하지 못했을 것이다. 따라서 은하들이 고르게 분포되어 있더라도 유한한 영역 안에 있는 은하들의 빛만이 우리에게 도달한 것이기에 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’는 풀린다. (우리에게 빛이 도달한 영역 안에서는 은하들이 고르게 분포되어 있는 것으로 보인다.) 흥미롭게도 이러한 현대적인 해석과 일치하는 견해를 1848년 미국의 작가 E. A. 포우가 발표한 바 있다.

실제 우주는 우리가 보는 밤하늘보다 훨씬 더 어둡다. 우주의 평균적 밝기는 지구와 해 사이의 거리마다 40 와트짜리 전구가 하나씩 켜져 있는 정도에 불과하다. 태양계 안에 있는 천체들을 제외하더라도 우리가 보는 밤하늘은 밝기에 있어서 우주의 평균보다 훨씬 밝다. 이와 같은 사실은 우리가 별들이 많이 모여 있는 우주의 특수한 지역에 자리하고 있다는 것을 말해준다. 실제로 태양계는 별들이 밀집되어 있는 우리 은하의 원반에 위치하고 있다. 별들은 멀리 떨어져 있어서 거의 점으로 보이지만 사실은 유한한 겉보기 크기를 가지고 있다. 별의 겉보기 면적과 별빛의 세기는 거리의 제곱에 반비례하여 줄어든다. 별들이 고르게 분포하는 경우 우리로부터 일정한 거리에 있는 별들의 개수는 거리의 제곱에 비례하여 많아진다.

[물음 3]

제시문에서 언급한 ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’란 “별들이 (a) 고르게 분포하면서 (b) 무한하게 펼쳐진 상태로 (c) 영원히 존재해 왔다면 (d) 빛의 속도가 유한하더라도 (e) 밤하늘은 현재의 대낮보다도 더 밝아야 한다.”는 것이다.

(1) (a)~(d)의 조건이 충족되면 (e)의 결론이 도출됨을 문장 형태로 서술하시오.

(2) 제시문에서 언급한 현대우주론에서는 (a)~(d)의 조건들이 각각 어떻게 되는지 문장 형태로 서술하시오.

■ 기출 문제 해설

1) 출제 의도

- 가) 우리가 흔히 접할 수 있는 주제인 ‘백혈병’, ‘아르키메데스의 원리’, ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’와 관련된 문제를 제시하고, 학생들이 이 문제를 통하여 1) 과학의 원리를 실질적으로 응용하고, 2) 현상을 논리적으로 해석하며, 3) 우리 현실에 존재하는 단순한 사실에 담겨 있는 중요한 과학적 의미 등을 추론해보도록 하였다.
- 나) 각 제시문은 그 자체로 하나의 완성된 내용을 담고 있다. 물음은 제시문의 내용 및 의미를 정확히 이해하고 분석하기를 요구하고 있고, 또한 고등학교 수학과 과학을 이수하였으면 결론에 논리적으로 접근 가능하도록 하였다. 물음에 대한 논술 과정을 검토하여 봄으로써 이해력, 분석력, 논리적 전개 능력, 표현력 등을 평가할 수 있도록 하였다.

2) 관련 교과서 내용

- 가) 물음1 : 순환(생물)
나) 물음2 : 압력(물리, 화학), 대기압(지구과학), 수열, 미분과 적분(수학)
다) 물음3 : 우주(지구과학)

3) 출제 문항의 특징

- 가) ‘백혈병’ : 제시문은 혈액의 성분인 혈구세포가 만들어지는 과정과 종류 및 기능을 설명하고 혈구세포들 사이의 상관관계를 제시하였다. 물음은 실험으로부터 백혈구 및 다른 혈구세포의 수를 추론하고, 이를 바탕으로 인간의 건강과 혈액의 관계를 파악하여 논술하도록 하고 있다.
- 나) ‘아르키메데스의 원리’ : 제시문은 대기압의 정의, 그리고 액체 속에서의 압력의 정의 및 특징을 서술하고 있다. 물음은 아르키메데스의 원리, 즉 부력의 원리가 액체 속에서 압력이 지닌 특징으로부터 이해될 수 있음을 논술하도록 하고 있다.
- 다) ‘어두운 밤하늘의 수수께끼’ : 제시문은 ‘밤하늘은 어둡다.’는 사실이 우주에 대한 중대한 정보를 제공하고 있음을 서술하고 있다. 또한 어두운 밤하늘에 대한 과거의 고민이 현대우주론에서 어떻게 풀리는지를 알려주고 있다. 이 문제는 우주가 시공간적으로 무한하며 별이 고르게 분포되어 있으면, 그 경우 밤하늘은 우리가 지금 보는 밤하늘과 달리 밝아야 하는데, 이것이 왜 그러한지를 묻고 있다.
- 라) 다루고 있는 주제들은 과학의 특정 영역에 속해 있다. 그러나 특정 과목에 대한 사전 학습 없이 제시된 지문에 대한 이해 및 분석만을 통해서도 주어진 문제를 추론하기에 적합하도록 출제하였다.

4) 문항 해설

가) 물음 1

제시문은 ① 혈구세포의 종류(적혈구, 백혈구, 혈소판)와 정상적인 성인의 혈액 1mm³ 당 존재하는 이들 세포의 개수, 및 각 혈구세포의 기능과 ② 혈액 내 정상적인 기능을 수행할 수 없는 미숙 백혈구혈구세포 수의 지속적인 증가에 따른, 적혈구와 혈소판 감소로 인한 백혈병 발생 등을 설명하고 있다. 제시문의 분석으로부터 다음을 파악할 수 있다.

* 골수세포

- ① 골수 줄기세포는 지속적으로, 혈액 1mm³ 당 일정 수(비율)의 모양과 기능이 다른 혈구세포(적혈구, 백혈구, 혈소판 등등)를 일생동안 생산한다.
- ② 때때로, 골수 줄기세포에 문제가 생겨, 미숙 백혈구(정상적인 기능 상실)를 많이 생산한다. 한편, 적혈구와 혈소판을 생산하는 골수 줄기세포의 수가 감소되어, 적혈구와 혈소판을 정상적으로 생산할 수 없게 되어 이들 세포의 수가 감소한다. 반면, 암세포로 변한 미숙 백혈구는 계속 분열하여 그 세포의 수가 증가한다.

* 혈구세포

- ① 혈액 속에는 적혈구, 백혈구, 혈소판 등등의 혈구세포가 있다.
- ② 혈구세포는 수명을 가지고 있다.
- ③ 정상 성인의 혈액 속에 가장 많은 혈구세포는 적혈구이다. 혈액 내 적혈구의 수많은 헤모글로빈은 산소를 운반해 주는 역할을 한다. 혈액 속에 들어 있는 적혈구의 수 또는 철분 섭취량의 부족으로 헤모글로빈의 농도가 정상보다 낮아지면, 산소공급 부족으로 빈혈이 나타나고 현기증을 느끼게 될 수 있다.
- ④ 적혈구에는 철을 함유하는 헤모글로빈이 들어 있어 붉은색을 띠는데, 사람의 혈액이 붉게 보이는 것도 바로 이 헤모글로빈 때문이다.

빈혈 : 혈액 속에 들어있는 적혈구의 수 또는 헤모글로빈 농도가 정상보다 낮아 우리 몸의 모든 세포에 필요한 산소가 부족하게 되어, 각종 장애 증세가 나타나는 것을 말한다. 빈혈은 상처, 수술, 월경, 분만 등으로 출혈이 많을 때, 또는 철분의 섭취가 부족할 때 흔히 발생한다.

- ⑤ 공기나 음식물 및 상처부위의 혈관이나 피부의 틈으로 로부터 세균이나 이물질(병원체)은 끊임 없이 신체내로 들어온다.
- ⑥ 혈액 속의 백혈구는 식균 작용을 통해 침투한 세균이나 이물질로부터 자신을 보호한다.
- ⑦ 백혈병이란? 사망의 원인은 일반적으로 뇌출혈과 감염이다.
 - 비정상적으로 미숙 백혈구의 수가 많아진다(혈액 1mm³ 당 100만 개 이상).
 - 암세포로 변한 미숙 백혈구는 계속 분열한다.
 - 미숙 백혈구는 식균 작용을 하지 못하므로, 쉽게 세균에 감염된다.

- 많은 수의 미숙 백혈구 세포는 적혈구와 혈소판의 발생을 저해하여, 혈액 속에 적혈구와 혈소판의 수가 현저하게 감소하므로 빈혈이 생기고, 심한 출혈이 나타날 수 있다.
 - 백혈구의 수가 증가하기 때문에 혈액이 정상적인 혈액과 비교했을 때 희게(적혈구 또는 헤모글로빈의 수 감소 때문) 보이므로 백혈병이라고 부른다.
- ⑧ 혈소판은 혈액응고에 관여하여, 상처 또는 수술한 부위에서 생긴 혈관(모세혈관/정맥)이나 피부의 틈을 막아 출혈을 멈추게 한다. 혈소판이 감소의 일반적인 증상은 출혈이다. 출혈은 혈소판의 수가 적을수록 심해진다.
- 상처에 의해 혈관과 피부가 손상되었을 때, 혈액이 계속 유출된다면 생명이 위태로워진다. 그래서 우리 몸에서는 혈액이 과다하게 유출되지 않도록 혈액 응고 과정에 의해 지혈 작용이 일어나야 한다.
 - 몸(피부)에 상처가 나서 혈관이 파괴되어 혈액이 몸 밖으로 나오면, 상처를 통해 세균이 몸속으로 침입하는 것을 막아 몸을 보호한다.
 - 혈액 내 혈소판은 그 수가 부족하면 상처가 났을 때 지혈이 잘 되지 않는다. 만일, 몸속의 혈관이 파괴되면 혈관이 제대로 원상태로 회복되지 못하고, 혈액이 지속적으로 유출된다.

물음에서는 사람의 혈액을 채취하여 혈구계로 혈구세포의 수를 측정할 수 있음을 알려주고 성인 갑(甲)의 혈액 1mm^3 당 존재하는 미숙 백혈구의 수를 추정 하도록 하고 있다. 즉, 혈구계를 통해 성인 갑의 혈액 1mm^3 당 미숙 백혈구의 수가 계산된다. 혈구계의 A 영역(가로와 세로의 길이는 각각 1mm , 깊이는 0.1mm)에서 관찰된, 미숙 단계의 백혈구 12개는 혈액 0.1mm^3 속에 들어있는 세포의 개수이다. 따라서, 혈액 1mm^3 속에는 120개의 세포가 존재하게 된다. 혈액을 만 배 희석하였으므로, 혈액 1mm^3 속에 들어있는 미숙 백혈구의 수 = $120 \times 10,000$ (희석배수) = 혈액 1mm^3 당 120만 개이다. 결론적으로 성인 갑은 백혈병 환자(백혈구의 수 : 100만 개 이상/ 1mm^3)임을 알 수 있다.

위에서 설명하였듯이 제시문을 종합하여, 성인 갑(甲)의 피부에 상처가 나고, 피부 또는 몸속의 혈관이 손상되어 출혈이 멈추지 않고, 공기나 음식물 등으로부터 세균과 이물질이 계속 몸속에 침투한다는 것 등을 파악하여야 한다.

나) 물음 2

(1-예1)

(수평방향) 물 속 어느 일정 깊이에서 원기둥의 옆면에 있는 한 점이 받는 압력은 일정하고 그 방향은 면의 수직방향이다. 그림 1은 원기둥을 위에서 본 그림이다. 물 속 일정 깊이에서, 옆면의 수직방향으로 받는 압력은 모든 방향으로 그 크기가 같으므로, 물속 일정 깊이에서 원기둥이 수평방향으로 받는 힘의 크기의 합은 0이다. (이것은 원기둥 옆면의 모든 깊이에도 적용이 되므로 원기둥이 수평방향으로 받는 힘의 합은 0이다.)

(수직방향) 원기둥 윗면의 일정 면적을 누르는 압력은 대기압과 원기둥 윗면 일정 면적 위 물의 무게의 합이다. 원기둥 아랫면에서는 면의 수직방향 즉 위로 향하는 압력이 발생한다. 원기둥 아랫면의 일정 면적에 가해지는 압력은 대기압과 원기둥 아랫면 깊이에서 일정 면적 위 물의 무게의 합이다. 따라서 윗면과 아랫면에 가해지는 압력의 차이는 원기둥 윗면 일정 면적 위 물의 무게와 원기둥 아랫면 깊이에서 일정 면적 위의 물의 무게의 차이이다. 따라서 원기둥은 원의 단위면적당 원기둥의 높이에 해당하는 물의 무게 만큼 위로 향하는 압력을 받는다. 윗면과 아랫면의 면적은 같으므로 결국 원기둥은 원기둥의 부피에 해당하는 물의 무게만큼 위로 향하는 힘을 받는다. 즉, 가벼워진다.

(1-예2)

(수직 방향) 대기압을 P_{atm} , 물의 밀도를 ρ 라고 하자. 물속 깊이 h 에서의 압력을 P_h 라고 하면, 그림 2에서 원기둥의 윗면에서의 압력의 크기는 $P_{h1} = P_{atm} + \rho g h_1$ 이고 압력은 면에 수직방향으로 작용하므로 아래를 향한다 (g 는 중력 가속도이다.). 원기둥의 아랫면에서의 압력의 크기는 $P_{h2} = P_{atm} + \rho g h_2$ 이고 압력은 면에 수직방향으로 작용하므로 위를 향한다. 따라서 원기둥 위와 아랫면에서의 압력의 차이는 $P_{차이} = P_{h2} - P_{h1} = \rho g(h_2 - h_1)$ 이고 $h_2 > h_1$ 이므로 원기둥이 받는 힘은 위로 향한다. 원기둥에서 원의 면적을 A , 원기둥의 부피를 V 라고 하면, 원기둥이 받는 힘의 크기는 $F_{원기둥} = P_{차이} \times A = \rho g(h_2 - h_1)A = \rho gV$ 이다. ρV 는 원기둥의 부피에 해당하는 물의 질량이므로 원기둥은 ρgV (물의 무게) 만큼 위로 향하는 힘을 받는다, 즉, 가벼워진다.

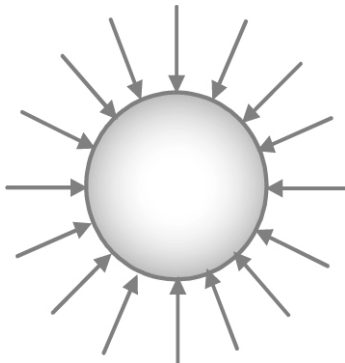


그림 1

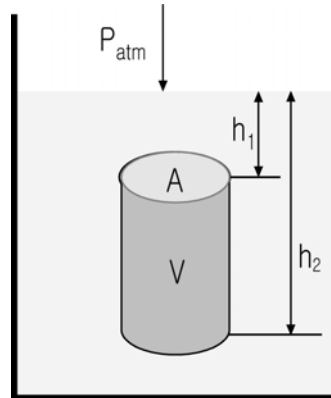
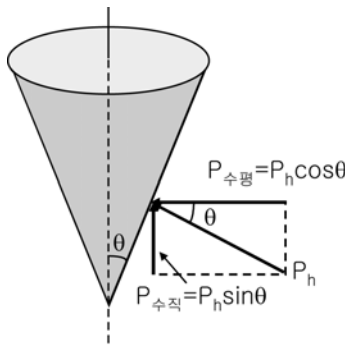


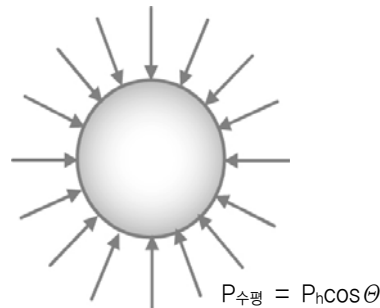
그림 2

(2)

(수평방향) 물 속 어느 일정 깊이에서 원뿔의 옆면에 있는 한 점이 받는 압력은 일정하고 그 방향은 면의 수직방향이다. 그림 3은 원뿔을 옆에서 본 그림이다. 원뿔의 중심선과 옆면이 이루는 각도를 θ 라고 하고, 물 속 일정 깊이에서의 압력을 P_h 라고 하면 원뿔의 옆면의 한 점에서 수평방향으로 받는 압력의 크기는 $P_h \times \cos\theta$ 이다. 그림 4는 깊이 h 에서 원뿔 단면의 원에 가해지는 압력을 표시한 것으로서 원에 가해지는 압력은 모든 방향으로 그 크기가 같으므로, 물속 일정 깊이에서 원뿔이 수평방향으로 받는 힘의 크기의 합은 0이다. (이것은 원뿔 옆면의 모든 깊이에도 적용이 되므로 원뿔이 수평방향으로 받는 힘의 합은 0이다.)

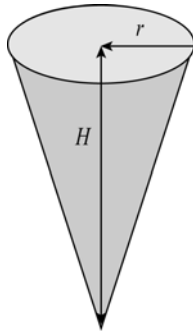


[그림 3]

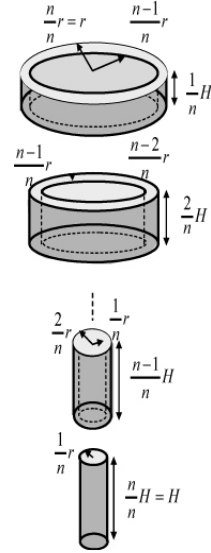


[그림 4]

(수직방향) 그림 5에서와 같이 원뿔 윗면의 반경을 r , 높이를 H 라고 하자. 그림 6은 안쪽 원의 반경은 $(n-k)/n$, 바깥쪽 원의 반경은 $(n-(k+1))/n$ 이고 높이는 $(k+1)H/n$ 인 가운데가 비어 있는 원기둥들이다. ($n =$ 자연수, $k=0,1,2, \dots, n-1$) (1)의 결과에서 유추하여보면 가운데가 비어있는 각 원기둥은 물속에서 아랫면의 깊이에서의 압력과 윗면의 깊이에서의 압력의 차이만큼 윗 방향으로 압력을 받는다. 윗면과 아랫면의 면적은 같으므로 결국 물속에서 가운데가 비어있는 각 원기둥의 부피에 해당하는 물의 무게만큼 가벼워진다. 그림 5의 원뿔은 $n \rightarrow \infty$ 인 경우에 있어서 그림6의 가운데가 비어 있는 원기둥들의 합이라고 할 수 있으므로 결국 물속에서 원뿔은 그 부피에 해당하는 물의 무게만큼 가벼워진다.



[그림 5]



[그림 6]

※ 참고 1

원뿔의 부피

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \left[\pi \left(\frac{n-k}{n} r \right)^2 - \pi \left(\frac{n-(k+1)}{n} r \right)^2 \right] \frac{k+1}{n} H \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^2 H}{n^3} \sum_{k=0}^{n-1} [(n-k)^2 - (n-(k+1))^2] (k+1) \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^2 H}{n^3} \sum_{k=0}^{n-1} [(2n-2k-1)](k+1) \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^2 H}{n^3} \sum_{k=0}^{n-1} [-2k^2 + (2n-3)k + 2n-1] \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^2 H}{n^3} \left[-2 \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} + (2n-3) \frac{(n-1)n}{2} + 2n^2 - n \right] \\
 &= \frac{\pi^2 H}{3}
 \end{aligned}$$

※ 참고 2

본 문항은 물론 적분을 이용하여 수학적으로 풀 수도 있다. 그러나 수학적인 적분을 이용할 경우 많은 시간이 소요될 뿐만 아니라 자칫 수학적 풀이 과정에서 실수가 유발될 가능성이 높다. 출제의 의도는 수학적으로 해결하라는 것이 아니라 해설에 나타낸바와 같이 미적분의 개념을 이용하여 창의적으로 해결하라는 의미에서 출제하였다.

다) 물음 3

(1-예1)

별 하나의 밝기는 거리가 멀어지며 거리의 제곱에 반비례하여 줄어든다. 한편, 거리가 멀어져가며 ‘우리로부터 일정한 거리 떨어진’ 별들의 개수는 거리의 제곱에 비례하여 많아진다. 따라서 (a) 별들이 고르게 분포한다면, ‘우리로부터 일정한 거리 떨어진’ 별들이 우리에게 주는 총 밝기는 우리로부터 거리에 무관하게 일정하다. 이러한 상태로 (b) 무한히 펼쳐져 있고, (c) 우주가 영원히 존재하고 있었다면, (d) 빛의 속도가 유한하더라도 무한히 (혹은 아주 멀리) 떨어진 별들에서 나온 빛도 우리에게 도달 한다. 결국 밤하늘의 밝기는 어느 방향으로나 사실상 무한하여야 한다. [※ 밑줄 친 부분은 각 조건이 쓰인 부분만을 표시한다. 맞는 답이 되기 위해서는 각 조건들이 논리적으로 연결 되어야 한다.]

(1-예2)

별들의 크기는 유한하며 그 겉보기 면적은 우리로부터 거리가 멀어지며 거리제곱에 반비례하여 작아진다. 한편, 어떤 방향에서 우리 시야에 들어오는 ‘우리로부터 일정한 거리 떨어진’ 별들의 개수는 거리의 제곱에 비례하여 많아진다. 따라서 (a) 별들이 고르게 분포한다면, ‘우리로부터 일정한 거리에 떨어진’ 모든 별들의 총 겉보기 면적은 우리로부터 거리에 무관하게 일정하다. (c) 우주가 영원히 존재하고 있었다면 (d) 빛의 속도가 유한하더라도 무한히 (혹은 아주 멀리) 떨어진 별들에서 나온 빛도 우리에게 도달 한다. 별들이 이러한 상태로 (b) 무한히 펼쳐져 있다면 우리의 시선은 어느 방향으로나 어디에선가는 별의 표면과 만나게 된다. 결국 모든 방향에서의 밝기가 해의 표면 밝기와 같거나 더 밝아야 한다. 더 밝은 이유는 별이 별을 가린 상황이 발생하기 때문이다. [※ 밑줄 친 부분은 각 조건이 쓰인 부분만을 표시한다. 맞는 답이 되기 위해서는 각 조건들이 논리적으로 연결 되어야 한다.]

(2)

현대우주론에서는 (a)–(d)의 조건 중 일부가 달라져서 밤하늘이 어둡게 된다. 제시문에 따르면 다음과 같다. (a) 별 (은하)들은 우리에게 빛이 도달한 영역 안에서는 고르게 분포한다. (그 너머에 대해서는 언급되지 않았다.) 별 (은하)들이 무한히 펼쳐져 있는지에 대해서는, (b) 우리에게 빛이 도달한 지역은 유한하다. (그 너머에 대해서는 언급되지 않았다.) 조건 (a) 와 (b) 의 경우 ‘어두운 밤하늘의 문제’를 해결하는 데는 이것으로 충분하다. 우주가 영원히 존재 했는지에 대해서는, (c) 우리에게 빛이 도달한 영역은 유한한 시간 동안만 존재해 왔다. (d) 빛의 속도는 원래 조건과 같이 현대 우주론에서도 유한하다. [※이 물음의 경우, 위와 같이 밑줄 친 부분이 각 조건에 대한 답이 된다.]

1. 경북대학교 자연계 논술고사의 특징

- 경북대학교 자연계 논술고사의 가장 큰 특징은 지식보다는 논리적 사고능력을 평가하는데 주안점을 두고 있다는 것이다.
- 논술 문제는 항상 제시문과 물음으로 이루어져 있다. 제시문은 그 자체로 하나의 완성된 내용을 담고 있으며 고등학교 교과과정 대한 기본 소양을 가지고 있는 수험생이면 누구나 접근하여 이해할 수 있도록 구성되어 있다. 물음은 제시문의 내용을 정확히 이해하고 분석하여 제시문에 담겨있는 개념, 논리 전개 방법, 현상들 사이의 상호관계 등을 파악하여 답하기를 요구하고 있다.

2. 준비하기

경북대학교 자연계 논술고사는 고도의 지식과 수학적 풀이능력을 요구하지 않는다. 따라서 개별 문제 풀이보다는 평소에 ① 교과서를 정독하면서 개념과 원리를 이해하고 이로부터 어떻게 결과를 유도하여 내는 가를 파악하고자 노력하고, ② 단원별 전체 개요를 이야기하고 서술할 수 있는 능력을 배양하며, ③ 주변에서 관찰되는 자연과 사회의 현상에 대하여 ‘왜’ 그럴까 하고 사유하는 습관을 기르며, ④ 독서와 토론을 통하여 생각을 체계화시키는 연습을 하면 논술고사에 많은 도움이 될 것이다.

3. 연습하기

경북대학교 홈페이지(<http://www.knu.ac.kr>)에서 기출문제들을 찾아 볼 수 있다. 기출문제들을 살펴보면 경북대학교 자연계 논술고사의 특징을 알 수 있을 것이다. 논술고사가 요구하는 것을 잘 서술하기 위해서는 첫째, 제시문 자체가 풀이에 필요한 대부분의 근거 논리를 제공하고 있으므로 제시문을 꼼꼼히 읽어보아야 한다.(제시문의 주제가 생소한 내용이라도 물음에 충분히 답할 수 있는 근거를 제시문으로 부터 파악하여 낼 수 있을 것이다.) 둘째, 물음이 요구하는 것이 무엇인가를 정확히 이해하고 답안 작성에 필요한 내용을 제시문으로부터 찾아내거나 추론하고 이를 논리적으로 연결하여 결론을 도출하여야 한다.

경희대학교

■ 출제유형: 통합교과형, 일반논술과 계열별 논술고사

■ 개요

- 시험시간 : 120분
- 출제문항수 : 일반논술 (1 문항), 계열별 논술(2 문항)
- 답안지작성분량 : 일반논술 (1000자 이내), 계열별 논술(1500자이내)

■ 출제방향(취지) 및 교과서 관련여부 및 근거:

* 자연계 출제방향 및 교과서 관련여부 및 근거

2008학년도 경희대학교 신입생 모집 수시 2학기 자연계 논술고사는 통합교과적 목표를 지향하여 출제하였으며, 응시생들의 독해능력, 분석력, 표현력, 그리고 종합적 사고능력을 평가하고자 하였다.

난이도는 우리나라의 고등학교 교육 및 그에 상응하는 과정을 정상적으로 이수한 응시생이라면 누구나 비교적 쉽게 문제를 해결할 수 있도록 조절하였다.

일반논술에서는 도량형 단위의 표준화에 대한 자신의 의견을 논술하도록 출제하였다. 제시문은 교과서 및 국내 신문에 보도된 자료를 참고하여 출제 의도 및 응시생들의 이해 수준 등을 고려하여 발췌 혹은 재구성하였다. 제시문 [가]는 도량형의 국제적 통일과 표준 단위의 설정을 긍정하는 입장이며, 제시문 [나]는 표준 단위의 일방적 설정에 부정적인 입장이다.

답안지 내용에 대한 평가는 도량형의 국제적 통일과 표준 단위의 설정을 긍정하는 입장과 표준 단위의 일방적 설정에 부정적인 입장에 대한 분석과 자신의 입장에 대한 합리적 구성 및 표현력, 논리적 전개와 이해, 분석 등에 주안점을 두었다.

계열별 논술에서는 빛의 성질에 대한 학생들의 이해 능력을 평가함으로써 자연 과학적 현상에 대한 이해를 묻고자 하였다. 제시문은 고등학교 교과서 및 관련 참고문헌에서 출제 의도 및 응시생들의 이해 수준 등을 고려하여 발췌 혹은 재구성하였다. 제시문 [가], [나], [다], [라], [마]는 모두 빛의 물리 현상에 관하여 설명하고 있다. 제시문 [가]는 매질 속에서 빛의 속도, 제시문 [나]는 빛의 굴절 성질, 제시문 [다]는 빛과 진동수와의 관계, 제시문 [라]는 빛의 흡수 및 방출, 제시문 [마]는 빛의 흡수 및 반사 사이의 관계를 나타내고 있다.

답안지 내용에 대한 평가는 과학의 핵심적 개념인 빛의 성질에 대한 응시생들의 이해 정도를 확인하여 과학적 분석력과 논리적 추론 능력을 파악하고자 하였다.

■ 평가기준

• 표현력 영역	
표현, 문장, 형식, 분량	20%
• 이해·분석능력	
제시문에 대한 이해·분석능력	30%
• 창의적 사고력	
내용의 심층성, 다양성, 독창성	30%
• 논리적 구성능력	
논거제시, 논리의 일관성, 타당성	20%

경희대학교 2008학년도 신입생 모집

수시 2-1학기 일반 논술고사 문제지(자연계)

유의사항

1. 띄어쓰기를 포함하여 각 논제별로 요구한 분량에 맞추어 논술하시오.
2. 원고지에 제목을 쓰지 말고, 특별한 표시를 하지 마시오.
3. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
4. 답안작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 필기구를 사용하시오.
5. 본교에서 지급한 필기구를 사용하지 않았거나, 답안지에 특별한 표시를 한 경우, 지정된 분량을 준수하지 않은 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다. (예 : 감사합니다. 등)
6. 답안 정정 시에는 원고지 교정법에 따라야 하고 수정액 등을 사용한 경우에는 감점 처리합니다.

I. 다음 <제시문>을 읽고 <논제>에 답하시오.

<제시문>

[가]

미국항공우주국(NASA)은 앞으로 실시할 달 유인 탐사 계획에서 미터법을 사용하기로 결정했다. NASA는 최근 모든 달 표면 탐사작업에서 종전의 마일, 야드, 파운드 대신 킬로미터와 미터, 킬로그램 등 국제 표준단위를 사용하기로 했다고 밝혔다. NASA 탐사시스템 이사회의 전략개발 책임자 제프 볼로신은 NASA와 전 세계 13개 우주기구들의 협의 끝에 이런 결정이 내려졌으며 “국제 우주기구 대표들로부터 환영을 받았다”고 전했다. NASA의 미터법 사용 결정에 따라 달 탐사 계획과 관련한 모든 부품과 장비들은 미터 단위로 규격화한다. 따라서 미국이 만든 우주인 거주지에서 공기가 쉼 경우 러시아제 스페너도 사용할 수 있을 것이다. NASA는 1990년께부터 형식적으로 미터법을 사용해 왔지만 일부 사업에서는 아직도 영국식 구형 도량형이 사용되고 있고 두 단위를 모두 사용하는 경우도 있다. 국제우주정거장(ISS)이 좋은 예다.

지난 1999년 1억2천500만 달러가 투입된 NASA의 무인 화성기후궤도탐사선(MCO)이 화성에 도착한 직후 폭발해 버린 원인이 어이없게도 두 단위의 혼선 때문인 것으로 밝혀졌다. 이후 이 문제는 심각한 검토 대상이 됐다. 당시 사고는 제작사인 록히드마틴사가 탐사선의 제원을 야드 단위로 작성했으나 NASA 제트추진연구소(JPL) 조종팀이 이를 미터법으로 착각, 탐사선을 훨씬 낮은 궤도에 진입시켰다. 그 결과 대기권과의 마찰을 견디지 못한 탐사선이 폭발한 것이다. 단위는 크기와 양에 대한 의사소통 도구이다. 국가간 서로 크기를 인식하고 공감할 수 있는 단위로 표기하는 것은 매우 중요하다.

[나]

산업자원부가 ‘평’이나 ‘근’ 등 비법정 도량형 단위의 사용을 강력히 금지하기로 했다. 1961년 계량법의 시행 이래 45년간 ‘미터법’이라 불려 온 국제단위계(SI)를 법정계량단위로 삼아 왔으나 지금도 전통단위가 널리 쓰여 국민 불편이 크다는 이유에서다. 우리는 산업 현장의 능률 제고를 위한 규격 표준화와 그 근거인 단위 표준화의 필요성을 가볍게 여기지 않는다. 산업 표준화 요구가 궁극적으로 일상생활과 밀착하지 못할 때의 한계도 이해한다. 그러나 일상생활에서 쓰이는 도량형 단위는 단순한 생산·가공·판매의 기준이 아니다. 거기에는 사회집단의 독자적 문화전통이 녹아 있으며, 언어와 사고의 다양성을 뒷받침하는 요소가 되기도 한다. 1795년 프랑스가 10진법에 기초해 만든 ‘미터법’이 보급되기 시작한 지 200여 년이 넘었고, 국내에서 법까지 만들었어도 완전히 정착하지 못한 게 다 그 때문이다. 최근 야드나 마일, 파운드 등 영미 계통 단위까지 뒤섞여 쓰이는 것도 문화 유입과 떼어 보기 어렵다. 이런 측면을 도외시한 채 무조건 미터법으로만 표기하라는 것은 심하게 말해 ‘삼척동자’를 ‘91cm 동자’로 쓰라는 격이다.

* [논제 1]

제시문 [가], [나]는 단위 표기법에 대한 상반된 입장을 나타낸 글이다. 제시문 [가], [나]의 단위 표기법에 대한 관점 상 차이를 비교 설명하고, 이를 토대로 국내 현재 실생활의 도량형 표기법 사례를 예로 들어 현대생활의 바람직한 단위 표기법에 대한 자신의 견해를 논술하시오. (901자 이상 - 1,000자 이내 : 30점)

II. 다음 <제시문>을 읽고 <논제>에 답하시오.

<제시문>

[가]

평면상에서 두 지점 사이의 최단경로가 직선임은 잘 알려져 있다. 따라서 특별한 장애현상이 없는 한 직선경로를 따라서 이동하는 것이 시간이나 비용면에서 경제적이라 할 수 있다. 자연현상에서도 같은 매질속에서는 빛이 직진함을 알 수 있으며 같은 매질속에서 빛의 속도는 일정하므로 같은 매질 내의 두 점 사이의 최단거리가 되는 경로가 최소시간이 소요되는 경로가 된다. 매질이 다른 경우에도 빛은 최소 시간이 소요되는 경로로 이동한다.

[나]

좁은 슬릿을 통과한 백색광을 프리즘에 입사시키면 여러 가지 색깔이 나타나는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 현상을 빛의 분산이라 하고, 분산된 빛에 의해 나타나는 색깔의 띠를 스펙트럼이라고 한다. 뉴턴은 햇빛과 같은 백색광을 프리즘에 투과시키면 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 순으로 여러 가지 색깔의 빛으로 분산되고, 또 이것을 합치면 다시 백색광이 된다는 것을 확인하였다. 빛이 프리즘을 통과할 때 여러 가지 색깔의 빛으로 분산되는 것은 색깔에 따라 빛의 파장이 다르고, 또 파장에 따라 굴절률이 다르기 때문이다. 빛의 에너지도 색깔에 따라 다른 데, 아인슈타인은 빛의 에너지는 빛의 진동수에 비례함을 알아내었다. 따라서 파장이 짧고 진동수가 높은 보라빛의 에너지가 파장이 길고 진동수가 낮은 빨간빛의 에너지보다 크다

[다]

빛의 속력은 진공을 지날 때보다 매질속을 지날 때 더 작다. 이 때, 빛의 속력이 매질속에서 얼마나 작아지는가는 매질과 빛의 진동수에 달려 있다. 빛의 진동수가 매질에서 진동하는 전자의 고유 진동수에 가까울수록 그 빛은 매질에서 느리게 진행한다. 그 이유는 전자의 고유 진동수에 가까운 빛일수록 매질속의 원자들과 흡수와 방출이라는 과정을 통하여 더 많은 상호 작용을 겪어야 하기 때문이다. 유리나 물과 같이 대부분의 투명한 매질에서 전자의 고유 진동수는 자외선 영역의 진동수와 같기 때문에 가시광선 중에서도 높은 진동수의 빛이 낮은 진동수의 빛보다 더 느리게 진행한다. 그러므로 유리나 물에서 진동수가 큰 보라색 빛이 상대적으로 진동수가 작은 빨간색 보다 1% 정도 느리게 진행한다.

[라]

보어의 원자 모형에 의하면 원자핵 주위를 돌고 있는 전자들은 무질서하게 돌고 있는 것이 아니라 몇 개의 층으로 나누어진 일정한 에너지 궤도를 돌고 있다. 이와 같은 궤도를 전자 껍질이라고 한다. 즉 전자 껍질은 일정한 에너지 준위에 있는 전자의 궤도이다. 전자껍질은 원자핵에 가까운 순으로 K, L, M, N 껍질, ...이라 한다. 이들 전자 껍질은 전자가 존재하는 공간이므로, 원자핵에서 가까운 전자 껍질에 있는 전자는 원자핵에 세게 끌리고 원자핵에서 멀리 떨어진 전자 껍질에 있는 전자는 약하게 끌린다.

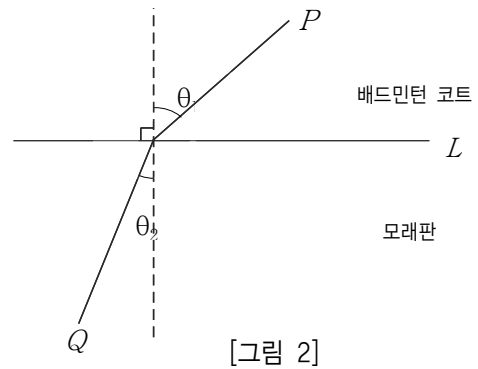
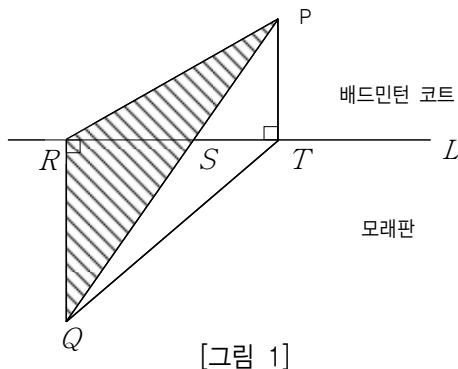
전자가 낮은 에너지 준위의 전자 껍질에서 높은 에너지 준위의 전자 껍질로 옮겨갈 때에는 그 차이에 해당하는 에너지를 외부로부터 흡수하고, 반대로 높은 에너지 준위의 전자 껍질에서 낮은 에너지 준위의 전자 껍질로 옮겨 갈 때에는 그 차이에 해당하는 에너지를 외부로 방출한다. 진공 방전관에 수소 기체를 넣고 전압을 걸어 방전시키면 수소원자로부터 붉은 보라색 빛이 방출된다. 이 빛을 분광기로 나누어 보면 빨강, 초록, 파랑, 보라색을 관찰 할 수 있다.

[마]

1880년대에 엥겔만은 녹조류인 해캄과 호기성 세균을 슬라이드 글라스 위에 놓고 프리즘을 통과 시킨 빛을 비추는 결과 호기성 세균이 적색광과 청자색광 부위에 많이 모여드는 것을 관찰하였다. 호기성 세균은 산소를 필요로 하는 세균이므로, 이것은 호기성 세균이 많이 모인 곳에서 산소가 많이 발생되었다는 것을 의미한다.

* [문제 2]

휴일을 맞아 아버지와 어머니는 집 근처 공원에서 아들과 함께 즐거운 시간을 보내고 있었다. 아버지와 어머니는 배드민턴 코트에서 경기를 하고 아들은 바로 옆에 붙어 있는 모래판에서 동네 아이들과 놀고 있었다. 그러던 중 아들이 갑자기 울기 시작했다. 이 장면을 보고 배드민턴 코트의 P 지점에 있던 아버지가 모래판의 Q 지점에 있는 아들에게 달려가려 한다. 아버지는 모래판보다 배드민턴 코트에서 2배 더 빨리 달린다고 가정한다. 그림에서 직선 L 은 배드민턴 코트와 모래판의 경계선이다.



아버지가 P 지점에서 Q 지점까지 최소 시간으로 이동할 수 있는 경로가 <그림 1>의 빗금 친 삼각형 내부 영역에 존재함을 설명하고, 그 경로와 직선 L 이 만나는 지점 A에서 <그림 2>에 표시한 각 θ_1 과 θ_2 의 관계를 제시하고 그 근거에 대해 논술하시오. (701자 이상 - 800자 이내: 40점)

*** [논제 3]**

〈제시문〉과 〈논제 2〉의 결과를 참조하여 ‘무지개에서 보라색이 가장 아래에 보이는 이유’, ‘수소기체 방전시 가시광선이 관찰되는 이유’, ‘녹조류가 녹색으로 보이는 이유’에 대해 각각 논술하시오.
(601자 이상 - 700자 이내 : 30점)

〈 끝 〉

[예시답안]

*** [논제 1]**

제시문 [가]는 도량형의 국제적 통일과 표준 단위의 설정을 긍정하는 입장이다. 단위라는 것은 크기와 양에 대한 의사소통의 도구이므로, 원활한 의사소통을 위해서는 크기, 부피, 무게를 나타낼 때 서로의 인식을 공유할 수 있는 단위로 표기하는 것이 매우 중요하다고 본 것이다. 반면에 제시문 [나]는 표준 단위의 설정에 부정적인 입장이다. 도량형의 단위에는 개별 사회집단의 독자적 문화전통이 녹아있고, 그것은 언어와 사고의 다양성을 뒷받침하는 요소가 된다는 점을 중시했다. 따라서 도량형 단위의 일방적 표준화는 문화의 다양성을 침해하는 행위라고 비판한다.

도량형의 표기법은 인류 역사와 함께 끊임없이 진화해왔고 거기에는 개별 문화의 역사적 전통이 녹아있다. 우리나라는 현재 동서양의 전통적인 단위 표기법과 표준화된 단위 표기법을 병용하고 있다. 문제는 이러한 표기법 사이에 통일성이 없다는 점이다. 아파트의 크기는 평, 고기와 야채의 무게는 근, 텔레비전이나 컴퓨터 모니터의 크기는 인치, 원유와 같은 액체의 부피는 배럴, 보석의 무게는 캐럿으로 표시하는 반면 법정단위는 미터법으로 규정하고 있다. 따라서 효율과 소통의 두 가지 측면에서 단위 표기법의 통일이 필요하다고 생각한다. 먼저 효율성의 측면에서 표준단위를 규격화하는 것이 좋다. 교통과 통신의 발달, 과학기술의 발전, 전세계적인 교역의 활성화는 도량형의 세계화를 요구하고 있으며, 이는 더 이상 거부할 수 없는 대세가 되고 있다. 그러므로 산업 현장에서 능률을 제고하기 위해 규격을 표준화하고 그 근거인 단위표준화를 추구하는 것은 매우 중요한 일이다. 아울러 경제생활의 정확성과 공정성을 위해서도 단위의 표준화는 필요하다. NASA의 무인 화성기후궤도탐사선이 폭발한 것은 단위 표기법이 통일되지 않았을 때 의사소통에 문제가 발생하고 그 결과 어떤 일이 벌어질 수 있는가를 보여준 극단적인 사례라 할 수 있다. 각국의 문화전통을 고려하는 것도 중요하지만 효율성과 소통성의 측면에서 단위 표기법을 통일하는 것이 필요하다고 생각한다.

*** [논제 2]**

a) 각 구간에서는 직선으로 가야한다. 따라서 P 지점에서 Q 지점까지의 최소시간 소요 경로는 경계선 L에서 꺾인 선분이다. 이동경로와 경계선 L이 만나는 점을 X라 하면, X가 R 보다 왼쪽일 때 소요시간 $t(X)$ 는 경로 PRQ에 대한 소요시간 $t(R)$ 보다 크다. 이는 각 구간에서의 거리가 더 길어지기 때문이다. 마찬가지로 X가 T보다 오른쪽일 때 소요시간은 경로 PTQ에 대한 소요시간보다 크다. 일정한 거리를 간다면 전체거리 중 더 많은 부분을 빠른 속도로 가야 소요시간이 더 작게 된다. X가 S와 T 사이에 있는 경우, $t(X)$ 를 직선경로 PSQ의 경우와 비교해보면 전체 거리 중 모래판 부분의 비율이

더 커진다. 전체거리도 더 길어지고 느린 구간의 비율이 증가했으므로 소요시간이 직선경로의 경우보다 더 크다. 따라서 점 X는 R과 S 사이에 있으며, 이동경로는 빗금친 영역에 있게 된다.

b) 모래판에서 아버지가 u 의 속도로 달린다고 가정하고, P에서 T까지의 거리를 a , Q점에서 R까지의 거리를 b , T에서 R까지의 거리를 c , A에서 T까지의 거리를 x 라 하자. 그러면 P에서 Q에 도달하는데 걸리는 시간은

$$f = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2u} + \frac{\sqrt{(c-x)^2 + b^2}}{u} \text{ 이고 } f' = \frac{x}{2u\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c-x}{u\sqrt{(c-x)^2 + b^2}}$$

이다. <그림 2>의

$$\sin \theta_1 = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}, \quad \sin \theta_2 = \frac{c-x}{\sqrt{(c-x)^2 + b^2}}$$

인 사실을 이용하면 f 는 $u \sin \theta_1 = 2u \sin \theta_2$ 인 지점에서 극값을 갖는다. P에서 Q로의 최단거리가 경로 PRQ에 가까울수록 θ_1 은 증가하고 θ_2 는 0으로 접근하므로 $f' > 0$ 이다. 한편 최단거리가 경로 PTQ에 가까울수록 θ_2 는 증가하고 θ_1 은 0으로 접근하므로 $f' < 0$ 이다. 그래서 최대시간경로는 존재하지 않기때문에 f 는

$$\sin \theta_1 = 2 \sin \theta_2 \quad (\text{또는 } \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = 2)$$

의 관계를 갖는 지점에서 최솟값을 갖는다.

* [문제 3]

a) 빛은 최소시간이 되는 경로로 이동한다. 빛의 속력은 공기 중에서보다 물속에서 더 작다. 따라서 [문제 2]의 경우에서와 같이 빛은 공기 중에서 물로 진행할 때 경계면에서 꺾인다. 이때 속도 차이가 클수록 더 많이 꺾인다. 따라서 보라빛이 빨간빛보다 공기 중에서 물속으로 진행할 때 더 많이 꺾인다. 무지개는 공기 중에 떠있는 물방울에서 빛이 분산되어 나타나는 현상이다. 태양광선이 물방울로 들어갈 때 보라빛이 가장 많이 꺾인다. 우리는 한 물방울로부터 한 가지 색깔만을 본다. 만약 어느 물방울로부터 보라색 빛을 보았다면 그 물방울로부터 나온 빨간 빛은 꺾이는 정도가 달라 다른 곳으로 간다. 빨간색 빛을 보려면 더 높이 떠 있는 물방울을 보아야 한다.

b) 두 전자껍질 사이의 에너지 차가 크면 방출된 빛의 에너지는 크고, 두 껍질 사이의 에너지 차이가 작으면 방출된 빛의 에너지는 작다. 빛 에너지와 진동수는 비례하므로, 방출된 에너지가 크면 그 빛의 진동수는 높고 가시광선영역에서 보라빛이다. 반면, 방출된 에너지가 작으면 진동수는 낮고 그 빛은 빨간색이다. 따라서 수소기체는 빨강, 초록, 파랑, 보라빛의 진동수에 해당하는 빛 에너지를 방출함을 알 수 있다.

- c) 제시문 [마]에서 청자색광과 적색광이 비춰지는 해캄 주위에서 광합성이 활발하게 일어남을 의미한다. 이 사실로부터 식물의 대표적인 광합성 색소인 엽록소는 파장 범위가 청자색광과 적색광을 흡수함을 알 수 있다. 제시문 [나]로부터 프리즘을 통과한 빛은 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라 빛으로 분산되므로, 결국 녹색 파장 범위가 비춰지는 해캄 주위에서는 빛이 거의 흡수되지 않았음을 알 수 있다. 따라서 식물의 잎이 녹색으로 보이는 것은 광합성 색소인 엽록소가 녹색 파장의 빛을 흡수하지 않고 주로 반사시키기 때문이다.

고려대학교

[출제의도]

고려대학교 자연계 논술은 수리와 과학과목의 통합적 사고력 평가에 역점을 두었다. 이미 공지된 바와 같이 제시문과 논제에 사용된 소재와 개념은 고등학교 교과서를 통해 익숙하게 다루어진 것 들이며, 문제들은 학교교육을 충실하게 받은 학생이면 쉽게 해결할 수 있는 것들로 구성하였다.

수리의 경우, 자연현상에서 수리적 사실을 유추해 내는 능력과 논리적 사고를 통한 수학적 문제해 결능력을 측정하고자 하였다. 과학의 경우 지구과학, 물리, 화학 및 생물학 분야가 유기적으로 통합되 도록 출제하였으며 선행지식에 의존하지 않고 교과서의 기초지식을 기반으로 창의성을 발휘하여 문 제를 해결하도록 유도하였다.

(고려대학교 제공)

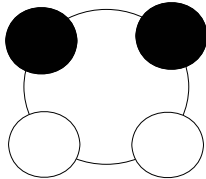
[문 제]

(가)

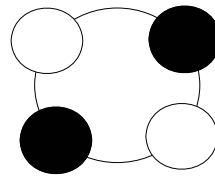
어떤 시행의 표본공간 S 가 n 개의 근원사건으로 이루어져 있고 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A 가 r 개의 근원사건으로 이루어져 있으면 사건 A 가 일어날 확률 $P(A)$ 를 다음과 같이 정의하고, 그것을 수학적 확률이라고 한다.

$$P(A) = \frac{r}{n}$$

예를 들어 검은 구슬 두 개와 흰 구슬 두 개를 꿰어 염주를 만드는 경우를 생각해 보자. 구슬 색의 배치에 따라 다음과 같이 두 가지 종류의 염주를 만들 수 있다.



a형 염주



b형 염주

구슬의 색을 보지 않고 임의로 구슬을 배치할 때 a형 염주가 만들어지는 사건을 A 라 하자. 표본 공간 S 가 두 개의 근원사건으로 이루어져 있으며 사건 A 는 한 개의 근원사건으로 이루어져 있으 므로 사건 A 가 일어날 확률 $P(A)$ 는

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

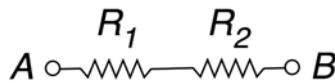
(나)

어느 제약회사에서 1만 정의 알약을 생산하였다. 그런데 1정의 알약이 모조 알약으로 바뀌는 일이 발생하였다. 알약이 진품인가 모조품인가를 구별하는 기술을 이용할 경우 진품 알약은 90%의 확률로 진품으로 판정되고 10%의 확률로 모조품으로 판정된다. 그리고 모조품 알약은 90%의 확률로 모조품으로 판정되고 10%의 확률로 진품으로 판정된다.

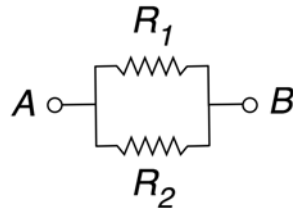
임의의 알약 1정을 검사한 결과 모조품이라는 판정이 나왔다. 이 때 그 알약이 모조품일 확률은 90%이다.

(다)

두 개의 저항을 그림 1과 같이 연결하는 방법을 직렬 연결이라 하고, 그림 2와 같이 연결하는 방법을 병렬 연결이라 한다. 크기가 R_1 과 R_2 인 두 개의 저항을 직렬 연결할 때, 합성 저항 R 은 각 저항의 합과 같다($R = R_1 + R_2$). 그리고 크기가 R_1 과 R_2 인 두 개의 저항을 병렬 연결할 때, 합성 저항의 역수는 각 저항의 역수의 합과 같다($\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$).



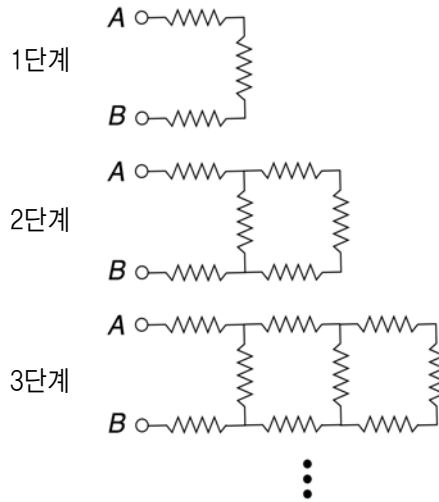
[그림 1]



[그림 2]

I. 제시문 (가)와 (나)에서 올바르게 서술되지 않은 부분이 있으면 바르게 고치고, 그 과정을 설명하시오.

II. 그림 3과 같이 $1\ \Omega$ 의 저항을 각 단계마다 계속해서 세 개씩 붙여나갈 때, 수학적 귀납법을 이용하여 A와 B 사이의 합성 저항이 감소함을 설명하고 합성 저항의 극한값에 대하여 서술하시오.



[그림 3]

(라)

물속에 잠긴 자신의 다리는 물 바깥에서보다 짧아 보이고, 유리컵에 잠긴 빨대는 수면에서 꺾여 보인다. 이 현상은 빛이 한 매질에서 다른 매질로 들어갈 때, 두 매질의 경계면에서 진행 방향이 꺾이기 때문에 일어난다. 이렇게 빛이 두 매질의 경계면에서 굴절하는 근본적인 원인은 빛의 전파 속도가 각 매질마다 다르기 때문이다. 굴절 현상은 빛뿐만 아니라 소리 등 모든 파동에서 나타나는 일반적인 현상이다.

(마)

기체는 서로 작용하는 힘이 매우 약한 분자들로 이루어져 있으며, 이 분자들은 끊임없이 불규칙한 운동을 하고 있다. 기체의 상태는 부피 V , 압력 P , 절대 온도 T 등의 변수들에 의해 기술된다. 이러한 변수들은 상태 방정식이라고 하는 관계식을 만족한다. 분자의 크기와 분자들 사이의 힘을 무시할 수 있는 이상 기체의 경우, 다음과 같은 상태 방정식이 성립한다.

$$PV = nRT$$

여기서 n 은 기체의 몰수이며, R 은 기체 상수이다.

상태 방정식은 주어진 기체의 성질을 이해하는 데 큰 도움을 준다. 예를 들어 상태 방정식을 이용하면, 한 종류의 이상 기체나 혼합된 이상 기체 내에서 소리의 전파 속도 v 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

이 때 γ 는 상수이다. M 은 한 종류의 이상 기체인 경우 1몰 당 질량이며 혼합된 이상 기체의 경우 1몰 당 평균 질량이다. 1몰은 일정한 개수의 입자를 한 묶음으로 하는 단위를 뜻한다.

(바)

• 소리의 굴절에 관한 모의 실험

[그림 4]와 같이 칸막이(그림 중앙의 점선)로 동일하게 나누어진 두 공간이 있다. 왼쪽에는 비활성 이상 기체 A 를, 오른쪽에는 이상 기체 B 를 각각 압력 $P_A = 0.6$ 기압과 $P_B = 1.0$ 기압이 되도록 채운다. 기체 A 의 1몰 당 질량은 $M_A = 18$ g이고, 기체 B 는 $M_B = 2$ g이다.

일정한 세기로 소리를 내는 피리를 위치 S 에 놓는다. 이 피리는 매질과 상관없이 일정한 파장의 음파를 발생시킨다. 위치 D 에 측정 장치를 설치하여 소리의 진동수 $f(t)$ 와 세기 $I(t)$ 를 시간 t 에 따라 측정한다. 측정은 $t = 0$ 초부터 시작하여, $t = 1$ 초에 칸막이를 제거한 후, 기체가 완전히 섞일 때까지 계속 진행한다.

- 가정 1 : 온도를 항상 일정하게 유지한다.
- 가정 2 : 모든 벽과 칸막이는 소리를 반사하지 못하도록 완벽하게 방음 시공한다.
- 가정 3 : 중력을 무시할 수 있도록 우주 정거장에서 실험한다.

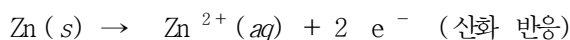
III. 먼 곳에서 들려오는 기차 소리는 낮보다 밤에 더 크게 들린다. 이것은 단지 낮보다 밤이 조용하기 때문만은 아니다. 제시문 (라)에 기술된 파동의 굴절 현상과 제시문 (마)에 기술된 소리의 전파 속도의 성질에 근거하여 이 현상을 설명하시오.

IV. 제시문 (바)의 모의 실험에서 두 기체가 완전히 혼합되었을 때, 진동수는 처음($t = 0$ 초) 진동수의 몇 배가 되는지 예측하시오. 그리고 두 기체의 혼합이 진행됨에 따라 소리의 세기가 변하는 과정을 제시문 (라)와 (마)를 활용하여 설명하시오.

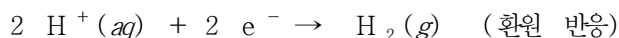
(사)

동일한 조건 하에 있다고 해서 모든 금속이 똑같은 반응을 하는 것은 아니다. 공기 중에 있는 금속 중에 산소와 쉽게 반응하는 것도 있고 그렇지 않은 것도 있다. 금속의 산화 환원 반응은 전자의 이동으로 정의할 수 있는데, 전자를 내놓는 반응을 산화 반응, 전자를 받아들이는 반응을 환원 반응이라고 한다. 이런 산화 환원 반응은 따로 일어날 수 없고 항상 동시에 일어난다.

반응성이 큰 금속일수록 전자를 잃고 양이온으로 되려는 성질이 크기 때문에 쉽게 산화된다. 예를 들어 아연 조각을 묶은 황산에 넣으면 아연 조각이 녹으면서 수소 기체가 발생한다.



전자의 이동



전체 반응은 $\text{Zn} (s) + 2 \text{H}^{+} (aq) \rightarrow \text{Zn}^{2+} (aq) + \text{H}_2 (g)$ 이다.

금속은 물과의 반응에서도 그 종류에 따라 반응하는 정도가 다르다. 칼륨은 물과 격렬하게 반응하여 불꽃을 내며 수소 기체(H_2)를 발생시킨다. 반면에 마그네슘은 물과 매우 느리게 반응하며 구리와 같은 금속은 물과 반응하지 않는다. 이러한 금속의 반응성 순서를 이온화 경향이라고 한다.

칼륨(K) > 마그네슘(Mg) > 아연(Zn) > 철(Fe) > [수소(H)] > 구리(Cu) > 금(Au)



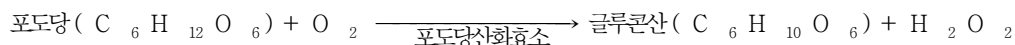
이온화 경향

산화 환원 반응은 일상생활에서 화학 전지, 전기 분해, 음주 측정기, 미장원에서 사용되는 퍼머약 및 중화제 등에 광범위하게 이용된다.

(아)

우리 몸에는 환경의 변화에 적절하게 대응하여 내부 환경을 거의 일정하게 유지하는 항상성 조절 기구가 있다. 혈액 속에 함유되어 있는 포도당의 양을 혈당량이라 하고, 이 양은 거의 일정하게 유지된다. 녹말이 소화되어 흡수된 포도당은 글리코겐으로 합성되어 간에 저장된다. 혈당량은 생체 내에서 분비되는 인슐린, 글루카곤, 에피네프린(아드레날린) 등에 의해 조절된다.

인슐린 분비가 부족하여 당뇨병에 걸리게 되면 여러 가지 합병증이 나타날 수 있다. 따라서 당뇨병 환자들은 하루에도 몇 번씩 자신의 혈당량을 측정하여야 한다. 근래 개발된 자가혈당 측정기는 신속하고 정확하게 혈당량을 측정할 수 있으며, 부피가 작아 소지하기 편리하다. 자가혈당 측정기는 가장 대표적인 바이오센서로서, 조효소 FAD를 포함하는 포도당산화효소의 효소 반응 특이성을 이용한다. 특정 곰팡이에서 분리된 포도당산화효소의 효소 반응식은 다음과 같다.



포도당은 포도당산화효소에 의해 글루코락톤이 되었다가 분해되어 글루콘산이 된다. 자가혈당측정기의 작동 원리는 혈액 속의 포도당(측정대상물)을 포도당산화효소의 기질로 사용하는 효소 반응과 철이 함유된 매개체의 반응 등을 포함하고 있다. 자가혈당측정기는 그림 5처럼 일련의 생화학 반응을 거쳐 최종적으로는 전극을 이용하여 전기 신호를 측정함으로써 혈당량을 정량화하는 장치이다.

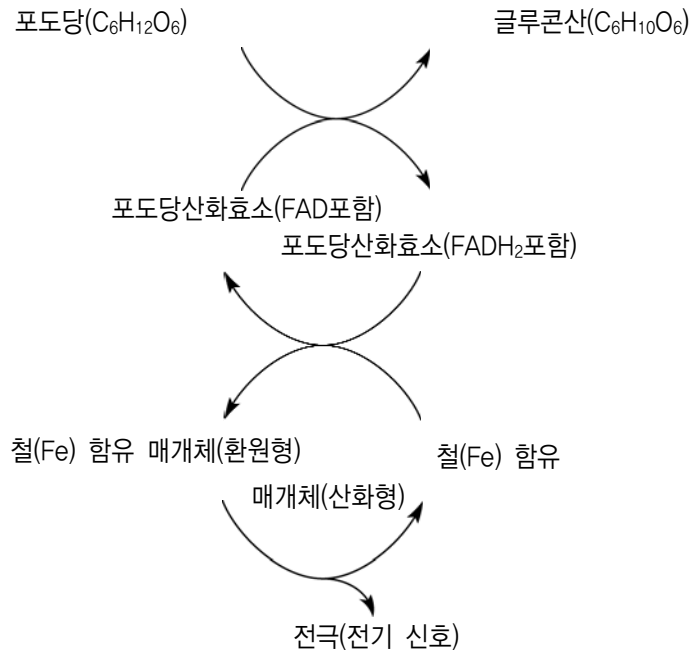


그림 5

V. 제시문 (사)를 이용하여 제시문 (아)의 포도당산화효소의 효소 반응과 자가혈당측정기의 작동 원리에 대하여 각각 논하시오. 그리고 자가혈당측정기로 측정한 당뇨병 환자의 혈당치(전기 신호)가 정상치와 비교하여 높게 나오는 생물학적 메커니즘을 설명하시오.

[문제해설]

[제시문 (가), (나)]

제시문 (가)와 (나)는 불확실성이 있는 여러 가지 상황에서, 수학 I의 교과 과정에서 학습한 확률의 개념을 적용하는 예들을 다루고 있다. 제시문 (가)에서는 두 가지 사건이 일어날 가능성이 같지 않은 경우에 수학적 확률을 잘못 적용한 예를 보여준다. 제시문 (나)에서는 조건부확률의 개념을 구체적인 문제에 적절히 적용하지 못하여 발생하는 오류를 보여준다.

* [논제 I]

이 논제에서는 올바르게 설명된 개념을 지적하고, 그것을 바르게 설명하도록 요구한다. 이 과정을 통해 고등학교 교과 과정에서 다루는 기초적인 개념인 수학적 확률 및 조건부확률 등을 정확하게 이해하고 있는지 평가하고자 하였다.

[제시문 (다)]

제시문 (다)에서는 저항의 직렬 연결 및 병렬 연결에서의 합성 저항을 구하는 규칙을 기술하고 있다. 저항의 연결은 물리 I 교과 과정에서 기본적으로 다루는 내용이지만 이 규칙에 익숙하지 않아 논제 II에 접근하지 못하는 학생이 없도록 필요한 내용을 간략히 설명하였다.

* [논제 II]

논제 II는 물리 I 교과 과정에서 다루는 저항의 연결을 소재로 하여 수학 I 교과 과정에서 다루는 수열을 이해할 수 있는 능력을 평가하기 위한 문제이다. 이 논제에서는 수열을 이용하여 자연 과학이나 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 문제를 수리적으로 표현하고 수학적 귀납법을 이용하여 기대되는 결과를 논리적으로 명확히 기술하는 능력을 평가하고자 한다. 또한 수열의 극한 개념을 잘 알고 있는지 평가하고자 한다.

[제시문 (라), (마), (바)]

제시문 (라)는 모든 파동의 굴절현상은 파동의 진행과정에서 전파 속도가 바뀔 때 일어난다는 사실을 서술하고 있다. 파동의 굴절 현상은 물리 I 교과에서 자세히 배우는 내용이다.

제시문 (마)는 소리의 전파속도가 이상 기체의 상태에 따라 변하는 것을 기술한다.

제시문 (바)는 서로 다른 분자량과 상태의 이상기체들이 섞이는 과정에서 소리의 굴절 현상을 관찰하는 모의실험을 소개한다.

* [논제 III]

이 논제는 고등학교 지구과학 I, 물리 I 및 화학 I 교과 과정에서 배우는 기본적인 법칙이나 사실들을 유기적으로 연결하여 일상생활에 나타나는 현상을 논리적으로 설명할 수 있는가를 묻는 문제이다. 이 논제에서 예로 든 현상은 밤에 나타나는 대기의 기온 역전층, 매질의 온도에 따른 소리의 전파속도의 변화, 전파 속도가 다른 두 매질의 경계면에서 소리의 진행 방향이 굴절되는 현상 등과 관련되어 있다. 이 사실들을 적절하게 이용하여, 기차에서 출발하여 위로 비스듬하게 진행하던 소리가 점차 좀 더 지표면에 평행한 방향으로 꺾이는 점을 명확히 지적하면 좋은 평가를 받을 수 있다.

* [문제 IV]

문제 IV는 고등학교 물리 I과 화학 I교과에서 소개된 기초적인 물리와 화학의 원리를 종합하여 수험생의 논리적 사고력을 평가하기 위한 문제이다. 이 문제에서 요구하는 것은 물리 I교과에 나오는 파동의 굴절과 화학 I교과에 있는 이상기체의 성질에 대한 이해이다.

이 문제는 굴절 현상의 이해 능력을 측정하기 위한 문제 III과 달리 시간에 따라 매질의 상태가 변화하도록 실험 장치를 고안하여 시간에 따른 굴절 현상의 변화를 읽어내는 능력을 알아보기 위한 것이다. 기체 상태의 변화가 어떻게 소리의 전파 속도를 결정하며, 한 단계 더 나아가 굴절하는 파동의 전달 경로를 찾아내고, 최종적으로 이 현상이 어떻게 소리의 세기를 변화시키는지를 추정하게 하였다.

[제시문 (사), (아)]

제시문 (사)는 화학 I 교과목의 금속의 반응성과 관련된 산화 환원 반응을 소개한다. 제시문에서는 금속의 화학 반응을 통하여 산화 환원 반응의 두 가지 중요한 개념인 ‘산화와 환원은 동시에 일어나는 것’과 ‘반응 시 전자의 이동이 수반된다는 것’을 기술하였다. 이러한 산화 환원 반응은 금속의 화학 반응뿐만 아니라 일상생활에서 광범위하게 이용된다. 그 한 예가 제시문 (아)에 있다.

제시문 (아)의 전반부는 생물 I 교과목에서 항상성의 예로 들고 있는 혈당량에 관한 부분을 출제 의도에 맞게 다듬은 것이고, 후반부는 일상생활에서 혈당량을 간편하게 측정하기 위하여 개발된 자가혈당측정기에 대해 기술한 것이다. 포도당산화효소가 혈당량 측정에 이용될 수 있다는 점에 착안하여 개발된 자가혈당측정기가 혈당을 자주 점검해야 하는 당뇨병 환자들에게 유용하게 사용된다는 것을 소개한다.

* [문제 V]

문제 V는 생체 내에서 어떻게 혈당량이 조절되는지와 혈당량 측정 장치에서 이용하는 산화 환원 반응에 대해서 묻는, 생물과 화학의 교과통합형 문제이다.

제시문 (아)의 포도당산화효소의 효소 반응과 자가혈당측정기의 작동 원리 속에 숨어 있는 포도당 산화효소의 산화 환원 반응을 파악하고 있는지를 질문하여, 제시문 (사)에 소개된 금속의 산화 환원 반응을 학생들이 정확히 이해하고 있는지 알아보고자 하였다. 또한 자가혈당 측정기를 자주 이용해야 하는 당뇨병 환자가 왜 혈당량이 높은지에 대한 생물학적 메커니즘을 묻고자 하였다. 생체 내 혈당량의 항상성에 결정적인 역할을 하는 호르몬인 인슐린이 어디에서 분비되고, 어떤 생체 반응에 관여하며, 어떤 결과를 보이는지 설명해야 한다.

동국대학교

1. 개요

■ 분석 대상 : 2008학년도 수시 2학기 자연계열

■ 시험 시간 : 150분

■ 문항수 : 3~5문항

■ 답안 분량 : 전체 답안 분량은 최대 2,000자 이내

■ 개념

특정 교과영역의 단순 암기위주식 지식 평가가 아니며, 다양한 사상(思想)이나 주장, 사회·자연 현상 등에 대한 이해도를 평가하거나, 이를 바탕으로 설명 또는 비판적 입장에서 자신의 견해를 논리적·창의적으로 서술하는 능력을 종합적으로 평가하는 통합 교과형 논술임

■ 문항 구성

제시문에 대한 이해도와 문제 해결력 등을 측정하기 위하여, 비교적 짧은 분량의 답안이 요구되는 질문 2~3개(200~400자 정도)와 제시문에 나타난 관점들을 비교하고 자신의 관점을 논하도록 요구하는 질문 1개(600~800자 정도)로 구성

■ 출제 유형 : 통합교과형 중 자료제시형

■ 평가 기준 :

가) 문제 및 주제의 정확한 이해:

- ① 답안 작성자가 문제의 핵심을 올바르게 명확하게 파악하였는가?
- ② 주제에 관련된 핵심 용어 혹은 문장들을 정확하게 사용하였는가?

나) 형식의 타당성 :

- ① 논증의 형식이 논리적으로 타당한가?
- ② 답안이 논리적 일관성을 잃지 않았는가?
- ③ 전제로 사용된 명제들이 참인가?
- ④ 결론이 명확하게 제시되었는가?
- ⑤ 문장과 문장, 문단과 문단이 논리적으로 연결되었는가?

다) 내용의 풍부함 :

- ① 주제에 관련된 내용이 풍부하게 제시되었는가?
- ② 문제의 해답에 본질적 또는 필수적인 사항이 충분히 들어있는가?
- ③ 논점 밖의 불필요한 사항이 답안에 포함되어 있지 않은가?

라) 사고의 객관성과 정밀성 :

- ① 문제의 이해 및 답안 작성에 있어서 객관적 태도를 견지하였는가?
- ② 답안의 작성에 있어서 개념적 혹은 수량적 정밀성을 견지하였는가?
- ③ 문제 해결의 방안과 설명이 구체적인가?

마) 언어 사용의 적확성 :

- ① 표현에 적합한 어휘를 선택하여 올바르게 사용하였는가?
- ② 문장에서 철자법이나 문법의 오류는 없는가?
- ③ 답안의 분량이 지나치게 많거나 적지는 않은가?

2. 기출 논제 분석

*** 논제 1**

구 분	문 제
2008학년도 모의고사	지구 온난화에 대처하는 방안으로는 어떤 것들이 있을 수 있는지 제시문의 내용에 근거하여 서술하시오. 〈16~18줄(400~450자)〉, [20점]
2008학년도 수시2 (자연)	엘니뇨현상의 발생이 동태평양 어장에 미치는 영향을 제시문을 토대로 추론하여 기술하시오. 〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]
2008학년도 정시	이산화탄 광촉매 물질을 이용한 광촉매 반응의 두 가지 응용 가능성을 제시문의 내용에 근거하여 서술하시오. 〈8~9줄 (240~270자)〉 [10점]

*** 논제 2**

구 분	문 제
2008학년도 모의고사	앞으로의 국내 환경정책 기조에 근거하여 위의 방안들을 평가하여 보시오. 〈14~16줄(350~400자)〉, [20점]
2008학년도 수시2 (자연)	우리나라의 동해안에서 안개가 자주 발생한다면, 그 이유는 무엇인지 제시문을 참고로 추정하여 기술하시오. 〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]
2008학년도 정시	광 에너지원으로 태양광을 이용하여 이산화티탄 광촉매 물질의 촉매반응을 수행할 때 야기되는 단점을 제시문의 내용에 근거하여 서술하시오. 또한 태양 광을 에너지원으로 하는 광촉매 반응에서 태양광 이용효율을 증대시키기 위 해 광촉매물질이 가져야 하는 특성을 제시문의 내용에 근거하여 제시하시오. 〈10~11줄 (300~330자)〉 [20점]

*** 논제 3**

구 분	문 제
2008학년도 모의고사	위의 제시문들 중에서 다른 제시문들과 상반된 논리를 펴는 제시문 하나를 선택하여 그 요지를 설명하고, 선택한 제시문의 주장에 대해 나머지 각각의 제시문을 근거로 논리적으로 반박하시오. 〈24~26줄(600~650자)〉, [35점]
2008학년도 수시2 (자연)	식 (1)과 식 (3)이 해결하려는 공통의 문제를 기술하고, 두 식에서 채택한 해결책을 비교 설명하시오. 〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]
2008학년도 정시	제시문을 토대로 국내 식약청에 의해 분석된 동일한 프랑스산 와인의 에틸 카바메이트 농도가 프랑스 국립와인사무국의 분석치보다 높게 나온 두 가지 원인을 추론해서 서술하시오. 〈8~9줄 (240~270자)〉 [10점]

※ 문제 4

구 분	문 제
2008학년도 모의고사	지문 [다]에서 사용한 예시사항에서 곱셈의 연산이 두 배가 빨라진다는 상황을 제시했는데, 자신이 사용하는 응용프로그램에서 전반적 성능 향상이 가변적으로 적용될 수 있다는 것을 설명하시오. 〈18~20줄(450~500자)〉, [25점]
2008학년도 수시2 (자연)	식 (2)가 해결하려는 문제와 해결방안을 설명하시오. 그리고 중요도 a가 0에 근접한 값일 때와 중요도 a가 1에 근접한 값일 때, 중요도 a가 식 (2)에서 계산되는 평균값에 미치는 영향의 차이를 논하시오. 〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]
2008학년도 정시	여러분이 프랑스 국립와인사무국의 주장을 반박하기 위한 실험을 수행 한다고 가정해 보자. 즉 두 국가 간의 에틸카바메이트의 검출 농도 차이 가 해당 와인의 수송 및 유통 과정에서 발생하였다는 것을 실험으로 입증하려면 어떤 실험계획을 수립해야 할지 제시문을 근거로 논술하시오 (단, 이 화합물의 농도변화를 알기 위해 직접 수송선, 또는 수송기에 탑승하여 실험할 수 없으며, 실험계획에는 아래 사항을 반드시 포함하여야 한다.) • 가설의 설정 • 시료, 실험군 및 대조군의 선택 • 개괄적인 실험방법 • 실험결과와 해석 〈14~15줄 (420~450자)〉 [25점]

※ 문제 5

구 분	문 제
2008학년도 모의고사	
2008학년도 수시2 (자연)	화석연료를 연소시킬 때와 마찬가지로 바이오매스를 에너지로 이용할 때에도 이산화탄소가 발생한다. 그럼에도 바이오에너지 사용이 화석연료 사용에 비해 보다 친환경적인 이유를 제시문 [나]와 [다]에 근거하여 서술하시오. 그리고 이러한 바이오에너지 연료 생산이 확대되는 상황에서 고려해야 할 문제점들을 제시문을 토대로 추론하여 기술하시오. 〈21~23줄 (601~680자)〉 [40점]

구 분	문 제
2008학년도 정시	주어진 〈가정(假定)〉과 〈제한상황〉을 기반으로 대기(queue)와 처리(serve)의 관점에서 패스트푸드 음식점의 큐잉 모델을 제시하고, 이 모델을 이용하여 패스트푸드 음식점의 운영시스템을 개선하고자 할 때, 주문 담당 직원의 수를 몇 명으로 늘리는 것이 적당한지 결정하고, 그 이유를 큐잉 모델을 바탕으로 하여 구체적으로 설명하시오. 〈21~23줄 (630~690자)〉 [35점]

*** 논제별 착안점**

- [논제 1] 논제 1은 기초과학지식에 대한 이해는 정확한지를 측정하고 있다. 따라서 주어진 문제를 제시문에 근거하여 정확히 이해하고, 분석할 수 있는 능력을 길러야 한다.
- [논제 2] 논제 2는 제시문에서 정확한 정보를 선별하여 자연과학적 근거에 기초한 자연현상을 분석하고 해석하는 능력을 측정하기 위한 것이다. 따라서 제시문을 정확히 이해한 후, 핵심개념을 중심으로 연관관계를 파악하여 결과를 도출할 수 있는 능력을 길러야 한다.
- [논제 3] 논제 3은 독해력과 분석력을 측정하기 위한 것이다. 제시문에서 설명된 과학적 현상 및 개념이해를 바탕으로 공통점과 차이점을 비교설명하고, 구체적인 논거를 활용하여 논지를 전개할 수 있는 능력을 길러야 한다.
- [논제 4] 논제 4는 분석력과 문제해결력을 평가하는데 주안점을 두고 있다. 따라서 주장과 근거간에 명확한 인과관계를 제시하여야 하고, 자신의 논지 전개과정에서 적절한 어휘, 구체적인 논거를 활용하여 발문의 조건에 따라 논지를 전개하여야 한다.
- [논제 5] 논제 5는 사고의 다양성과 논리력을 측정하기 위한 것이다. 과학적 지식에 대한 정확한 이해를 바탕으로 과학·사회·경제적인 다양한 관점에서 자신의 주장을 논리적이고 합리적으로 전개할 수 있어야 한다.

3. 논제 및 제시문 분석(2008학년도 수시 2학기)

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

[가]

해수면 위로 부는 바람에 의한 에크만 수송*으로 표층해수가 다른 곳으로 이동하면 이를 보충하기 위해 아래에서 찬물이 올라오는데, 이러한 현상을 용승이라고 한다. 이와 반대로 해수가 한 곳에 모이면 밑으로 가라앉게 되는데, 이러한 현상을 침강이라고 한다. 북반구의 동쪽 해안에서 남풍이 계속 불면 바다 쪽으로 에크만 수송이 일어나서 표층해수가 먼 바다 쪽으로 이동한다. 그리고 이를 보충하기 위해서 찬물이 위로 올라오면서 용승이 일어난다. 이를 연안용승이라고 한다. 연안용승이 일어나는 해역의 주변 지역은 안개가 잦고 서늘한 날씨가 계속된다. 용승과 침강은 연안에서만 일어나는 것이 아니며, 해수의 수렴과 발산이 일어나는 해역에서도 일어난다. 적도해역에서는 무역풍에 의한 에크만 수송이 고위도 쪽으로 일어난다. 그 결과 적도해역의 해수면은 낮아지고, 이를 보충하기 위해 적도용승이 일어난다. 심층수가 용승할 때에는 깊은 바닷물에 녹아 있던 많은 양의 영양 염류가 표층으로 운반되므로, 플랑크톤이 번성하고 어종이 증가하여 좋은 어장이 형성된다.

(*에크만 수송 : 북반구에서 바람이 부는 방향으로 바닷물이 움직이지 않고 풍향의 오른쪽 방향으로 움직이는 현상)

[나]

엘니뇨현상은 태평양의 적도 부근을 따라 남아메리카 해안으로부터 태평양 중앙부에 이르는 넓은 범위에서 해수면 온도가 지속적으로 높아지는 현상이다. 엘니뇨는 2년에서 7년마다 한 번씩 불규칙하게 발생하는데 주로 9월에서 다음해 3월 사이에 일어난다. 남아메리카의 페루 연안은 무역풍에 의한 용승이 일어나는 지역이다. 엘니뇨가 일어나지 않는 정상적인 해에는 페루 연안으로부터 태평양의 적도 부근을 가로질러 서쪽으로 무역풍이 지속적으로 분다. 이 무역풍은 동쪽에 있는 따뜻한 표층해수를 서쪽으로 운반하기 때문에 따뜻한 해수층의 두께는 서쪽에서 두껍고 동쪽에서 얇게 나타난다. 이 따뜻한 해수는 동남아시아에 많은 강수를 일으킨다.

반면, 무역풍이 약해지면 서쪽의 따뜻한 해수층은 보통 때보다 얇아지고 동쪽의 따뜻한 해수층은 두꺼워진다. 이 때문에 용승은 약해지고, 더운 해수가 동쪽으로 이동함에 따라 적도 지방의 중부와 동부의 해수면 온도가 점차 높아지면서 엘니뇨가 나타난다. 엘니뇨가 나타나면 동태평양에는 평년보다 따뜻한 해수가 머물러 평년보다 수온이 약 2~5℃ 이상 높게 나타나고, 동남아시아 지역의 해수는 평년보다 낮은 수온 분포를 보인다. 엘니뇨가 진행되면 동남아시아와 오스트레일리아에서는 가뭄이 발생하고, 남아메리카에서는 고온 다습한 기류로 인한 홍수가 자주 발생한다.

[문제 1] 엘니뇨현상의 발생이 동태평양 어장에 미치는 영향을 제시문을 토대로 추론하여 기술하시오.
〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]

[문제 2] 우리나라의 동해안에서 안개가 자주 발생한다면, 그 이유는 무엇인지 제시문을 참고로 추정하여 기술하시오. <9~11줄 (241~330자)> [15점]

1) 문항 설명

[문제1]

본 문제는 제시문 [나]에 나타나는 엘니뇨현상을 분석하여 제시문 [가]에서 제공하는 좋은 어장의 조건을 연결시켜 그 영향을 추론해 낼 수 있는 능력을 측정하기 위하여 출제된 문제이다.

[문제2]

본 문제는 제시문에서 정확한 정보를 선별하여 자연과학적 논리를 따라 자연현상을 분석하고 해석하는 능력을 측정하기 위하여 출제된 문제이다.

2) 논제 탐구

[문제 1]

논의 접근	엘니뇨현상과 동태평양어장의 특징을 이해함.
논의 진행	엘리뇨현상을 설명하고 그것으로 인해 일어나는 현상과 동태평양어장의 특징을 기술 함.
논의 해결	엘리뇨현상으로 인해 일어나는 현상과 그것으로 인해 동태평양어장에 미치는 내용을 기술함.

* 논의 접근 : 엘니뇨현상에 대하여 설명하고 동태평양어장의 특징을 이해하여 엘니뇨현상과 연결시킨다.

* 논의 진행 : 엘니뇨현상이 발생했다는 것은 무역풍이 약해지면서 서쪽의 따뜻한 해수 층이 보통 때보다 얇아지고 동쪽의 따뜻한 해수 층이 두꺼워졌음을 의미한다. 따라서 용승은 약해지고 깊은 바닷물에 녹아 있던 영양 염류가 표층으로 운반되지 못하고, 더운 해수가 동쪽으로 이동함에 따라 적도 지방 해수면의 온도가 평상시보다 올라가는 현상이 발생한다.

* 논의 해결 : 해수의 온도가 오르게 되면, 해수에 용존 산소량이 감소하여 플랑크톤 수가 줄어들게 된다. 적은 영양염류와 산소량의 감소로 플랑크톤 수가 줄어들면 물고기 수가 감소하여 어장에서 고기가 잘 잡히지 않는 현상이 발생한다.

- ▶ 주의 : 동태평양 어장에 고기가 잘 잡히지 않는 이유를 과학적 근거를 보여 주면서 논리적으로 설명할 수 있어야 한다.

[문제 2]

논의 접근	동해안과 안개 발생의 원리에 대하여 이해하여야 함.
논의 진행	동해안 해수와 에크만 수송 그리고 용승의 관계를 연결시킨다.
논의 해결	동해안의 표층수 온도가 차가워져 공기 중의 수증기를 응결시켜 안개를 만든다고 추정함.

* 논의 접근 : 동해안과 안개 발생의 원리에 대하여 주변 환경과 연결하여 접근함.

* 논의 진행 : 우리나라의 동해안에서 안개가 자주 발생했다면, 동해안에서는 남풍이 불었을 것이다. 그 남풍 때문에 동해안의 해수는 에크만 수송에 의해 육지에서 먼 바다 쪽으로 밀려가게 된다. 그 원인으로 생기는 부족해진 동해안의 해수를 보충해 주기 위해 바다 아래에서 표층으로 차가운 해수가 올라오게 된다.

* 논의 해결 : 에크만 수송에 의해 생기는 부족해진 동해안의 해수를 보충해 주기 위해 바다 아래에서 표층으로 차가운 해수가 올라오는 용승에 의해 동해안에 차가운 해수가 올라와 표층수가 갑자기 차가워지게 된다. 이렇게 갑자기 차가워진 표층수 때문에 표층수에 접해 있던 공기 중의 수증기가 온도가 내려가면서 응결되어 안개가 생성되었다고 추정할 수 있다.

- ▶ 주의 : 남풍이 불어 동해안에 에크만 수송으로 용승이 생겨 차가운 해수가 표층수로 올라와 표층수에 접한 공기 중의 수증기가 온도가 내려가고, 안개 생성원리를 언급하여 논리적으로 설득력 있게 서술할 수 있어야 한다.

3) 제시문 이해

[문제 1]

제시문[가]는 해수면 위로 부는 바람에 의한 에크만 수송으로 해수가 다른 곳으로 이동하기 때문에 생기는 해류에 대하여 기술하였다. 이 때 생기는 용승으로 인하여 영양 염류의 이동과 용승에 의해 생기는 안개 현상을 말해주었다. 또한 좋은 어장의 조건인 프랑크톤이 번성하는 환경 요인이 제시되어 있다. 제시문[나]는 바람에 의해 발생하는 용승과 그에 따른 엘니뇨현상에 대하여 자세히 설명해 주고 있다.

[문제 2]

제시문[가]는 북반구의 동쪽 해안에서 남풍이 계속 불면 바다 쪽으로 에크만 수송이 일어나서 표층 해수가 먼 바다 쪽으로 이동하고, 그로 인해 찬물이 위로 올라오는 용승이 일어나는 해역 주변 지역은 안개가 잦고 서늘한 날씨가 계속된다는 정보를 제공해 주고 있다. 제시문 [나]는 이상 현상인 엘니뇨현상에 대한 정보를 제공해주고 있다.

4) 예시 답안

[문제 1]

엘니뇨현상이 발생한다는 것은 무역풍이 약해지면서 서쪽의 따뜻한 해수 층이 보통 때보다 얇아지고 동쪽의 따뜻한 해수 층이 두꺼워졌음을 의미한다. 따라서 용승은 약해지고 깊은 바닷물에 녹아 있던 영양 염류가 표층으로 운반되지 못하고, 더운 해수가 동쪽으로 이동함에 따라 동태평양 적도 지방 해수면의 온도가 평상시보다 올라가는 현상이 발생한다. 해수의 온도가 오르게 되면, 해수에 용존 산소량이 감소하여 플랑크톤 수가 줄어들게 된다. 적은 영양염류와 산소량의 감소로 플랑크톤 수가 줄어들면 물고기 수가 감소하여 어장에서 고기가 잘 잡히지 않는 현상이 발생한다.

(공백포함 305자)

[문제 2]

우리나라의 동해안에서 안개가 자주 발생한다면, 동해안에서는 남풍이 불었을 것이다. 그 남풍 때문에 동해안의 해수는 에크만 수송에 의해 육지에서 먼 바다 쪽으로 밀려가게 된다. 그 원인으로 생기는 부족해진 동해안의 해수를 보충해 주기 위해 바다 아래에서 표층 해수에 차가운 해수가 올라오게 된다. 이러한 용승에 의해 동해안에 차가운 해수가 올라와 표층 해수가 갑자기 차가워지게 된다. 이렇게 갑자기 차가워진 표층 해수 때문에 표층 해수에 접해 있던 공기 중의 수증기가 온도가 내려가면서 응결되어 안개가 생성되었다고 추정할 수 있다.

(공백포함 296자)

*** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.**

인터넷에서는 불안정한 통신채널을 통해서 데이터를 안정적이고 효율적으로 전송하기 위해 TCP 프로토콜을 사용한다. TCP는 안정적인 전송을 위해서 재전송 시간, 일명 타임아웃(TO : TimeOut) 시간 내에 응답 데이터가 도착하지 않는 경우에는 데이터가 분실된 것으로 여겨 데이터를 재전송한다. 마치 편지를 보내고 TO 시간 내에 응답 편지가 도착하지 않으면 같은 편지를 재전송하는 방식과 같다.

이러한 TO 시간은 TCP 전송효율에 큰 영향을 미친다. 일례로 TO를 실제 편지의 왕복시간보다 작게 정하면 응답 편지가 오는 도중인데도 같은 편지를 두 번 전송하는 문제가 발생하며, TO를 크게 정하면 오래전에 편지가 분실되었어도 편지를 재전송하지 못하고 오랫동안 기다리는 문제가 발생한다.

인터넷에서는 트래픽량이 계속적으로 변화하고, 이에 따라 왕복시간도 변화하기 때문에 TO를 하나의 정적인 값으로 결정하는 것은 어렵다. 이 문제를 해결하기 위해 TCP는 왕복시간 변화에 따라 TO를 가변적으로 결정하는 방법을 사용한다. 종래의 TCP는 데이터를 전송할 때마다 매번 측정된 왕복시간을 평균하고 이를 기반으로 다음 데이터의 TO를 조정한다. 즉 TCP는 식 (1)을 이용하여 (n+1)번째 데이터 재전송 시간 $TO(n+1)$ 을 과거 n개 왕복시간의 평균 $RTT_{avg}(n)$ 에 비례하여 동적으로 결정한다.

$$TO(n+1) = C \times RTT_{avg}(n) \dots\dots\dots (1)$$

이때 C는 자연수 상수를 나타낸다. 참고로 n이라는 특정 순서의 타임아웃 시간을 지칭해야 할 경우에는 $TO(n)$ 으로, 아닌 경우에는 그냥 TO로 표기한다. RTT_{avg} 와 같은 변수들도 이러한 표기 방식을 따른다.

식 (1)에서 RTT_{avg} 를 계산할 때 일반적인 산술평균 식을 이용하지 않는다. 이는 산술평균이 왕복시간의 변화추세를 잘 나타내주지 못하기 때문이다. 일례로 두 개의 순차적으로 측정된 왕복시간 열, (1, 2, 3, 4, 5)와 (5, 4, 3, 2, 1)의 산술평균은 같으나, 확률적으로 예측된 다음 데이터의 왕복시간은 다를 것이다. 다음 왕복시간은 전자에서는 3이상, 후자에서는 3이하가 될 확률이 높다. 즉 산술평균 식으로 RTT_{avg} 를 계산하면 측정시각에 따른 표본값의 중요도를 고려하지 못하므로 변화추세를 알맞게 예측할 수 없다. 최근에 측정된 값이 먼 과거에 측정된 값보다는 미래의 값과 유사할 확률이 높기 때문에, 최근 표본이 과거의 표본에 비해 더 중요하게 고려되어야 한다.

이 문제를 해결하기 위해서 TCP는 EWMA로 지칭된 식 (2)를 이용하여 매 응답 데이터를 수신한 후에 평균 왕복시간 $RTT_{avg}(n)$ 을 계산한다. 즉 n번째 평균 왕복시간 $RTT_{avg}(n)$ 은 (n-1)번째 평균 왕복시간 $RTT_{avg}(n-1)$ 의 a배와 n번째 측정된 왕복시간 $RTT(n)$ 의 (1-a)배의 합으로 계산된다. 이때 a는 0과 1사이 실수 상수로, 중요도 또는 반영정도를 나타낸다.

$$RTT_{avg}(n) = a \times RTT_{avg}(n-1) + (1-a) \times RTT(n) \dots\dots\dots (2)$$

일례로 왕복시간 열이 (4, 7, 8)일 때, 1번째 평균 $RTT_{avg}(1)$ 은 $(1-a) \times 4$, 2번째 평균 $RTT_{avg}(2)$ 는 $a(1-a) \times 4 + (1-a) \times 7$, 3번째 평균 $RTT_{avg}(3)$ 은 $a\{a(1-a) \times 4 + (1-a) \times 7\} + (1-a) \times 8$ 로 계산된다. $RTT_{avg}(1)$ 을 계산할 때 $RTT_{avg}(0)$ 은 0으로 가정한다. 3번째 평균을 계산할 때는 측정된 순서에 따라서 왕복시간이 평균에 반영된 비율이 $a \times a \times (1-a)$, $a \times (1-a)$, $(1-a)$ 로 감소된다. 즉 식 (2)를 이용하면 왕복시간이 오래전에 측정되었을수록 평균 왕복시간에 작게 반영된다.

그러나 식 (1)에서 TO는 평균 왕복시간에만 의존하기 때문에 왕복시간 분포도를 정확하게 반영할 수 없는 문제가 있다. 일례로 a 가 0.125일 때 두 개의 왕복시간 열, (8, 8, 8, 8, 8)과 (8, 10, 6, 15, 7)의 EWMA 평균은 8로 같으나, 두 개의 열에서 예측되는 다음 왕복시간은 다를 것이다. 다음 데이터의 TO가 전자에서는 8, 후자에서는 15 정도를 갖는 것이 데이터의 손실 여부를 정확하게 예측할 수 있을 것이다. 즉 평균이 같더라도 측정한 왕복시간의 변화가 크면 TO는 큰 값을 가져야 할 것이다.

이 문제를 해결하기 위해서 현재 TCP에서는 식 (3)을 이용하여 왕복시간 분포도의 차이를 TO에 반영한다. 즉 $TO(n+1)$ 은 $RTT_{avg}(n)$ 과 왕복시간의 분포 정도를 나타내는 왕복시간 표준편차 $RTT_{dev}(n)$ 에 C 를 곱한 값의 합으로 결정된다.

$$TO(n+1) = RTT_{avg}(n) + C \times RTT_{dev}(n) \dots\dots\dots (3)$$

[문제 3] 식 (1)과 식 (3)이 해결하려는 공통의 문제를 기술하고, 두 식에서 채택한 해결책을 비교 설명하시오. 〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]

[문제 4] 식 (2)가 해결하려는 문제와 해결방안을 설명하시오. 그리고 중요도 a 가 0에 근접한 값일 때와 중요도 a 가 1에 근접한 값일 때, 중요도 a 가 식 (2)에서 계산되는 평균 값에 미치는 영향의 차이를 논하시오. 〈9~11줄 (241~330자)〉 [15점]

1) 문항 설명

[문제 3]

공학 문제를 통해 수험생들이 고등학교에서 배운 수학과 논리 능력을 종합적으로 평가하려 하였다. 이를 위해 지문에서 일상생활에서 자주 접하는 인터넷을 구현하는 데에 간단한 수학과 논리가 어떻게 적용되는 가를 설명하고, 이를 정확하게 이해하는지 평가하려고 하였다. 즉 실생활에서의 문제를 공학문제로 모델링하는 과정과 그에 대한 해결책을 구하기 위해 간단한 수학과 논리를 적용하여 해결하는 과정을 이해할 수 있는 통합 능력을 측정하고자 하였다. 구체적으로 기본적인 평균과 표준편차 개념을 이용하여 공학 문제를 풀이하는 과정에 대한 통합 이해 능력을 평가하였다. 또한 지문을 통해 자연계 학생들에게 실생활의 공학문제를 풀어나가는 방법을 알려주고자 하였다.

[문제 4]

[문제 3]과 마찬가지로 공학문제를 통해서 학생들의 논리 그리고 수리 통합 능력을 평가하고자 하였다. 특별히 이 문제에서는 조금 더 복잡한 수식과 이에 대한 개념을 잘 이해하고, 더 나가서는 이를 응용할 수 있는 능력이 있는지를 평가하고자 하였다.

2) 논제 탐구

[문제 3]

논의 접근	인터넷에서 데이터를 전송할 때 발생하는 문제점을 인식
논의 진행	데이터 손실 복구 문제에 대한 기본적인 해결 방안은 재전송이며, 재전송 시간은 식 (1)과 식 (3)과 같이 간단한 수식으로 결정할 수 있는 점을 이해
논의 해결	알맞은 재전송 시간을 결정하기 위해서 식 (1)은 평균 시간만을 식 (3)은 평균시간과 분산을 모두 고려했다는 점을 기술

*** 논의 접근 :** 지문에서 설명하고 있는 해결하고자 하는 문제가 무엇인가를 정확하게 이해해야 한다. 해결하고자 하는 문제는 인터넷에서 데이터의 손실이 발생하며 이러한 손실을 복구하기 위한 방안으로 데이터를 재전송해야 한다는 것이다. 이때 재전송 시간을 어떻게 결정하느냐 하는 문제이다.

*** 논의 진행 :** 식 (1)과 식 (3)은 인터넷의 TCP 프로토콜이 데이터를 손실하여 재전송할 때 재전송 시간을 알맞게 결정하기 위해 사용하는 식이다. 참고로 TCP는 불안정한 통신채널 상태에서도 데이터를 안정적으로 그리고 효율적으로 전송하려고 다양한 방안을 채택하고 있다. TCP는 안정성을 위해서 타임아웃이라는 방식을 사용하는 데, 타임아웃 시간의 크기에 따라서 효율성이 변화하게 된다. 효율성 향상을 위해서는 현재의 인터넷 트래픽(traffic)량의 변화 상태, 즉 왕복시간의 변화에 맞추어서 타임아웃 시간을 계속적으로 조정한다.

*** 논의 해결 :** 식 (1)은 과거의 측정된 평균 왕복시간에 비례하여 계속적으로 재전송시간을 조정한다. 그러나 식 (1)은 지문에서 설명한 바와 같이 왕복시간의 분포 정도를 고려하지 않아, 왕복시간이 크게 변화하는 경우와 별로 변하지 않는 경우 평균만 같다면 모두 같은 타임아웃 값이 계산되는 문제가 있다. 이를 위해 식 (3)은 왕복시간의 평균과 왕복시간 표준편차의 정수배의 합에 비례하여 재전송시간을 동적으로 결정한다.

▶ 주의 : 개념적인 설명과 수식과의 관계를 명확하게 이해해야 한다.

[문제 4]

논의 접근	왕복시간의 평균의 의미는 무엇인지를 파악
논의 진행	식 (2)의 변수와 주어진 문제와의 상관관계를 파악
논의 해결	지문에서 식 (2)의 특성을 이해하고 이를 요약 정리

*** 논의 접근 :** 식 (2)의 도입과정과 식 (2)의 동작원리를 정확하게 이해하고 있는 지 묻고 있다. 즉 평균에 측정 시간의 중요도를 반영해야 하며 또한 반영도의 크기를 결정하는 방안이 있어야 한다는 문제를 제기하고 있다.

*** 논의 진행 :** 식 (2)의 도입 배경은 측정 시간에 따른 왕복시간 표본의 중요도를 감안하여 측정한 왕복시간을 평균 왕복시간에 알맞게 반영하지 않는다는 것이다. 표본의 측정시각에 따른 중요도를 구별하기 위해서 식 (2)에서는 표본의 중요도(weight factor 또는 smoothing factor)를 나타내는 a 를 사용하여 과거 표본 값의 반영 비율을 측정 시각과 현재 시각의 차이에 반비례하도록 한다.

*** 논의 해결 :** 식 (2)은 왕복시간의 측정 시간의 중요도를 감안하고 있으며, 중요도는 변수 a 에 의해 표현된다. 즉 a 는 0에 가까울수록 최근 값이 많이 반영되며 과거 값의 반영비율이 천천히 감소한다. 반대로 1에 가까울수록 최근 값이 적게 반영되며 과거의 값의 반영 비율이 급격히 감소하지 않도록 한다. 즉 a 가 0에 가까울수록 빠르게 표본 값의 변화 추세를 예측하고, 반대인 경우에는 일시적인 급격한 표본 값의 변화를 제거하는 효과가 있다.

▶ 주의 : 수식과 개념적 설명과의 상관관계를 명확하게 이해해야 한다.

3) 제시문 이해

[문제 3] [문제 4]

실생활 즉 인터넷에서 나타나는 문제를 공학적인 방법으로 해결하는 과정을 보여준다. 식 (1)은 알맞은 데이터 재전송 시간을 평균시간에 비례해서 결정하는 방안이다. 이때 제시문에서 식 (1)의 방식의 두 가지 문제점을 설명한다. 첫째는 왕복시간을 측정한 시각에 상관없이 평균시간을 계산하는 것은 측정된 왕복시간의 중요도를 고려하지 않는다는 문제가 있다는 것이다. 이 문제를 해결하기 위해서 식 (2)를 이용해서 평균 왕복시간을 계산한다. 둘째는 측정된 왕복시간의 분포도를 고려해야 한다는 문제이다. 즉 변화가 심한 경우에는 재전송 시간을 크게 결정해야 한다는 것이고 이를 위해서 식 (3)을 사용해야 한다는 것이다.

4) 예시 답안

[문제 3]

식 (1)과 식 (3)이 해결하려는 공통의 문제는 인터넷상에서 데이터를 효율적이고 안정적으로 전송하기 위해 인터넷의 트래픽량 변화에 알맞게 데이터의 재전송 시간을 계속적으로 조정하는 것이다. 이를 위해 식 (1)은 과거 측정된 평균 왕복시간에 비례하여 재전송 시간을 조정한다. 그러나 식 (1)은 재전송시간을 결정할 때 왕복시간의 분포 정도를 고려하지 않는 문제가 있다. 즉 평균이 같더라도 왕복시간이 넓은 범위에 퍼져있으면 재전송 시간은 커져야 할 것이다. 이를 위해 식 (3)에서는 재전송 시간을 왕복시간의 평균과 임의의 정수배한 왕복시간 표준 편차의 합으로 결정한다. (공백포함 320자)

[문제 4]

식 (2)가 해결하려는 문제는 산술평균에서는 측정 시각에 따른 왕복시간 표본의 중요도 차이를 고려하지 않는다는 것이다. 즉 산술평균은 평균에 과거의 표본 값과 최근의 표본 값을 동등하게 반영한다. 표본의 측정시각에 따른 중요도를 구별하기 위해서 식 (2)에서는 표본의 중요도 지수 a 를 사용하여, 과거 표본 값의 반영비율을 시간이 진행함에 따라 점차 감소하도록 하였다. 그리고 a 는 0에 가까울수록 평균값 계산에 최근 표본 값이 많이 반영되며 과거 값의 반영비율은 급격히 감소한다. 반대로 1에 가까울수록 최근 값이 적게 반영되며 과거 값의 반영 비율이 천천히 감소한다. (또는 a 가 0에 가까울수록 빠르게 변화 추세를 예측하고, 반대인 경우에는 일시적인 급격한 표본값의 변화를 제거하는 효과가 있다). (공백포함 320자)

*** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.**

[가]

앨 고어 전 미국 부통령과 유엔 정부간기후변화위원회(IPCC)가 기후변화 문제 해결을 위해 노력한 공로로 올해 노벨평화상을 공동 수상하였다. 노벨위원회는 “이번 노벨평화상 수상자 선정은 평화에 대한 새로운 기준을 제시했다”며 “지구의 자원을 차지하려는 과도한 경쟁이 지구온난화를 초래한다”고 지적하였다. 또한 “이는 국가 내 혹은 국가 간 폭력을 수반한 갈등과 전쟁 등이 벌어질 위험성을 증가시킬 것”이라고 말해 지구온난화에 대처하기 위한 노력을 평화유지 활동과 연계시켰다.

연합뉴스 2007. 10. 15.

[나]

탄소는 생물체를 구성하는 성분 중 물을 제외하면 가장 많은 양을 차지하는 원소로서 생물체 무게의 약 20%를 차지한다. 이들 탄소유기물의 대부분은 녹색식물이 광합성을 통하여 이산화탄소를 유기물의 형태로 만든 것이다

[광합성 전체 반응식 : $6\text{CO}_2 + 12\text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{빛에너지}} \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$]. 녹색식물은 유기물의 일부를 자신의 생명현상을 유지하기 위한 호흡으로 사용한다.

이 과정에서 생성되는 CO_2 는 다시 대기 중으로 돌아간다. 나머지 유기물은 식물체의 구성 성분으로 이용되거나, 먹이연쇄를 따라 소비자로 이동된다. 소비자가 섭취한 유기물은 호흡에 의해 다시 CO_2 의 형태로 대기 또는 물속으로 돌아가 순환된다. 한편, 사체나 소비자의 배설물 속에 포함되어 있는 탄소는 분해자에 의해 분해되어 CO_2 의 형태로 대기 또는 물속으로 돌아가 순환된다. 화석연료는 고대 지구표면의 무수한 생물체들(특히 식물체)의 유기물이 열과 압력에 의해 석탄, 석유 및 천연가스로 전환되어 지하에 묻혀 저장되어 있는 형태로 그 총량은 한정되어 있다. 인류는 에너지를 이용하기 위해 이렇게 저장된 유기탄소 형태의 화석연료를 연소시켜 왔다. 많은 과학자들은 최근의 극단적인 기후변화의 주요 원인이 CO_2 로 대표되는 온실가스의 증가임을 밝혀내었다.

[다]

바이오매스란 광합성에 의해 생성되는 생명체(특히 식물체)와 이를 먹고 살아가는 동물체를 포함하는 모든 생물유기체를 일컫는다. 식물의 열매, 줄기, 잎 등이 대표적인 바이오매스이며, 석유나 석탄과 같은 생물유래 화석자원은 포함되지 않는다. 반면 생물유래 폐기물(음식물 쓰레기나 축산분뇨 등)은 바이오매스에 포함된다. 이런 폐기물성 바이오매스 자원은 재활용되지 않을 경우 환경오염을 일으킬 수 있다. 바이오에너지는 바이오매스로부터 얻어지는 재생에너지로 지구온난화 억제에 기여할 수 있는 친환경에너지로 부각되고 있다. 매년 바이오매스의 순일차생산량은 약 1300억 톤으로 추정되며, 이것을 에너지로 환산하면 세계의 연간 일차에너지 소비의 7~8배에 해당한다. 바이오에너지 중 현재 전 세계적으로 가장 활발히 개발 이용되고 있는 것은 바이오매스로부터 생산되는 바이오에탄올이다. 현재 선진국에서 이용되고 있는 수송용 바이오에탄올 연료는 주로 옥수수로부터 생산되는데, 옥수수 열매의 전분을 주원료로 사용하며 발효공정을 통해 생산된다.

[라]

옥수수의 원산지인 멕시코가 옥수수 때문에 몸살을 앓고 있다는 소식이다. 옥수수 값 폭등에 항의하는 대규모 시위 때문이다. 멕시코 서민에게는 옥수수로 만든 전병인 토티야가 주식이다. 그런데 최근 1년 새 토티야 값이 세 배로 뛰었다. 1994년 북미자유무역협정 발효 이래 싼값에 들어오던 미국산 옥수수 물량이 확보되지 않아서다. 옥수수 흉작 때문이 아니다. 부시 행정부가 추진 중인 바이오연료 정책의 여파다. 최근의 기록적인 고유가와 중동 정세 불안 등으로 미국은 바이오연료로의 전환에 적극적이다. 조지 부시 미 대통령은 올해 연두교서에서 바이오연료 소비를 늘려 향후 10년간 석유 소비를 20% 줄이겠다고 발표했다. (중략) 멕시코인만 괴롭게 된 게 아니다. 바다 건너 일본인의 식탁에도 바이오연료 붐의 여파가 밀어닥치고 있다. 옥수수가 주재료인 사료 값 폭등을 견디지 못한 일본의 양계업자나 축산농가가 파산 또는 폐업하는 사례가 잇따라 나타났다. 고기 값과 햄 가격이 뛴 것은 불문가지다.

중앙일보 2007. 7. 23.

[마]

사탕수수를 원료로 하는 바이오에탄올 산업의 성장으로 생태계 파괴가 늘어나고 있다. 브라질에서 사탕수수 농장의 확대와 대규모 경작은 그만큼의 열대우림 지역의 산림을 파괴하고 있다. 값이 저렴한 바이오에너지 연료로 주목받고 있는 팜유의 주요 생산국인 인도네시아와 말레이시아도 마찬가지이다. 상업용 팜유의 85%가 생산되는 이 지역의 집약적인 팜유농장 개발은 열대우림의 파괴를 가속화시키고 있어 오히려 환경단체들의 원성을 사고 있다. 팜유 플랜테이션 농업 확충을 위해 열대우림에 불을 내게 되는데, 여기서 엄청난 양의 이산화탄소가 배출된다. 이러한 화재는 한 번에 몇 주 동안 말레이시아와 싱가포르 지역을 심한 연기 속에 가두곤 한다. 현재의 추산으로 열대지역에서 산림의 벌목과 불로 인해서 대기로 돌아가는 이산화탄소의 양은 전체의 25%에 달한다. 이 결과로 유실된 산림이 목초지 또는 농장으로 대체된다 하더라도, 그에 따른 순광합성율은 원래 삼림에 의한 순광합성율에 비해 30~60% 낮다

[문제 5]

화석연료를 연소시킬 때와 마찬가지로 바이오매스를 에너지로 이용할 때에도 이산화탄소가 발생한다. 그럼에도 바이오에너지 사용이 화석연료 사용에 비해 보다 친환경적인 이유를 제시문 [나]와 [다]에 근거하여 서술하시오. 그리고 이러한 바이오에너지 연료 생산이 확대되는 상황에서 고려해야 할 문제점들을 제시문을 토대로 추론하여 기술하시오.

〈21~23줄 (601~680자)〉 [40점]

1) 문항 설명

최근 노벨평화상 수상으로 이슈화된 지구온난화 및 환경파괴를 주제로 선정하여, 이에 대응하는 바이오에너지의 개념과 기존의 화석연료와 대비되는 친환경성에 대해 과학적 원리를 설명하고 있다. 제시문의 독해를 통해, 유형 별 탄소유기물의 에너지화에서 나타나는 두 가지 경로를 논리적으로 분석하여 추론할 수 있는 능력을 평가하고자 하는 문항이다. 또한 바이오에너지 개발에 있어 나타날 수 있는 현상에 대한 자연과학적 이해를 바탕으로 환경, 경제, 사회적 문제점들을 찾아 논리적으로 서술할 수 있는지에 대한 통합 교과형 논술능력을 평가하고 있다.

2) 논제 탐구

논의 접근	지구온난화 원인 및 바이오연료 활용에 대한 이해
논의 진행	제시문에 설명된 탄소 순환과 바이오매스 이용의 장단점 분석
논의 해결	바이오연료 사용에 의한 지구온난화 억제와 이로 인해 부차적으로 일어날 수 있는 환경 및 사회경제적 문제에 대한 비판적 분석

*** 논의 접근 :** 다양한 형식(고교 교과서 지문, 신문기사, 서술문 등)의 제시문을 통해 지구온난화와 연관되는 에너지자원과 이와 관련된 각종 현상에 대해 소개하였다. [가]에서는 노벨평화상에 대한 기사문을 통해 지구온난화가 환경문제에 머무르지 않는 사회적 문제임을 제시한다. [나]는 생물체 유기물의 생성 및 소비 과정에 대해 이산화탄소를 중심으로 설명하여 생태계에서의 탄소 순환을 설명하는 고교 교과서 지문이다. 또한 화석연료와 바이오매스, 두 유형의 유기물에서 생성되는 이산화탄소의 두 가지 경로(일방적 배출 vs 순환)를 소개하고 있다. [다]에서는 바이오에너지의 정의를 소개함으로써, [나] 제시문과 함께 바이오에너지가 화석연료 에너지에 비해 왜 친환경적인지에 대한 두 가지 이유를 제시한다. [라]와 [마]는 바이오에너지 사용의 확대에 따라 일어날 수 있는 경제적 불균형 및 생태계 파괴에 대해 실례를 들어 제시하고 있다.

*** 논의 진행 :** 문제에서는, 우선 [나]와 [다] 제시문에 설명된 과학적 현상 및 개념의 이해를 바탕으로 왜 바이오연료가 화석연료보다 친환경적인지 물어보았다. [다]의 바이오에너지에 대한 개념 이해와 [나]의 이산화탄소 이동 경로에 대한 분석을 통해, 두 가지 연료 사용에 대한 차이점을 분석해야 한다. 또한, 과학적 원리를 바탕으로 바이오에너지 사용 확대에 따른 문제점을 기술하여, 기사문[가][라]와 보고서 형식의 글인 [마]의 분석을 토대로 생태계 문제와 에너지 자원화에 따른 사회·경제·정치적인 문제점에 대해 논리적인 추론을 이끌어내야 한다.

*** 논의 해결 :** 화석연료와는 달리 바이오연료는 탄소의 자연적인 순환구조를 유지하며 사용되므로 이산화탄소에 증가 의한 지구온난화 억제에 기여하는 장점을 가진다. 추가로 폐기성 바이오매스의 재활용에 의한 친환경성에 대한 추론을 통해 환경적 장점을 제시할 수 있다. 반면, 바이오연료의 문제점인 무분별한 생태계 환경 파괴와 바이오매스의 무기화에 따른 사회적 경제적 불균형은 문제점으로 지적할 수 있다.

▶ 주의 : 바이오매스와 화석연료라는 두 가지 자원 형태의 차이점을 명확히 분석하여야 하며, 바이오매스에 의한 바이오연료 사용의 장점과 단점을 구분하여 추론할 수 있어야 한다.

3) 제시문 이해

[가]에서는 지구온난화가 단순한 환경문제가 아닌 사회적 경제적인 부분까지 포괄하는 현상임을 제시. [나]는 생물체 유기물의 생성 및 소비 과정에 대해 이산화탄소를 중심으로 설명하여 생태계에서의 탄소 순환을 설명하는 고교 교과서 지문. 화석연료와 바이오매스, 두 유형의 유기물에서 생성되는 이산화탄소의 두 가지 경로(화석연료 : 일방적 배출 vs 바이오매스: 탄소 순환)를 소개. [다]에서는 바이오에너지의 정의를 소개. [라]와 [마]는 바이오에너지 사용의 확대에 따라 일어날 수 있는 경제적 불균형 및 생태계 파괴에 대해 실례를 제시.

4) 예시 답안

* 바이오에너지 사용이 보다 친환경적인 이유

① 화석연료 사용은 지하에 고정된 CO₂를 일방적으로 대기로 방출하여 지구온난화를 초래한다. 반면 바이오매스의 에너지 이용에서도 CO₂가 발생하지만, 그 양은 바이오매스 기원인 식물이 성장하는 과정에서 광합성을 통해 대기로부터 고정했던 CO₂의 양과 동일하다. 바이오에너지 사용에서 방출된 CO₂는 원료인 에너지식물이 성장하면서 다시 흡수한다. 따라서 전체적으로 보면 CO₂를 추가적으로 배출하지 않는다. 즉 화석연료와는 달리 바이오연료는 탄소의 자연적인 순환구조를 유지하며 사용되므로 지구온난화의 주범인 CO₂ 억제에 기여하는 친환경적 에너지다.

② 또한 폐기물성 바이오매스는 방치되면 환경오염을 일으킬 수 있는데, 이를 바이오에너지로 사용함으로써 오염물질의 친환경적 재활용이 가능하다.

* 바이오에너지 연료 생산 확대의 문제점

바이오연료 생산 확대에 고려할 문제점들은 무분별한 바이오매스 확보에서 발생한다. 바이오매스 생산지가 급격히 개발될 경우, CO₂의 많은 부분을 제거하는 열대우림 지역의 산림을 파괴하여, 오히려 대기의 CO₂가 급격히 증가할 수 있다. 이러한 생태계 파괴와 더불어 바이오매스의 주원료인 농작물의 가격상승으로 인해 식품가격의 전반적 인상과, 이에 따른 경제적 문제와 사회적 갈등을 초래할 수 있다. 또한 바이오매스 주요 생산국의 에너지 독점화(또는 무기화)로 현재 석유를 둘러싸고 나타나는 상황과 유사한 갈등을 가져올 수도 있다. (공백포함 673자)

4. 좋은 답안 유형 및 준비 방법

1) 좋은 답안 유형

[문제 1]

엘니뇨현상을 정확히 이해하고, 약한 용승으로 적은 영양염류와 높아지는 해수의 온도로 인하여 산소량 감소로 플랑크톤의 수가 줄어들어 물고기 수가 감소되어 어장에 나쁜 영향을 준다고 논리적으로 서술할 수 있으면 좋은 답안이 될 수 있음.

[문제 2]

남풍이 불어 동해안에 에크만 수송으로 용승이 생겨 차가운 해수가 표층수로 올라와 표층수에 접한 공기 중의 수증기가 온도가 내려가고, 안개 생성원리를 언급하여 논리적으로 설득력 있게 서술할 수 있으면 좋은 답안이 될 수 있음.

[문제 3]

식 (1)과 식 (3)이 해결하려는 문제를 개념적으로 설명하고 이를 해결하기 위한 방안이 어떻게 차이가 나는지를 분명하게 기술한 답안

[문제 4]

식 (2)가 해결하려는 문제를 정확하게 기술하고, 또한 식 (2)에서 사용하는 변수 a 에 대한 영향을 a 가 0으로 접근할 때와 1로 접근할 때 각각 구분하여 서술하는 답안이다.

[문제 5]

기초적 과학지식인 자원의 순환 과정에 대한 이해를 바탕으로 탄소 순환에 있어 바이오매스와 화석연료 사용 경로를 명확히 규명하고, 바이오매스에 의한 바이오 연료 사용이 가지는 장점 및 단점을 비교 분석한 답안

2) 준비 방법

- ① 교과서의 개념을 정확히 이해하고 학습활동과 심화학습을 반드시 풀어본다.
- ② 제시문을 읽고 핵심 내용을 파악하여 정리하는 연습을 반복하도록 한다.
- ③ 교과 시간에 배우는 단원의 주제와 유사한 내용을 타 교과에서 찾아보고 서로 관련지어 생각해 본다.
- ④ 교과서에서 다루고 있는 핵심 개념을 서로 연관지어 문제상황을 설정한 후, 자신의 입장을 정리한다.
- ⑤ 교과 내용 가운데 그림이나 도표의 의미를 분석하여 이를 다른 상황에 적용할 수 있도록 한다.

- ⑥ 동국대 논술에서 요구하는 답안은 주로 400자 내외의 분량을 요구한다. 따라서 논제의 요구사항에 따라 직접 본론이나 결론을 서술하는 방법을 꾸준히 연습하도록 한다.

5. 관련 교과

[문제 1, 2]

고등학교 공통과학 교과서

고등학교 지구과학 교과서

[문제 3,4]

평균과 분산을 설명하는 고등학교 수학교과서

[문제 5]

고등학교 공통과학 교과서

대중매체 기사문

고등학교 생물 II 교과서

서강대학교

2008학년도 서강대 수시 2-1 일반전형 자연계열 논술고사 문제지

* 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

[가]

다른 사람들과 마찬가지로 수학자들은 창의적인 아이디어를 매우 소중히 여긴다. 특히 독창적인 그림에 대해서는 큰 즐거움을 느낀다. 그러나 이러한 타당한 인식도 일반적인 회의론을 압도하지는 못한다. 왜냐하면 도식은 기껏해야 특수한 경우이므로 일반적 정리를 증명할 수 없다는 것이다. 뿐만 아니라 심지어는 터무니없는 결과를 낳기도 한다는 것이다. 보편적은 아니지만 이에 대한 일반적인 관점은 그림은 발견적 도구 이상의 그 무엇이 아니라는 것이다. 즉 그림은 심리적으로 암시적이고 교육학적으로 중요하지만, 무엇을 증명하지는 못한다는 것이다. 나는 이 견해에 반대하며 (a) 그림이 발견적인 역할을 훨씬 넘어서는 증거와 정당화로서의 진정한 역할을 한다고 주장한다. 간단히 말하자면 그림은 정리를 증명할 수 있다.

[나]

대부분의 철학자들이 그림을 사용하지 않는 것은 이상한 일이다. 비트겐슈타인은 예외인데 그의 저작들은 스케치와 도식으로 채워져 있다. 비트겐슈타인은 어떤 그림이 이것 또는 저것을 증명한다고 자주 예를 든다. 그는 『수학의 기초에 관한 관찰』이라는 저서의 한 곳에서 ‘수학은 증명에 관한 테크닉의 잡다한 집합체이다’라고 말했다. 이것이 시사 하는바는 (b) 수학에는 말과 기호를 사용한 증명뿐 아니라 그림을 이용한 것도 있다는 것을 의미한다. 이것은 아주 옳은 견해라고 생각한다.

[다]

수학자들은 증명에서 증거와 직관의 두 가지 사실을 얻고자 한다. 전통적으로 증명이 정리를 엄밀히 입증해야하는 것은 필수적이다. 그러나 좋은 증명은 어떻게 증명이 진행되는지에 대한 이해를 도와준다. 직관은 불명료한 것일 수 있지만 매우 바람직한 것이다. 증명이 반드시 직관을 제공해야 하는 것은 아니지만, 이를 제공한다면 그것은 소중한 것이다. 그림을 이용한 증명은 풍부한 직관을 제공하는가? 많은 사람들은 그림을 이용한 증명에서는 증거와 직관이 서로 반목하여 엄밀성을 잃는 대신 이해력을 보상 받는다고 생각한다. 그러나 이는 잘못된 생각이다. (c) 나는 그림을 이용한 증명을 합리화하는 것이 곧 엄밀성을 포기하는 것이라고 생각하지 않는다.

[라]

실제의 전통적인 증명에서 모자라는 모든 증거를 ‘귀납적 증거’라 부르기로 하자. 수학의 업적들은 전적으로 연역적 증거에 의존하지만, 수학적 실체는 귀납적 방법에 한층 더 의존한다. 예를 들면 ‘모든 2보다 큰 정수는 두 개의 소수의 합으로 쓸 수 있다’는 골드바하의 예상을 생각 할 수 있다.

몇 개를 확인해 보면 $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, $10 = 3 + 7$ 등과 같다. 컴퓨터를 써서 10억 이상의 큰 수 까지 확인해 보았으나 이에 대한 반례는 아직까지 발견되지 않았다. 수학자들은 골드바흐의 예상이 참이라고 믿는 경향이 있다. 수학자들은 이 예상을 증명할 수는 없지만, 이에 대한 강한 귀납적 증거를 가지고 있다. 이와 같은 귀납적 고찰은 수학적 활동에 있어 중요하다. (d) 혹자는 이 같은 사실을 기꺼이 받아들이지만 ‘발견’과 ‘정당화’ 사이의 전통적 구별에 호소하려 들지도 모른다. 귀납적 증거는 정리를 생각해 내는 데는 도움이 되지만, 증명만이 실제적으로 정당화 할 수 있다고 말이다.

[마]

괴델과 러셀은 수학에 있어 일차적 원리 혹은 공리에 도달하는 것은 과학의 그것과 비슷하다는 것을 입증한다. 수학적 직관은 물리학에 있어서 실험적 관찰과 비슷하다. 수학의 집합론에 있어서 공리계를 가정하는 것은 물리학에 있어서 양자역학과 같은 이론을 가정하는 것과 같다. 이 두 가지 이론 모두 그로부터 유도되는 결과들에 의하여 검증을 받으며, 직관적으로 또는 관찰한 바 참인 결과들에 의하여 뒷받침 된다. 그러나 직관적으로 또는 관찰한 바 거짓인 것은 논박을 당한다.

[문제 1 : 35%, 글자 수 제한 없음]

- [1] 위의 제시문 [가], [나], [다]를 참조하여 비단 증명에서 뿐 아니라 수학 전반에 있어서 그림을 활용하는 것에 대한 본인의 견해를 논술하라.
- [2] 위의 [라],[마]에 근거하여 (d)에 있는 혹자의 의견이 반드시 옳은 생각일 수 없는 논리를 펴라.
- [3] 수학적 명제 하나를 기하의 영역이 아닌 데에서 제시하되, 그림(도식)을 이용할 경우 그 증명이 자명한 것으로 하라(위의 (a), (b), (c) 참조). 또한 이에 대하여 그림(도식)을 이용한 자명한 증명과 동시에 수학적으로 엄밀한 증명도 제시하라(여기서 유의 할 것은 증명을 이해하는 데 도움이 되는 그림 정도가 아니라, 명제의 증명이 자명해지는 도식을 제시해야 한다).

* 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

음성이란 무엇일까? 다음 지문들을 통하여 소리를 과학적으로 이해하여 보자. 우리는 서로 말을 하고 다른 사람의 이야기를 들으며 살아가고 있다. 음성은 어떤 과정을 통하여 우리의 귀속에 들어 오게 되는 것일까? 소리는 원소로 구성되어 있지 않으므로 소리 알맹이가 공기를 타고 우리들의 귀속에 들어오는 것이라고 생각할 수는 없을 것이다. 소리의 전달 과정을 자세히 알아보기 위해, 소리의 시작을 살펴볼 필요가 있다. 소리는 성대의 울림에 기인한다. 손을 목에 대고 “아!” 라고 말을 해보자. 그러면 목이 떨리고 있다는 것을 느낄 수 있다. 이 떨림은 공기를 진동시키고 이러한 진동으로부터 음성이 전달되고 들을 수 있는 것이다.

우리의 성대에서 나오는 음성을 눈으로 볼 수 있게, 즉 그래프로 표현할 수 있는 방법을 구하고자 한다. 성대의 모형으로서 얇은 고무막으로 한쪽이 막힌 원통을 생각할 수 있다. 열린 원통에 소리를 내면 막힌 쪽의 고무막이 떨림을 발생시킨다. 이 떨림의 변화를 분석하여 (a) 높은 소리(high voice), 낮은 소리(low voice) 그리고 큰 소리(loud voice)와 작은 소리(soft voice)를 구분할 수 있다.

우리가 눈을 감은 상태에서 몇 명이 각각 “아!” 라고 짧은 말을 했을 경우를 생각해보자. 눈으로 직접 보지는 않았지만 목소리가 서로 다른 것을 알 수 있다. 이 몇 명이 남녀로 구성된 경우는 더욱 구분하기 쉽다. 이를 음색(tone color)이라고 부른다. 개개인의 음색이 서로 다르기 때문에 서로를 구분할 수 있게 된다. 일반적으로 여성의 목소리가 남성에 비하여 높은 음인 이유는 단위시간 당 성대를 떨리게 하는 횟수가 더 많기 때문이다. 1초에 성대로부터 발생하는 떨림의 수를 단위 Hz(Hertz)로 표시하고 진동수 또는 주파수라고 부른다. 예를 들어 40Hz의 소리는 20Hz보다 주파수가 더 높은 소리라는 것을 알 수 있다. 우리의 귀는 대략 20Hz부터 20,000Hz까지 들을 수 있다고 한다. 이 범위를 가청 주파수 범위라고 부른다.

우리는 아침에 눈을 뜨면서부터 여러 가지 소리들에 노출되어 있다. 예를 들어, 탁상 위의 알람시계 소리, 창밖의 자동차 소리, 주방에서 나는 소리 등이 있다. 우리는 위에 열거한 소리를 동시에 듣고 있는데, 서로 간에 주파수의 차이가 큰 소리일수록 잘 구분해낼 수 있다. (b) 때로는 두 음원(sound source)이 섞인 그래프로부터 본래의 두 음원을 분리하는 것이 필요하다. 가령 피아노 반주의 성악에서 피아노 반주곡과 무반주 성악을 따로 따로 분리하기를 바라는 것과 같다. 보통의 경우에 몇 가지 소리가 섞여 있는 소리를 잘 구분할 수 있다. 만약 섞인 소리의 각 음원들을 이미 알고 있을 때는 보다 빨리 그리고 쉽게 분리할 수 있다. 물론 각 음원에 대한 정보가 없다고 하더라도 음원 분리가 전혀 불가능한 것만은 아니다. 어느 정도의 오차 범위 내에서 가능하기도하다. 예를 들어 몇 가지 야채들로 섞여진 주스를 마실 때, 주스를 구성하고 있는 야채 맛을 찾아내는 것과 매우 유사하다. (c) 한편 빛도 프리즘을 통해서 다양한 주파수의 기본색으로 분리할 수 있다. 이렇듯 음향학에서는 소리 속에 포함된 음원들도 주파수 성분으로 분리하여 주파수 그래프를 보게 된다.

[문제 2 : 35%, 글자 수 제한 없음]

- [1] 소리를 시간에 따른 함수로 이해하여, 제시문처럼 성대를 고무막 떨림 장치로 모형화하고, 음성이 공기 중으로 전달되는 것을 도식화하고 설명하라. 단, 소리 전달과정에서 공기가 어떻게 변하여 귀에 전달되는지 상세하게 서술하여야 한다.
- [2] 제시문의 (a)와 (b)를 참조하여 ‘큰 소리’와 ‘작은 소리’, ‘높은 소리’와 ‘낮은 소리’ 그리고 ‘높은 소리와 낮은 소리의 두 가지 음원이 섞여 있는 소리’를 각각 그래프를 이용하여 표현하라. 역으로 알지 못하는 두 음원이 섞여 있는 소리의 그래프만 가지고 원래의 음원들을 근사적으로 분리하는 방법을 수학적으로 제시하라.

[3] 소리에 포함되어 있는 주파수들을 쉽고 빠르게 추출할 수 있는 여러 방법이 공학적으로 사용되고 있다 ((c) 참조). 이러한 추출 방법에 대해서 대략적인 아이디어를 기술하라.

* 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

[가]

한글 전용을 외치는 이들이 사실상 최후로 의지하는 방패는 민족 문화의 창달이다. 겨레의 독립(獨立)·자존(自尊), 정신(精神)의 유지(維持)·고양(高揚), 겨레 중흥(中興)의 역사적(歷史的) 사명(使命) 완수(完遂)를 위해서는 한글만 써야 한다는 주장이다. 그러면 과연 한글 전용을 해야만 독립(獨立) 자존(自尊)의 정신을 지니게 되고, 민족(民族) 중흥(中興)이 일어나며, 민족문화가 발전하는 것인지를 따져 보아야 할 것이다. 이때에 우리가 반드시 짚고 넘어가야 할 것은 문화의 본성(本性)이 무엇인지를 해명하고 인식하는 일이다. 그 다음에 민족문화의 정체(正體)를 해명하면서, 그 발전이 문자생활에서는 어떻게 나타나야 하는지를 논의하여야 한다.

문화는 넓은 의미에서 삶의 양식이다. 삶의 양식은 질적으로나 양적으로 향상되어야 한다. 그것이 인간의 기본 욕구이기 때문이다. 그중에서도 사람들은 삶의 질적 향상 쪽에 비중을 더 두는 경향이 있다. 따라서 삶의 질을 높이는 일절의 생활양식을 문화라고 보면 좋을 것이다. 이처럼 질적 향상을 꾀하는 것이 문화의 본성(本性)이라고 볼 때 문화가 본질적으로 고급화(高級化)·정밀화(精密化)·전문화(專門化)·예술화(藝術化)의 성향을 띠는 것을 짐작할 수 있다. 가령, 글을 쓸 때 누구나 다 아는 한글만 쓰다가 새로운 변화를 시도하기 위하여 영문자를 넣는다든지 한자를 섞어 썼을 때, 그것이 민족정신을 해치는 것으로 보아야 할 것인가? 아니면 문자 생활의 고급화(高級化)를 시도하는 멋스러움으로 보아야 할 것인가를 생각해 볼 필요가 있다.

문화의 특성은 교류와 결합을 본질로 한다. 인간의 생활이 역동적으로 삶의 터전을 넓혀 나가는 것이기 때문에, 새로운 요소와의 교류와 결합은 불가피한 것이요 자연스러운 현상이다. 그러므로 문화는 진돗개의 순종(純種)을 유지하듯이 혈통을 지키며 외부 요소를 차단해서도 안 되고, 차단할 수도 없는 것이다. 다른 한편으로 문화는 역사의 산물이요, 전통의 일부이다. 삶의 양식(樣式)은 세월의 흐름에 따라 일정한 유형을 형성하면서 외부 요소를 부단히 흡수(吸收) 조정(調整)한다. 마치 고유어가 외래어를 흡수 조정하여 새로운 우리말 어휘 체계를 구성하는 것과 같다. 그러면 우리 조상들이 지닌 문자 생활의 역사와 전통은 어떠하였는가? 우리 조상들은 이천년 가까이 오로지 한자를 통하여 새로운 문화를 창조하여 왔다. 인도에서 출발한 불교문화도 한자에 의한 중국 불교문화를 통하여 우리나라에 들어 왔으며, 중국 전통의 유교·도교 문화도 모두 한자를 매개로 수입되고 정착하여 토착화하였다. 그 뒤에 한자는 외래(外來) 문자(文字)라기보다는 우리 문자화(文字化)하여 그것으로 학문의 세계를 넓혔고 그것으로 정치 행정도 펼쳤으며 그것으로 예술 활동도 추진하였다. 원효(元曉)의 심오한 불교 사상이 쓰인 것은 유려(流麗)한 문체의 당대 한문이었으며, 퇴계(退溪)와 율곡(栗谷)이 지은 유교 사상의 금자탑(金字塔)도 그들의 원숙한 한문 실력의 결정이었다. 우리나라 정치 문화 사회에 걸친 모든 과거 역사는 한자와 한문을 모르고서는 근처에도 얼씬거릴 수가 없는 실정이다.

- 심재기, 『교양인의 국어실력』

[나]

세계 어느 나라가 자기 국어이자 자국 문자를 제쳐 놓고 외국인들의 이해를 위하여 외국 문자를 쓰자고 주장하며 또한 그렇게 쓰고 있는가. 중국인이나 일본인들이 한국 사람들을 위해 한국어를 쓰는가. 일본인들이 중국문자인 한자를 쓰는 것도 한국인이나 중국인을 위해서가 아니다. 자신들의 오랜 습관과 이해의 편의를 위해서 쓰는 것이다. 심지어는 한자의 종주국인 중국에서조차 한자를 ‘번자(繁字)’라 하여 번거롭게 여긴 나머지 쓰기 쉬운 간자(簡字)를 새로 만들어 정착시킨 지 오래이다. 이처럼 중국에서도 한자를 번거롭다고 쓰지 않고 있는 판국에 우리가 새삼스럽게 그들을 위해 한자를 써야 마땅한지 되물어 보지 않을 수 없다. 한글 문장 속에 한자를 드문드문 섞어 씀으로써 문장의 국제화를 획득한다는 것은 문장 속에 영어를 섞어 씀으로써 국제화를 획득한다고 여기는 것과 마찬가지로이다. 그것은 오히려 국제화에 역행하는 일일 뿐만 아니라 문자의 기계화를 거스르는 전근대적 발상이기도 하다. 두 가지 문자를 혼용한다는 것은 기계화에 그만큼 무리를 가져올 뿐 아니라 실제로 비능률적이기 짝이 없다. 특히 한자는 한글이나 알파벳과 달라서 완성형태의 낱자를 찾아 쓸 수밖에 없으므로 쓰는 데 속도가 상당히 떨어질 뿐 아니라, 수많은 한자들을 일일이 만들어 넣어 두어야 하므로 컴퓨터 메모리 용량도 엄청나게 차지한다. 자연히 기계화에 큰 장애물 구실을 할 수밖에 없다.

우선 중국인이나 일본인들이 한글 속에 드문드문 섞여 있는 한자를 통해 한국학자들의 연구성과나 한국작가들의 작품을 이해하려 든다면 큰 오산이다. 그것은 일본어를 모른 채 한자만으로 일어서 적들을 온전하게 이해할 수 있다는 것과 마찬가지로의 억지이다. 더군다나 몇 마디 한자를 통해 우리 문장을 어렵웃이나마 짐작한다면 더 큰 문제이다. 그들은 한자 지식만 믿고 절대로 한글을 배우는 수고를 따로 하지 않을 터이니 말이다. 특히 세계의 대부분을 차지하는 비한자권의 나라들은 한국어를 배울 엄두조차 내지 못하게 된다. 왜냐하면 한글뿐만 아니라 한자까지 익혀야 한국에서 간행되는 문장을 읽을 수 있다면, 누가 한국문장을 읽으려고 한글을 배우고자 할 것이며 또 누가 한국학을 하기 위하여 한글과 한자의 두 문자를 배우는 이중의 수고를 즐겨 감당하려하겠는가.

— 임재해, 『한국민속학과 현실인식』

[문제 3 : 30%, 800~1,000자]

제시문 [가]와 [나]는 ‘한글전용’에 대한 상반된 입장을 나타내고 있다. 이 가운데 어느 하나의 입장을 택하여 다른 글을 비판하되, 그 글 속에서 제시된 구체적 사례를 중심으로 서술하라.

[문제 1] 예시답안

[1]

수학에서 그림이나 도식을 활용한다면 이는 여러 가지 측면에서 매우 바람직하고 할 수 있다. 이에 대하여 나는 다음의 세 가지 점을 주목하고자 한다.

첫째로 그림이나 도식을 잘 이용하면 많은 새로운 명제를 발견할 수 있다. 사실 수학의 많은 명제들은 이들을 잘 활용하여 얻어졌다고 생각한다. 수학자들은 적절한 그림이나 도식을 그려서 이들을 잘 관찰하고 직관적으로 무엇을 깨달으며 그로부터 새로운 정리가 성립함을 예상할 수 있다.

둘째로 그림이나 도식을 잘 활용하여 명제의 증명 방법을 알아 낼 수 있다. 그 명제의 내용을 잘 반영하는 적절한 그림은 그 자체로 증명 전략, 방법, 테크닉 등에 대한 전적인 또는 부분적인 도움을 줄 수 있다.

세째로 그림이나 도식은 명제를 이해하는 데 많은 도움을 준다. 수학의 많은 명제들을 이들을 활용하여 이해하면 아주 쉽게 그 의미하는 바를 깨달을 수 있다. 실제로 많은 수학 교과서와 참고서적 그리고 수학에 관한 교양서적을 보면 정리의 내용에 대한 이해를 돕기 위하여 많은 그림과 도식을 활용함을 알 수 있다.

이상에서 그림이나 도식을 활용하는 것이 수학의 명제를 발견하는데, 이를 증명하는 데, 그리고 이를 이해하는데 많은 도움을 줄 수 있음을 논하였다. 그러나 그림이나 도식을 잘못 사용하면 정말 터무니없는 결론을 얻을 수 있으므로 각별히 조심하여야 한다.

[2]

귀납적 증거는 정리를 생각해 내는 데는 도움이 되지만, 증명만이 실제로 정당화 할 수 있다는 혹자의 의견은 반드시 옳은 생각일 수 없다. 왜냐하면 증명은 무에서 만들어 진 것이 아니고 일차적 원리 또는 공리에 기초하기 때문이다. 이러한 일차적 원리 또는 공리가 자명하다고 볼 수는 없다. 우리는 전제가 참이기 때문에 결론을 믿는 것이 아니라, 결론이 참인 것을 확인할 수 있기 때문에 전제를 믿는다고 보아야 할 것이다. 가령, 수학의 집합론에 있어서 공리계를 가정하는 것은 물리학에 있어서 양자역학과 같은 이론을 가정하는 것과 같다. 이 두 가지 이론 모두 그로부터 유도되는 결과들에 의하여 검증을 받으며, 직관적으로 또는 관찰한바 참인 결과들에 의하여 뒷받침된다. 이와 같이 결론으로부터 전제를 추론하는 것이 바로 귀납법의 본질이다. 따라서 수학에서 일차적 원리나 공리를 유도하는 것은 귀납적이며, 이는 다른 과학에서의 방법과 본질적으로 같다. 그러므로 결국 수학의 증명도 귀납적이라고 할 수 있다.

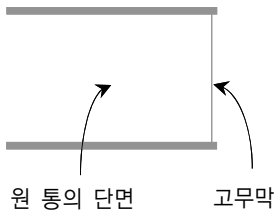
[3]

그림이나 도식을 이용하면 그 증명이 자명한 명제를 기하의 영역이 아닌 데에서 찾으면 된다.

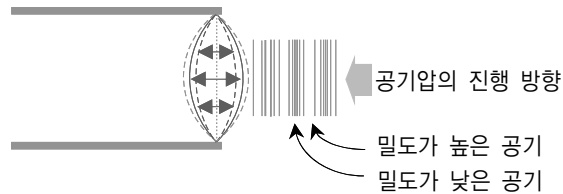
[문제 2] 예시답안

[1] 제시된 지문의 모형[그림 1]을 생각한다. 성대의 울림은 성대 주위의 공기를 밀고 당겨 공기의 밀도를 변화시키며 이러한 변화들은 지속적으로 근접한 공기의 변화를 초래한다. 마침내 이러한 공기의 밀도차이들은 우리들의 귀속으로 전달되어 다시 그 미세한 공기압 차이들을 느낄 수 있게 되는 것이다.

음원으로부터 서로 다른 밀도의 공기가 고무막에 닿으면, [그림 2]처럼 공기의 밀도차이로 인하여 고무막이 진동하게 된다. 이때 xy -평면의 x -축을 시간으로 생각한다. 시간 x 시점에서 고무막이 들어간 깊이를 y -축의 양수 값으로 표기하고, 반대의 경우에는 음수로 취급하여 y -축의 아래에 표기한다.

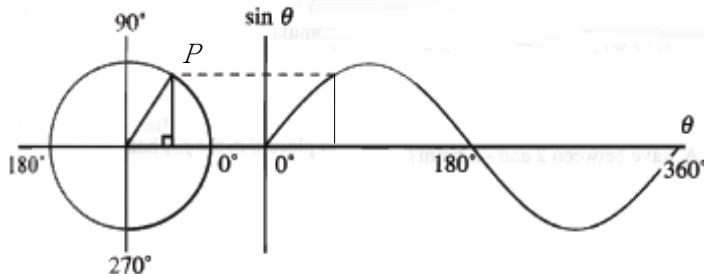


[그림 1]



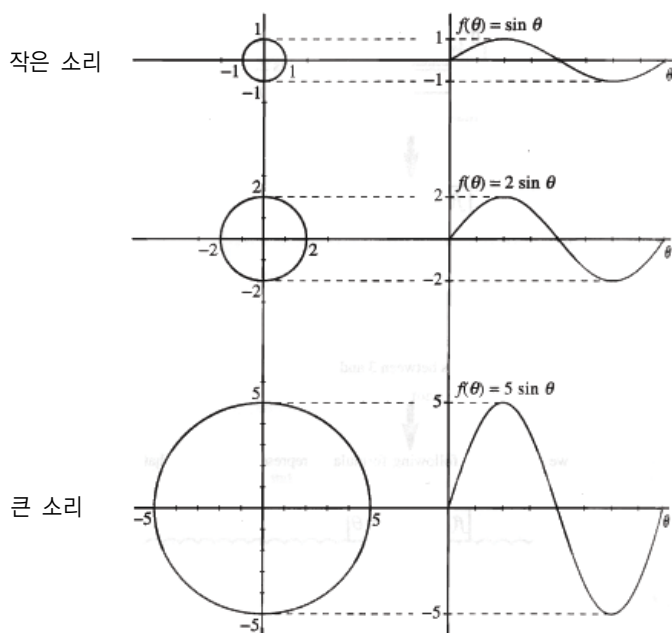
[그림 2]

예를 들어, 밀도의 강약이 일정하게 반복되는 단순한 공기 진동을 생각해보자. 위에서 제시한 방법은 적당한 원 위에 있는 점 P 가 원점과 이루는 각을 시간으로 생각할 때 점 P 의 높이를 [그림 2]에서 고무막이 들어간 깊이로 이해할 수 있다. 따라서 각(시간) θ 에 대한 $\sin \theta$ (또는 $\cos \theta$)를 정의하는 것과 같은 의미를 가진다. 따라서 예상되는 소리의 그래프는 [그림 3]과 유사할 것이다.



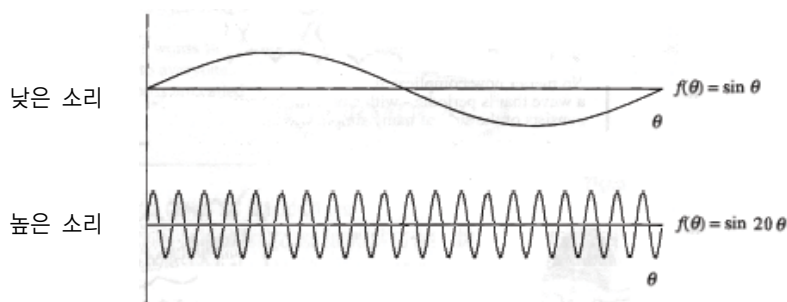
[그림 3]

[2] 공기 중에 소리는 일련의 밀도의 강약이므로 큰 소리(loud voice)는 [그림 1]의 고무막의 진동 폭을 상대적으로 보다 크게 될 것이며 그래프로는 [그림 4]처럼 주파수는 변화가 없으나 작은 소리(soft voice)보다 생성되는 그래프의 폭이 더 크게 나타날 것이다. 마치 $\sin \theta$, $2 \sin \theta$, $5 \sin \theta$ 등 삼각함수의 진폭의 크기의 변화로 나타난다.



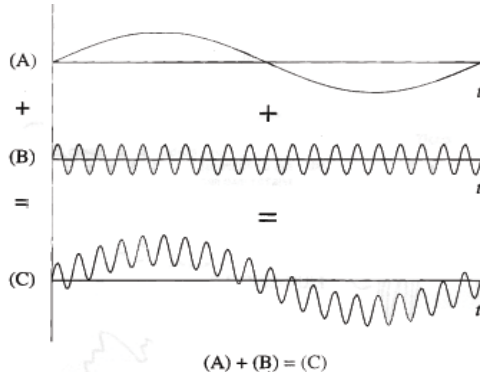
[그림 4]

우리의 목에 손을 대고 높은 음(high voice)과 낮은 음(low voice)을 내보면, 성대의 진동 폭은 변하지 않으나, 진동하는 수의 경우에 낮은 음(low voice)은 높은 음에 비해 더 많이 진동함을 느낄 수 있다. 결국 [그림 5]와 같이 $\sin \theta$ 과 $\sin(20\theta)$ 처럼 주파수의 크기의 차이로 나타난다.

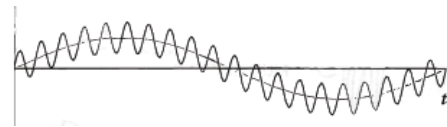


[그림 5]

두 음원이 공기 중에 한 지점에서 만나게 되면, 밀도는 공기의 조밀한 정도를 뜻하므로 두 소리가 만나는 점에서 두 공기압의 합으로 하나의 공기밀도 열로 나타날 것이다. 두 음원으로부터 기인한 소리의 그래프를 각각 (A) 와 (B) 라고 하면, 문제 1의 방법으로 그래프로 나타나는 그림은 [그림 6]와 같이 $(A)+(B)=(C)$ 와 같을 것이다. [그림 7]처럼 두 소리가 섞인 (C) 는 단일 소리 (A) 와 (B) 가 동시에 잘 나타나고 있다.

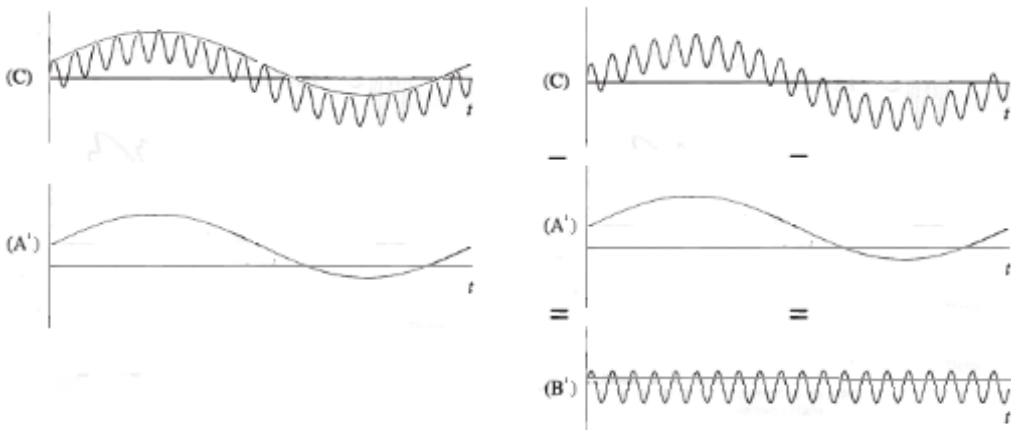


[그림 6]



[그림 7]

역으로 [그림 4]처럼 상이한 두 음원이 섞인 소리에 대한 소리 그래프 (C) 는 [그림 5]처럼 두 음원 (A) 와 (B) 를 모두 가지고 있다. 따라서 두 음원 중 한 가지, 즉 (A) 를 알고 있다고 가정 하면 $(B)=(C)-(A)$ 를 계산하여 음원 (B) 를 찾을 수 있다. 그러나 두 음원의 주파수가 매우 다르면 ([그림 4]의 경우처럼), 그래프 (C) 의 극대(local maximum), 극소(local minimum)를 계산 하여 근사된 곡선은 (A) 와 유사한 곡선 (A') 을 만들고 ([그림 8]의 왼쪽), $(C)-(A')$ 은 (B) 를 근사하게 된다 ([그림 8]의 오른쪽). 따라서 두 음원 (A) 와 (B) 의 각 근사 음원 (A') 과 (B') 를 찾을 수 있다.



[그림 8]

[3] 압축과 이완이 한 쌍인 공기를 s 라고 생각하면, s 는 삼각함수 사인 함수 (또는 코사인 함수)와 같은 파형의 그래프를 만든다. 사인 함수에 숫자를 곱하므로써 소리를 크게 할 수 있고 주파수를 바꿈으로써 소리의 고저를 조절할 수 있다. 또한 소리의 섞임은 파형의 합과 같으므로, 두 가지 방법으로 변형된 s 들의 합으로 임의의 소리를 표현할 수 있을 것이다. 다시말해, 사인 함수 또는 코사인 함수 중 한 가지는 빛의 삼원색처럼 소리를 만들 수 있는 기본 함수이다. (그래프를 활용하여 서술하여도 무방하다.)

[문제 3] 예시답안

가)를 비판하는 경우 :

우리 조상들이 한자로 기록했다고 해서 우리가 그것을 반드시 계승할 필요는 없다. 우리글이 없었을 시절에 어쩔 수 없이 사용한 것일 뿐이다. 우리의 말을 기록할 수 있는 우리글이 있는데 왜 계속 남의 글을 써야하는가? 우리 언어생활에서 가장 핵심적인 어휘는 대개가 한자어라는 것은 엄연한 현실이지만, 한자어를 계속 사용한다면 우리 고유의 정신과 문화를 상실하고 한자 문화에 예속될 수밖에 없을 것이다. 한글을 사용하면 한글의 사고와 느낌을 갖게 되고, 한자를 사용하면 한자의 사고와 느낌을 갖게 되기 때문이다. 그래서 개화기의 국어학자들이 한글 사용을 통하여 민족 문화를 회생시키고자 한 것이다. 제시문 가)에서는 우리 전통문화의 계승을 위해서 한자의 사용이 불가피하다고 한다. 그러면 학문하는 사람들만 전문적으로 한자를 배우면 될 것이다. 우리의 일반 문자생활까지 한자를 사용할 필요는 없다. 제시문 가)에서 멋스러움이라 하지만, 한자를 따로 배우는 것에 부담을 느끼는 국민이 더 많은 이시기에 한글로 표기해도 충분히 이해가 되는 어휘를 굳이 한자로 표기하는 것은 지식자랑일 뿐이다. 한자말을 가급적 한글로 대체해야하고 반드시 번역해서 우리 글로 우리 생각의 모든 것을 표현할 수 있게 되어야한다. 한글로만 쓰는 것이 우리 자신의 것을 만들기 위한 첫 걸음이 된다. 문화의 다양성이 존중되는 오늘날, 우리 고유의 것을 지키고 발전시키는 것이 바로 국제화이기 때문이다.

나)를 비판하는 경우 :

말이나 글은 의사소통의 도구일 뿐이다. ‘말과 우리의 정신구조 사이에는 밀접한 관계가 있다’는 점은 어느 정도 인정할 수 있지만, 글의 경우에는 말처럼 사고와의 관계가 밀접하지 않아서, 얼마든지 다른 문자로 교체할 수 있다. 더욱이 세계화를 주창하는 현 시점에서 타문화와의 공존을 위해서도 너무 한글 전용만을 고집하는 것은 문제가 있다. 하나의 말과 하나의 문자를 사용하는 것이 이상적이기는 하지만, 인간의 생존은 어울림과 뒤섞임을 본성으로 하기 때문이다. 물론 제시문 나)의 주장처럼 일본인이나 중국인을 위하여 우리가 한자를 사용하는 것은 아니다. 일본인들처럼 우리의 이해와 편의를 위하여 한자를 사용하는 것이다. 그들에게 편리성을 준다는 것은 부수적인 효과일 뿐이다. 제시문 가)에서 언급했듯이 우리 조상들이 기록한 전통문화는 거의 모두 한자로 기록되었다.

우리의 주체성을 확립하거나 민족문화의 전통을 계승하기 위해서는 오히려 한자의 사용이 필요할 것이다. 또 제시문 나)에서 언급했듯이 일본인들이 한자를 쓰는 것이 자신들의 오랜 습관과 이해의 편의를 위해서인 것처럼, 어휘의 70% 이상이 한자어인 우리 문자 생활에서도 한자는 이해의 편의를 위해서 필요한 것이다. 그리고 제시문 나)에서 거론한 중국의 간자 사용례와 한자의 사용이 기계화를 거스른다는 지적은 지금은 유효하지 않다. 이미 모든 글쓰기가 컴퓨터로 이루어지기 때문에 획수의 과다가 전혀 불편함을 줄 수 없고, 기술력의 발달로 메모리의 부하는 전혀 영향을 주지 않기 때문이다. 마지막으로 비한자문화권 사람에게 한국 문화를 배우는데 이중 부담을 준다는 견해도 설득력이 없다. 중국어와 한자가 이미 많은 세계인들에 의하여 학습되고 있기 때문에, 우리글에 한자를 섞어 쓰는 것이 오히려 세계인에게 우리 것을 알리는데 유리하지 않을까?

서울대학교

■ 출제방향 (취지) 및 교과서관련여부 및 근거

출제 과정에서 가장 중요하게 고려하였던 점은 이미 2005년에 예고했던 대로 1) 고등학교 교과서 지문과 주제 활용, 2) 사교육을 통해 급조되거나 암기된 지식이 아니라 공교육을 통해 길러지는 비판적 사고력과 창의적 문제해결능력 측정, 3) 교육과정의 정상적인 운영을 통한 공교육의 질적인 향상에 기여한다는 것이었다. 즉 지식기반사회에서 가치를 만들어내는 중심은 암기하고 있는 지식의 양보다 습득한 정보와 지식을 통합하여 주어진 문제 상황을 합리적으로 해결하는 능력, 즉 비판적-창의적 사고력에 있으며, 교과 지식의 단순 반복 학습과 암기 위주의 교육에서 벗어나 학생 스스로 탐구하는 자기주도적 학습능력과 독서·토론을 통한 사고능력의 배양을 지향함으로써 입시위주의 교육에서 벗어나 학교 교육의 정상화를 유도한다는 취지를 담고 있다.

이에 따라 교과서의 내용을 논술 문항의 제시문이나 논제로 최대한 활용하여 사교육에 의존하지 않고도 학생 스스로 충분히 준비할 수 있도록 출제하였다. 자연계열에서는 수리적, 과학적 사고력을 통합적으로 묻는 문항을 출제하되, 문항에 따라 필요한 경우 관련된 자료를 제시하였다.

특히 자연계열에서는 이미 모의 논술고사 문항 발표 시 공지한 바와 같이 (1) 제시문의 내용, 수식, 도표에 대한 정확한 이해와 분석에 기초하여 (2) 논제와 관련된 수리적, 과학적 개념과 원리를 재구성하고, (3) 이를 적용하여 과학적인 근거를 토대로 논리적, 통합적으로 추론할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 이 과정에서 (4) 심층적이고 다각적인 논의 전개를 통해 명시적으로 주어진 조건을 뛰어 넘는 새로운 결론을 유추할 수 있는지, (5) 결론으로 도출된 원리를 새로운 상황에 적용할 수 있는지를 평가한다. 이와 함께 (6) 자연과학을 공부하는 데 필요한 도표, 그림, 수식 등을 적절히 활용하여 자신의 주장을 명확히 표현할 수 있는지를 알아보고자 하였다. 또한 고등학교 교과서 내용을 적극적으로 활용하여 교육과정과의 연관성을 보다 구체화하였다. 4문항 모두 교과서에 관련된 내용이 자세히 소개되어 있다. 또한 일상 속에서 개념과 원리가 적용되는 사례를 발견하도록 하여 학생들이 친숙하게 문항에 접근할 수 있도록 하였다. 그리고 이를 수학과 과학의 서로 다른 영역에 속한 개념들을 연결하여 확장 응용하도록 출제하였다. 예를 들어 문항 1은 1학년 공통 과학교과서에서 자세히 소개된 ‘온실효과’와 ‘지구 온난화’에 대해 정량적인 접근을 통해 과학적 문제해결 방법에 대한 모색하도록 하였다. 문항 2의 역시 공통 과학교과서에서 생활과 과학에 관련된 소재로 다루고 있는 ‘체지방’을 예로 들어 일상적인 일에도 우주의 원소 분포부터 주기율, 신경 신호전달, 교류전압 등 다양한 물리, 화학, 생물학적 요소들이 서로 연관되어 있음을 보여주고 이들을 종합적으로 파악하여 문제를 해결하도록 하였다.

<자연계열>

[문항 1]

■ 출제 의도

이 문항은 고등학교 1학년 과학교과서에서 다루고 있는 온실효과와 지구 온난화 문제를 소재로 하고 있으며, 고등학교 교과과정을 통하여 이수한 수학, 물리, 화학, 생물학적 원리와 제공된 제시문을 적절히 이용하여 학생들이 지구 온난화라는 과학적 문제를 다각도로 이해하고 분석하여 논의를 전개할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

■ 문항 설명 및 출전

제시문은 다음과 같이 세 단계로 구성되어 있다.

- 제시문 (가)에서는 태양과 지구 사이의 복사에너지 평형에 관한 기본 원리를 제시하였다.(「과학」 교학사, p.342)
- 제시문 (나)에서는 지구에 대기가 있음으로 해서 온실효과가 만들어지는 과정을 소개하였다.(「과학」 중앙교육진흥연구소, p.363, p.368)
- 제시문 (다)에서는 지구 온난화에 대한 설명과 함께 (나)에서 설명한 온실효과의 원리를 지구 온난화에도 적용할 수 있다는 것을 이해할 수 있도록 하였다. 아울러 지구 온난화가 기본적으로 사람들이 생활하는데 필요한 에너지를 만들어내기 위해서 발생된 부수적인 것임을 정량적으로 분석하는 데 필요한 기본 자료를 제공하였다.(「과학」 교학사, p.346)

[문항 2]

■ 출제 의도

이 문항은 과학교과서 ‘호흡’ 단원에서 소개되고 있는 생물의 에너지 발생에 관련된 내용을 다루고 있다. 요즘 등산이나 운동을 통해 체지방을 줄이는 데 관심이 많은데, 여기서는 건강에 중요한 체지방 문제를 예로 들어 일상적인 일에도 우주의 원소 분포부터 주기율, 신경 신호전달, 교류전압 등 다양한 물리, 화학, 생물학적 요소들이 서로 연관되어 있음을 보여주고 이들을 종합적으로 파악하여 문제를 해결하도록 하였다.

이를 통해 주어진 자료를 분석하여 중요한 결론을 도출해내는 능력(발열량으로부터 원소들 사이의 전기음성도 차이를 도출하고, 체지방에 많은 에너지를 저장할 수 있는 이유를 유추하도록 함), 역사적으로 유명한 아르키메데스의 원리를 체지방 측정에 적용하는 응용력, 인체같이 복잡한 시스템을 회로로 단순화하여 다른 시스템과 비교하여 설명할 수 있는 영역전이적인 논의 전개 능력을 평가하고자 하였다.

■ 문항 설명 및 출전

제시문은 교과서의 내용을 기초로 다음과 같은 내용으로 구성하였다.

- 제시문 (가)는 지방의 필요성을 진화의 과정을 통해 설명하였다.
- 제시문 (나)에서는 탄소와 수소에 초점을 맞추어 지방의 구조를 설명하였다.
- 제시문 (다)는 발열량의 차이로부터 전기음성도 차이를 유추할 수 있는 정보를 소개하였다.
- 제시문 (라)에서는 생명 현상에서 수소, 탄소, 산소의 중요성을 연관 짓도록 우주의 원소 분포에 대한 자료를 제공하였다.
- 제시문 (마)는 체밀도 및 생체전기저항 측정의 물리적 원리를 설명하고 있다.

수소, 탄소, 산소의 특성 때문에 지방은 물보다 밀도가 낮아서 체밀도 측정을 통하여 체지방의 양을 측정할 수 있다. 또한 이들 원소의 특성은 물과 지방의 전기전도도의 차이를 가져오기 때문에 또 다른 물리적 방법으로 체지방을 측정할 수 있다. 지방의 낮은 전기전도도는 신경세포에서 신호전달 속도 조절에 핵심적인 역할을 한다. 이처럼 수소, 탄소, 산소가 생명의 진화에서 주역으로 채택된 데는 우주의 원소 분포도 중요한 요인이다.

이와 같은 내용은 교과서에서 다루어지고 있는 것으로, 주어진 제시문은 교과서의 내용을 기초로 자체 제작하였다.

[문항 3]

■ 출제 의도

우리는 일상적으로 혈압을 측정해 보면서도 그 수치가 가지는 과학적인 의미에 대해서는 무심히 지나치는 경우가 많다. 이 문항은 우리 인간의 몸속에서 정교하게 유지되고 있는 혈압과 순환계의 물리적, 생화학적 의미를 논리적으로 추론하도록 하였다.

■ 문항 설명 및 출전

- 제시문 (가)는 혈관의 구조와 혈액의 순환을 설명하였다.(『생물 I』대한교과서)

- 제시문 (나)는 혈압의 의미와 동맥의 특성을 간단히 설명하였다.(『화학 II』형설, 『생물 I』대한 교과서)
- 제시문 (다)는 혈액의 기본적인 작용에 대한 생화학적 의미를 설명하였다.(『화학 II』중앙교육진흥연구소, 『생물 I』대림서림)

[문항 4]

■ 출제 의도

수학은 아름다움과 엄밀함이 조화를 이룬 학문이며, 자연과학에는 수학적 논리가 반드시 필요하다. 이 문항에서는 기본적인 내용으로부터 보다 심화된 결과를 도출할 수 있는 논리적 사고와 상상력, 그리고 다양한 지식을 융합할 수 있는 능력을 측정하는 데 초점을 맞추어, 직관적으로 예측한 내용을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 이는 수학을 포함한 모든 자연과학의 기본이며 본질이다.

■ 문항 설명 및 출전

이 문항의 주제는 교과서에서 다루고 있는 미적분학의 ‘평균값의 정리’이다. 평균값의 정리는 여러 가지 부등식을 증명하거나 다양한 함수의 근사식을 구하는 데 응용된다. 또한 ‘기체 분자의 속도 분포 문제’를 해결할 때와 같이 자연 과학과 공학의 수많은 분야에서 매우 유용하게 쓰이며, 실제로 이번 논술고사의 문항 1을 해결하는 데에도 활용되었다.

각 논제는 다음과 같이 구성되었다.

- 논제 1과 논제 2에서는 ‘적분에 관한 평균값의 정리’로부터 ‘미분에 관한 평균값의 정리’를 유도하는 과정을 살펴보고, 평균값의 정리가 적용되는 간단한 예를 알아보았다.
- 논제 3에서는 교과서에서 다루고 있는 상수 함수의 성질을 알아보았다.
- 논제 4에서는 ‘평균값의 정리’를 이용하여 함수의 근사식을 구하는 데 유용하게 쓰이는 부등식을 유도하였다. 특히 이 논제에서 다루는 함수와 근사식은 온실 효과에 관한 [문항 1]의 논제 4에서 이용되었다.
- 논제 5의 핵심은 곡선의 길이를 일정하게 주었을 때 곡선 위를 움직이는 점의 행동을 예측하고 확인하는 것이다. 특히 적분에 관한 평균값의 정리로부터 핵심적인 부등식을 유도하고, 주어진 문제를 해결 가능한 작은 단계로 나누어 원하는 결론을 도출할 수 있는지를 알아보는 데 주안점을 두었다.

주어진 제시문은 교과서의 내용을 기초로 자체 제작하였다.

■ 평가기준

구 분	평 가 내 용 및 기 준
지시사항 불이행 (과락)	- 필기구 종류 및 색깔 위반(두 종류 이상의 필기구 사용) - 응시자의 신원노출
개념과 원리의 이해·분석·구성능력 (이해·분석력)	- 논제와 관련된 수리적, 과학적 개념과 원리에 대한 식별 및 인지 능력 - 개념의 정의와 원리에 대한 정확한 이해력 - 제시문의 내용, 수식, 도표에 대한 해석 및 변환 능력 - 수리적, 과학적 상황에서 변인이나 대상 사이의 관계 설정 능력
통합적 추론 능력 (논증력)	- 수리적, 과학적 개념과 원리의 통합력 - 과학적 결과를 도출하기 위한 수리적 과정의 적용 - 수학과 과학의 서로 다른 영역에 속한 개념들을 연결 - 구성 조직 및 모형화 능력 - 주어진 자료와 변인을 고려한 설명 모형 설계 - 실험 설계에 나타나는 귀납적, 연역적 사고 과정 - 모형으로 현상을 설명하고 결과를 예측 - 근거 설정 및 일반화 능력 - 증거와 과학적 개념에 기초한 추론 - 원인과 결과의 논리적 타당성
창의력	- 심층적인 논의 전개 - 가설, 문제해결 과정, 탐구한 결론에 대한 비판적 평가 - 명시적으로 주어진 조건을 뛰어 넘는 새로운 결론 유추 - 다각적인 논의 전개 - 발상이나 관점의 전환 - 대안적 문제해결 방법에 대한 모색 - 영역전이적인 논의 전개 - 결론으로 도출된 원리를 새로운 상황에 적용 - 일상 속에서 개념과 원리가 적용되는 사례 발견 및 활용
의사소통 능력 (표현력)	- 시각화 - 문제해결 과정을 도표, 모형, 그림 등을 통해 표현 - 수식화 - 문제해결 과정이나 결론을 수식으로 표현 - 표현의 적절성 - 문장표현의 간결성 및 맞춤법

<자연계열>

■ 출제문제 <자연계열>

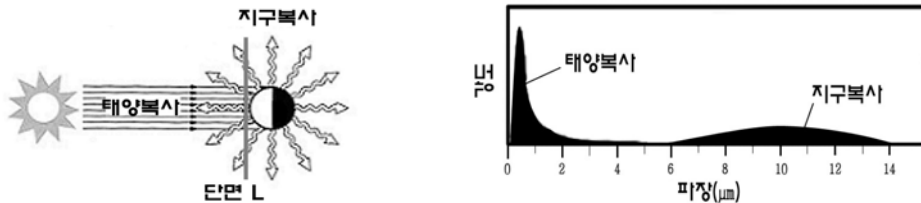
[문항 1]

* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 열에너지 평형 : 대기가 없는 지구

지구는 46억년 전 태양계가 탄생할 때 태양계의 한 가족으로 태어났다. 그러나 태양의 복사에너지를 받고 있는 태양계의 여러 행성들 중에 생명체가 존재할 수 있는 온도를 유지하고 있는 행성은 지구뿐이다. 태양에서 오는 복사에너지로 따뜻해진 지구는 자신의 복사에너지를 방출한다. 지구가 방출하는 단위표면적당 적외선 영역의 지구 복사에너지는 슈테판-볼츠만(Stefan-Boltzmann)법칙을 이용하여 추정할 수 있다. 즉, 지구의 평균온도가 T_E 라면 지표면이 단위면적당 평균적으로 방출하는 복사에너지는 σT_E^4 로 나타낼 수 있다(슈테판-볼츠만 상수, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$).

태양에서 오는 복사에너지와 지구가 방출하는 복사에너지는 파장별로 보면 큰 차이가 있지만, 태양으로부터 지구로 유입되는 총 복사에너지와 지구가 방출하는 총 복사에너지 사이에서 열에너지 평형이 이루어지기 때문에 지구의 평균 온도는 일정하게 유지되고 있다([그림 1]).



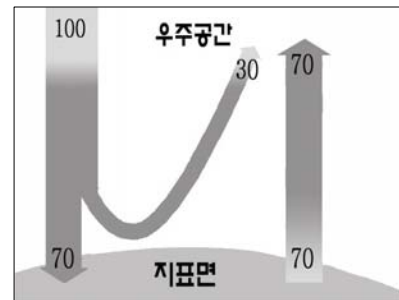
[그림 1]

지구에 도달하는 태양 복사에너지 모두가 지구를 덥히는데 사용되는 것은 아니다. 태양 복사에너지의 일부는 그대로 다시 우주공간으로 반사된다. 이렇게 반사된 복사에너지 대 지구에 복사된 태양 에너지의 비를 반사도 (albedo, A)라고 한다([그림 2]).

따라서 단위시간 동안 단면 L([그림 1])에 단위면적당 입사되는 태양 복사에너지를 S 라고 할 때, 입사된 태양 복사에너지와 지구가 방출한 복사에너지 사이의 열에너지에 관한 평형식은 다음과 같이 나타낼 수 있다(식 1).

$$(\text{식 1}) : \frac{S}{4}(1 - A) = \sigma T_E^4$$

그러므로 지구의 온도 T_E 는 $\sqrt[4]{S(1 - A)/4\sigma}$ 와 같다. $A \approx 0.30$ 인 경우에 지구의 온도 T_E 를 구하면 255K(-18°C)밖에 되지 않는다.

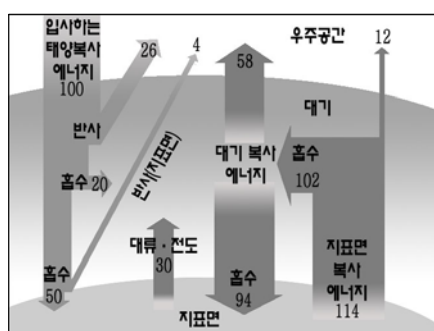


[그림 2]

(나) 대기가 만들어 낸 온실효과

지구를 둘러싸고 있는 대기는 태양으로부터 오는 태양 복사에너지를 잘 통과시키지만, 지표에서 방출되는 지구 복사에너지(적외선)는 흡수하여 그 일부를 다시 지구 표면으로 돌려보낸다. 즉, 대기는 지표로부터 방출된 복사에너지가 대기권 밖으로 빠져나가지 못하게 하여 지구를 보온하는 역할을 하는데, 이러한 대기의 보온 효과를 온실효과라고 한다.

대기층이 있으므로 지표면의 복사에너지는 대기가 없을 때에 비하여 커지게 되고, 이 때문에 지표면의 온도가 높아지게 된다([그림 3]). 이런 온실효과 때문에 지구의 온도는 (가)에서 계산한 255K(-18℃)보다 상당히 높은 288K(15℃)가 되었다.



[그림 3]

※ 그림에서 숫자는 S_4 에 대한 백분율을 나타냄. 대류·전도에 의해 반사되는 30은 지표면 복사 에너지에는 포함되지 않음

대기의 주성분인 질소(N_2)와 산소(O_2)는 적외선을 흡수할 수 없기 때문에 온실효과를 나타내지 않지만, 대기 중에 소량으로 섞여 있는 이산화탄소(CO_2), 수증기(H_2O), 메탄(CH_4), 일산화이질소(N_2O) 등은 적외선을 흡수하여 지구의 온실효과를 일으키는데, 이러한 기체를 ‘온실기체’라고 한다.

(다) 지구 온난화 : 사람이 만들어 낸 온실효과

온실효과를 일으키는 기체 중의 하나인 이산화탄소는 산업 발달에 따른 화석연료 소비의 증가와 산림 채벌 등 다양한 인간 활동에 의해 계속 증가해 왔다. 다른 온실기체 또한 이산화탄소와 함께 증가하는 추세를 보이고 있다. 온실기체의 증가에 따라 지구의 기온이 상승하게 되는데, 이를 ‘지구 온난화’라고 한다.

지구의 기온 상승 현상에 대처하기 위하여 유엔(UN)은 ‘기후 변화에 관한 정부간 협의체(IPCC)’라는 과학자 모임을 만들었으며, 이 기구는 인간 활동 때문에 지구 온난화 현상이 나타나고 있다고 보고서를 작성하였다. 지구의 평균 기온은 지난 100년 동안 약 0.6℃ 높아졌고, 2100년에는 1990년보다 1.4~5.8℃ 더 높아질 전망이다. 최근의 온도 증가 속도는 지난 1만년 동안 자연적으로 있었던 속도 변화와 비교할 때 10배 이상이 되는 큰 기후 변화이다.

현재 과학자들의 연구 결과에 의하면 산업혁명이 시작된 이후 지난 200여 년 동안 사람들의 활동이 추가적으로 만들어낸 온실기체 때문에 대기에서 지구 표면으로 복사되는 단위면적당 에너지는 약 $3\text{W}/\text{m}^2$ 를 넘는 것으로 추정되고 있다. 이 중에서 약 $1/3$ 은 최근 10여 년 간 배출된 온실기체에서 기인했고, 그 중 약 $1/2$ 은 인간이 사용하는 화석연료에 의한 것으로 밝혀지고 있다. 지난 10여 년 동안 인간이 사용하는 화석연료에 의해 생산된 에너지는 인구 1인당 평균 3kW 에 이르는 것으로 추정된다. 이는 인간의 생체활동에 필요한 에너지(약 100W)의 약 30배에 달하는 수치이다.

[문제 1] 제시문 (가)를 참고하여 아래 질문에 답하시오.

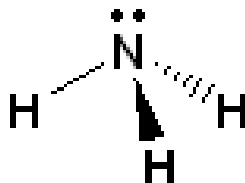
1-1. 에너지 평형식(식 1)에서 지구 복사에너지와 평형을 이루는 태양 복사에너지로 S 대신 $S/4$ 가 사용된 이유를 설명하시오.

1-2. 제시문 (가)의 반사도 $A \approx 0.30$ 을 활용하여 $S/4$ 에 해당하는 태양 복사에너지를 구하고, 이와 열에너지 평형을 이루는 지구 복사에너지를 W/m^2 단위로 추정하시오(유효숫자 2자리).

[문제 2] 온실효과로 따뜻해진 지구가 내는 복사에너지와 대기가 만들어낸 온실효과를 문제 1에서 구한 $S/4$ 의 백분율로 구하시오. 그리고 이들 값을 W/m^2 단위로 환산하시오(유효숫자 2자리).

[문제 3] 어떤 분자가 온실효과를 나타내는지 여부는 구성 원자의 종류와 쌍극자모멘트와 관계가 있다. 쌍극자모멘트는 하나의 결합이나 분자 내에서 음전하를 띠는 부분과 양전하를 띠는 부분이 분리된 경우에 나타난다. 분자에서 결합의 길이나 결합각은 고정되어 있지 않고 분자의 진동(vibration)에 따라 변할 수 있다. 진동에는 결합각이 변하는 굽힘(bending)과 결합의 길이가 변하는 늘어남(stretching)이 있다.

3-1. 대표적인 온실기체인 메탄(CH_4), 수증기(H_2O), 이산화탄소(CO_2)의 3차원 구조를 그리고 비공유전자쌍을 나타내시오([그림 4] 암모니아의 예 참조). 그리고 이 구조를 고려하여 각각의 분자가 진동을 하지 않을 경우 쌍극자모멘트를 가지는지 여부를 설명하시오.



[그림 4]

3-2. 분자의 진동과 쌍극자모멘트를 고려하여 메탄, 수증기, 이산화탄소는 온실효과를 나타내는데 질소와 산소는 온실효과를 나타내지 않는 이유를 추론하시오.

[문제 4] 사람들의 활동이 만들어내는 온실기체로 인해 대기에 추가된 $3\text{W}/\text{m}^2$ 로 인하여 지표면의 온도가 $288\text{K}(15^\circ\text{C})$ 보다 상승하게 된다. 이렇게 지표면과 대기가 새롭게 열에너지 평형 상태를 이룰 때, 지표면의 온도가 얼마나 상승하게 될 지 추정하시오(유효숫자 1자리).

[참고 : 근사식 $(1+x)^{1/4} \approx 1 + \frac{1}{4}x$ (x 가 1보다 아주 작을 때)를 이용할 수 있음]

[문제 5] 지구의 인구는 60억 명이고, 지구의 반경은 $6,000\text{km}$ 라고 할 때, 인간이 1인당 3kW 에 달하는 에너지를 얻기 위해 지난 10년간 배출한 온실기체로 인해 대기가 지구 표면에 추가적으로 복사하는 에너지를 인구 1인당으로 구해보시오(유효숫자 1자리). 그리고 이 값에 비추어 지구 온난화 속도를 줄일 수 있는 방법에 대해 논하시오.

[문항 2]

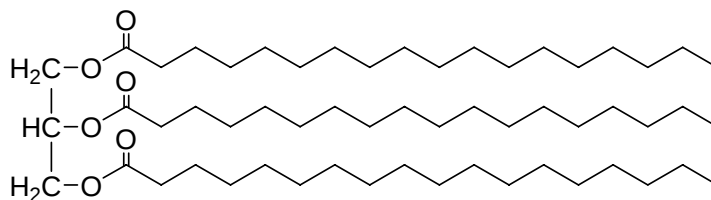
※ 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

(가)

우리 몸은 수분, 단백질, 지방, 탄수화물 및 무기염류 등의 물질로 구성되어 있다. 요즘은 체지방이 주로 부정적인 의미로 언급되지만 사실 생명의 진화과정에서 지방(脂肪, lipid)은 흥미롭고 중요한 역할을 해왔다. 약 40억 년 전 바다에서 생명체가 처음 나타났을 때부터 지금까지 세포의 내부를 외부 환경으로부터 구분해 주는 소수성(疏水性, hydrophobic) 지방막(膜, membrane)은 세포의 주요 부분이었다. 약 4억 년 전 바다에서 척추동물의 조상인 어류가 등장하였다. 어류를 포함한 대부분 바다동물은 체밀도가 물의 밀도와 비슷해야 약간의 힘으로도 자유롭게 헤엄쳐 다닐 수 있다. 그래서 칼슘이나 인과 같이 원자량이 큰 원소가 많이 들어있는 뼈가 생기면 물보다 밀도가 낮은 지방 성분의 함량이 중요해진다. 지방은 체온 유지, 에너지 저장 이외에 체밀도 조절 역할도 하는 것이다.

(나)

지방은 글리세롤에 세 개의 지방산이 에스테르 결합을 이룬 분자량이 $800 \sim 1000$ 정도인 화합물이다. 동물성 지방에 많이 들어있는 팔미트산은 탄소가 16개이고 스테아르산은 탄소가 18개인 포화 지방산이다. 올리브 기름의 주성분인 올레산은 탄소가 18개이며 탄소-탄소 이중결합이 한 개 있는 불포화지방산이다. 지방이 물에 녹지 않는 이유, 밀도가 낮은 이유, 열량이 높은 이유는 모두 지방의 대부분을 차지하는 긴 탄소 사슬과 관계있다. 아래 그림에는 세 개의 지방산이 스테아르산인 경우를 나타냈다.



[그림 1]

(다)

식물은 태양에너지와 물을 사용하여 탄소가 산화되어 있는 상태의 이산화탄소를 탄수화물(炭水化物, carbohydrate)로 환원시킨다. 탄수화물은 문자 그대로 탄소가 원자, 분자 단위로 나누어져서 물과 화합하고 있는 친수성 고에너지 물질이다. 우리 몸은 이러한 탄수화물이나 지방을 이산화탄소로 산화시키는 복잡한 일련의 반응을 통해 에너지를 생산하고 열을 내어 체온을 유지한다.

그런데 열이 나오는 이유는 생성물이 반응물보다 안정하기 때문이다. 일반적으로 전기음성도(어떤 원자가 다른 원자로부터 전자를 끌어당겨 전기적으로 음성이 되려고 하는 경향) 차이가 큰 원소들이 결합하면 안정화 효과가 크기 때문에 많은 열이 나온다. 전기음성도가 다른 몇 가지 원소들 사이의 반응열(25°C)은 다음과 같다. 음수의 반응열은 에너지가 낮아져 열이 나오는 것을 의미한다.



(라)

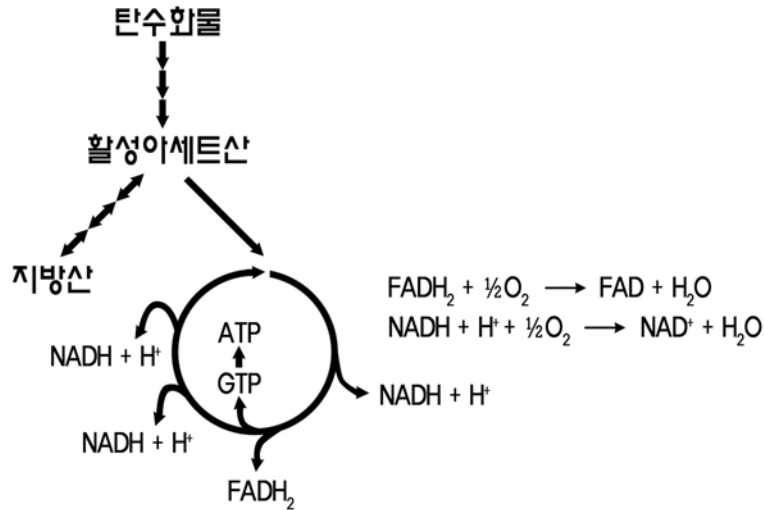
생명의 진화 방향에는 원소의 특성과 더불어 양도 중요했을 것이다. 우주에 있는 원소들의 개수 분포를 보면 수소를 10^9 으로 했을 때 탄소 5만, 산소 8만, 플루오르 80, 염소 420 정도이다.

(마)

보통 사람의 경우 체지방의 무게 비율은 12~20%인데, 여성의 경우 30% 이상, 남성의 경우 25% 이상이면 비만이라고 한다. 체밀도를 측정하면 체지방의 양을 측정할 수 있다. 체성분을 체지방과 나머지 조직으로 구분하면 체지방은 밀도가 0.9g/cm^3 이고 뼈, 혈액 및 근육을 포함한 나머지 조직의 평균 밀도는 1.1g/cm^3 이다. 따라서 체지방률이 높을수록 체밀도가 낮아지며, 체지방률이 낮고 근육형 체격일수록 체밀도가 높아진다는 점을 이용하여 체밀도를 측정할 수 있다.

또한 몸에 낮은 교류전류를 통과시키면서 생체전기저항을 측정하여 체지방을 측정할 수도 있는데, 이는 세포의 지방 함량에 따라 전기전도성이 크게 다르기 때문이다. 몸 안의 세포 중 지방이 적고 수분이 많은 세포는 이온을 많이 포함하고 있어서 전기적 전도성이 높은 반면, 지방을 많이 포함하고 있는 세포는 전기적 전도성이 아주 낮다.

[논제 1] 우리가 섭취한 탄수화물이 분해되어 만들어지는 활성아세트산의 대부분은 TCA회로를 거쳐 이산화탄소로 산화되면서 ATP를 생산하거나, 지방산 합성을 통해 에너지를 저장하는데 사용된다. [그림 2]를 고려하여 어떤 경우에 활성아세트산이 지방산을 합성하는 경로로 사용될 지 추론하고, 유산소 운동이 체지방을 감소시키는 데 좋은 이유를 설명하시오.



[그림 2]

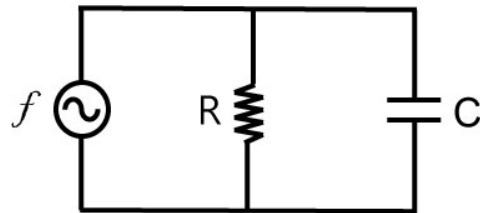
[논제 2] 제시문 (다)를 참고하여 아래 질문에 답하시오.

- 2-1. H, Cl, F, O, Na, C의 전기음성도의 순서를 발열량으로부터 추론하시오.
- 2-2. 지구상의 생명체가 여러 원소 중에서 산소를 사용하여 에너지를 얻는 방향으로 진화된 이유를 설명하시오.
- 2-3. 에너지를 탄수화물보다 지방으로 저장하는 것이 유리한 이유를 설명하시오.

[논제 3] 몸무게가 66kg인 A와 B 두 사람이 허파를 비롯한 몸속의 공기를 2ℓ 만 남기고 물속에서 체중을 측정하였더니 A는 0kg이었고, B는 2kg이었다. 두 사람의 체지방률을 각각 구하시오(단, 물의 비중은 1.0이라고 가정한다).

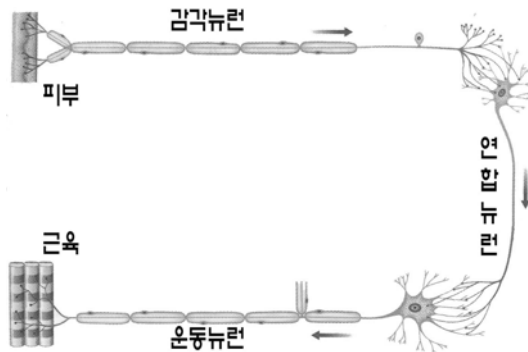
[논제 4] 물의 O-H와 지방의 C-H, C-C 부분의 차이가 물과 지방의 밀도 차이를 가져오는 분자의 내부적 요인이라면, 분자 간 상호작용의 차이는 외부적 요인이다. 지방이 물보다 밀도가 낮은 이유를 원자량, 원자반경, 분자구조와 분자 간 상호작용을 고려하여 추론하시오.

[논제 5] 생체전기저항을 구하기 위해서는 일정한 교류전류를 몸에 흘리고 교류전압을 측정한다. 몸에 교류전류가 흐르는 것은 지방을 적게 포함하고 있는 세포를 통해서 흐르는 전류와 지방을 많이 포함하고 있는 세포를 통해서 흐르는 전류 두 가지로 나눈 병렬 회로로 생각할 수 있다고 하자. 이러한 모델을 [그림 3]과 같이 나타낸다면 지방이 적은 세포는 전기적으로 저항기(resistor) 같은 역할을 하고, 지방을 많이 포함하고 있는 세포는 축전기(capacitor) 같은 역할을 한다. 이때 체지방 측정기는 왜 직류 대신 교류를 사용하는지 설명하고, 지방세포(축전기)쪽으로 전류를 많이 보내고 싶으면 주파수를 어떻게 바꾸어야 하는지 설명하시오. 만약 주파수가 아주 커지면 측정되는 교류전압에 어떤 현상이 일어나는지 추론하시오.



[그림 3]

[논제 6] 세포의 지방함량에 따른 생체전기저항의 차이가 우리 몸에서는 뉴런의 신경 전달 속도를 조절하는 데 이용되고 있다([그림 4]). 뉴런의 구조를 설명하고, 수초가 갖는 의의를 전기전도성과 관련하여 설명하시오.



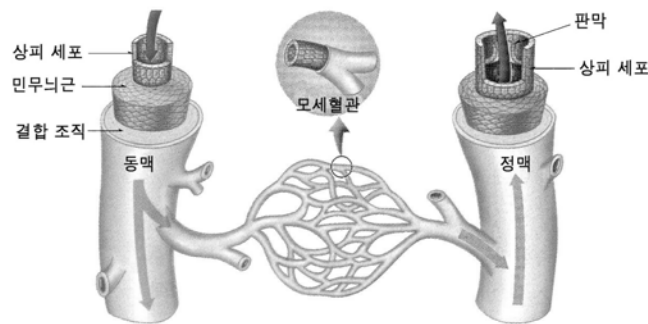
[그림 4]

[문항 3]

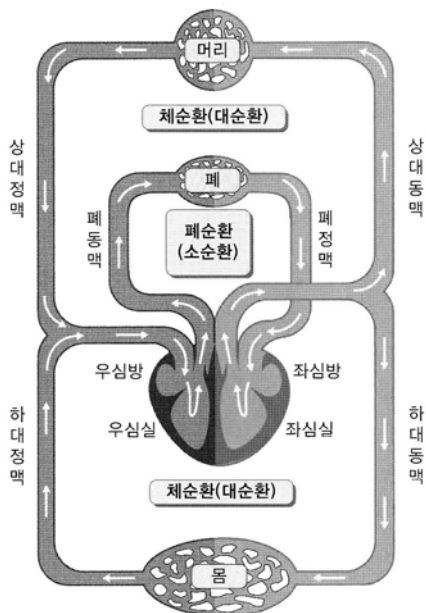
* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가)

사람의 혈관은 총 길이가 약 16만km로 지구를 약 네 바퀴 도는 정도이며 인체를 구성하는 약 60조 개의 세포들에게 필요한 물질을 운반할 수 있도록 심장과 연결되어 있다. 이러한 심장과 혈관, 혈액을 통틀어 혈관계라고 한다. 혈관은 심장에서 나가는 혈액이 흐르는 동맥, 심장으로 들어오는 혈액이 흐르는 정맥, 그리고 동맥과 정맥을 이어주는 모세혈관으로 구분된다. [그림 1]은 동맥, 모세혈관, 정맥의 구조와 연관성을 나타낸 것이다.



[그림 1] 혈관의 구조



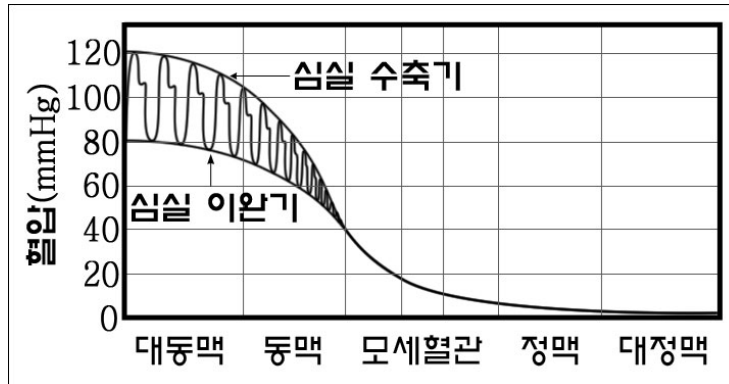
[그림 2] 혈액의 순환

모세혈관은 지름 $10\mu\text{m}$ 정도의 가느다란 혈관이며 온몸에 그물처럼 퍼져 있다. 모세혈관 벽은 한 층의 세포로 이루어져 있으며, 혈액이 이곳을 흐르는 동안 혈관 벽을 통하여 영양분과 노폐물 및 기체의 교환이 이루어진다.

대동맥에서 온몸으로 나간 혈액은 모세혈관을 거쳐 정맥으로 모인 다음 대정맥에 합류하는 체순환을 한다. 폐순환은 폐를 돌아 심장으로 돌아오는 순환으로, 이 때 이산화탄소를 버리고 산소를 받아들이는 기체 교환이 이루어진다.

(나)

액체에도 기체와 마찬가지로 압력과 관련된 현상이 있다. 혈액은 혈관계에 압력을 가하는 데 이것을 혈압이라고 한다. 심장은 펌프와 같이 작동하면서 혈액을 내보내는 압력을 만들도록 수축과 이완 작용을 반복한다. 심장이 수축하는 동안의 혈압을 수축기 압력이라 하고, 심장이 이완하는 동안의 혈압을 이완기 압력이라 하며 mmHg(torr)단위로 나타낸다. 보통 혈압이 80~120mmHg일 때 정상이라고 한다. 이 수치에서 80mmHg는 심실 이완기 때의 혈압이고, 120mmHg는 심실 수축기 때의 혈압이다. 동맥은 심실의 강한 수축에 의해 밀려나오는 혈액의 압력을 견딜 수 있도록 굵고, 탄력성이 강한 두꺼운 근육층으로 이루어져 있다.



[그림 3] 혈관의 압력

(다)

혈액의 기본 작용은 물질의 운반이다. 모세혈관의 벽을 통하여 혈액 성분이 출입하기 때문에 어떤 조직에서 생긴 물질은 혈액을 통하여 다른 조직으로 이동할 수 있다. 소화기에서 흡수된 영양소는 혈장을 통하여 각 조직이나 장기로 운반되고, 폐를 통하여 들어온 산소도 적혈구를 통하여 몸의 각 조직 세포로 운반된다. 세포의 생명활동으로 발생한 이산화탄소나 요소 등의 노폐물은 적혈구와 혈장에 의해 폐와 신장과 같은 배출기관으로 운반되어 배출된다.

우리 몸에서 혈액의 양은 체중의 약 8%를 차지하고 있으며, 밀도가 1.06g/cm^3 이므로 체중 60kg인 사람의 혈액은 약 4.5ℓ 가 된다. 혈액의 약 45%는 고형 성분인 혈구이고 나머지 55%는 액체 성분인 혈장이다. 혈액의 pH는 약 7.4로서 약한 염기성이다. 혈액의 pH 변화는 세포내에 심각한 영향을 미치기 때문에 우리 몸은 다양한 방법으로 급격한 pH 변화를 줄이는 방향으로 진화되었다.

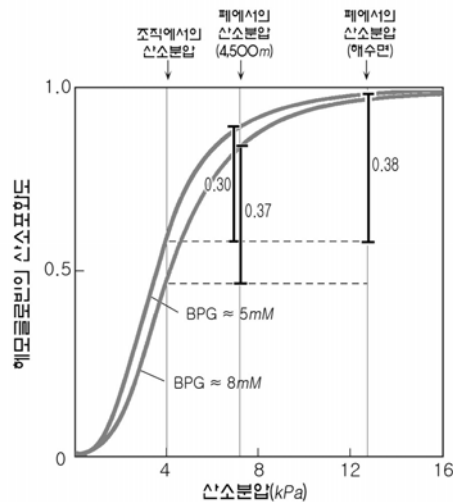
[문제 1] 심장이 체순환을 위해 한 번 박동할 때 약 90mℓ의 혈액을 펌프하고 1분에 60회 박동한다고 가정할 때, 심장의 펌프로서의 일률을 구해보시오. 또 우리 몸의 하루 평균 섭취 에너지를 2000kcal라고 하고 이 중 10%를 심장이 사용한다고 했을 때, 심장의 열기관으로서의 효율에 대하여 설명하시오.[참고 : $1\text{atm} = 760\text{mmHg} = 105\text{Pascal}(\text{N/m}^2)$]

[논제 2] 심장에서 발생시키는 혈압의 평균값을 100mmHg라고 할 때, 이 혈압이 동맥을 통하여 혈액을 보낼 수 있는 높이를 구해보시오. 비행기가 급강하하다가 갑자기 수평으로 방향을 바꾸게 되면 뇌에 공급되는 혈액이 부족해져서 조종사가 정신을 잃을 수 있다. 뇌에 혈액 공급이 부족해질 수 있는 이유를 설명하시오.

[논제 3] 우리 몸에 있는 대동맥의 총 단면적은 3cm^2 정도이고 대동맥에서의 혈류 속도는 30cm/s 정도이다. 모세혈관들의 총 단면적 합이 900cm^2 일 때 모세혈관 안에서의 혈류 속도를 구하고, 대동맥과 모세혈관 각각에서 보존되는 양은 무엇인지 설명하시오. 모세혈관에서 이 정도의 혈류 속도가 가지는 의미를 생물학적 관점에서 기술하시오.

[논제 4] 이산화탄소와 산소는 물에 대한 용해도가 낮기 때문에 단순히 혈장에 용해되어 운반되는 것으로는 원활한 배출과 공급이 어렵게 된다. 우리 몸은 적혈구 내에 존재하는 단백질들을 이용하여 이 문제를 효과적으로 극복하고 있다. 이러한 원리와 적혈구 내 pH 변화가 조직세포로의 산소 공급에 미치는 영향을 설명하시오.

[논제 5] [그림 4]는 BPG(2, 3-bisphosphoglycerate)가 헤모글로빈의 산소해리에 주는 영향을 나타낸 것이다. 산소 분압이 낮은 고지대에서는 혈액 내의 BPG 농도가 약 8mM로 증가하게 되어, 우리 몸이 산소 분압이 낮은 환경에서도 적응할 수 있도록 해준다. [그림 4]를 이용하여 BPG가 헤모글로빈과 산소 공급에 미치는 영향을 분석하여 설명하시오.



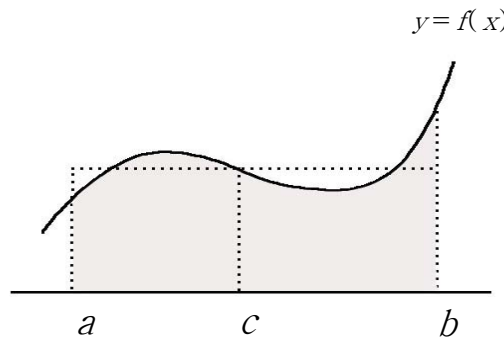
[그림 4]

[문항 4]

* 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가)

폐구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 f 에 대하여 $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx = f(c)$ 를 만족하는 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다는 사실이 잘 알려져 있다. 이를 ‘적분에 관한 평균값의 정리’라고 한다. 이것은 폐구간 $[a, b]$ 에서 $f(x) \geq 0$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 밑변의 길이가 $b-a$ 이고 높이가 $f(c)$ 인 직사각형의 넓이와 같다는 것을 의미한다.



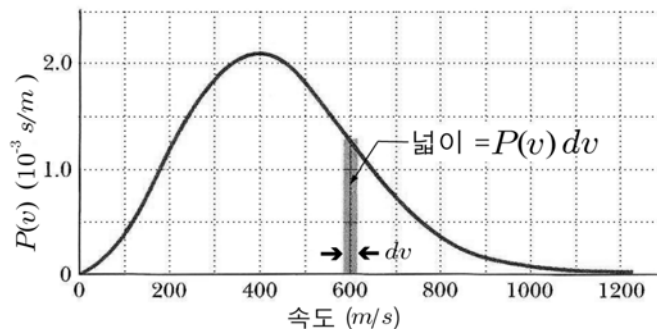
[그림 1]

(나)

1852년 물리학자 맥스웰은 기체분자의 속도분포 문제를 해결하였다. 맥스웰-볼츠만의 속도분포는 기체분자의 속도 v 의 확률분포함수

$$P(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}$$

로 주어진다. 여기서 M 은 몰 질량, R 은 기체상수, T 는 온도이다. 예를 들어 300K에서 산소분자의 속도분포는 다음과 같다.



이 경우 산소분자의 속도가 $v_1 = 590 \text{ m/s}$ 와 $v_2 = 610 \text{ m/s}$ 사이의 값을 가질 확률을 구하기 위해서는 $\int_{v_1}^{v_2} P(v)dv$ 를 계산해야 하는데, 적분에 관한 평균값의 정리에 의해 이 적분값은 근사적으로 $(v_2 - v_1)P\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)$ 와 같다.

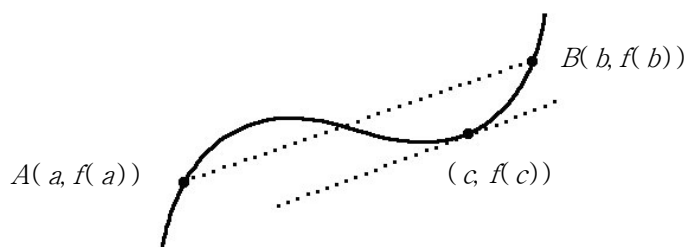
과학의 여러 분야에서 나타나는 함수를 작은 구간에서 적분해야 할 필요가 있을 때, 이와 같이 구간 안에서 함수의 적당한 값과 구간의 길이를 곱하여 적분값의 근사값으로 사용한다.

(다)

적분에 관한 평균값의 정리로부터 도함수 f' 이 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면

$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$ 를 만족하는 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다는 ‘미분에 관한 평균값의 정리’를 유도할 수 있다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $A(a, f(a))$ 와 $B(b, f(b))$ 를 지나는 직선 AB 의 기울기는 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 이고, $f'(c)$ 는 점 $(c, f(c))$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선의 기울기이다. 따라서 미분에 관한 평균값의 정리는 곡선 $y = f(x)$ 의 접선 중에 직선 AB 와 평행한 것이 적어도 하나 존재한다는 것을 의미한다.



[그림 2]

미분에 관한 평균값의 정리는 여러 가지 부등식을 증명하거나 다양한 함수의 근사값을 구하는 데 이용된다.

(라)

함수 f 가 폐구간 $[a, b]$ 를 포함하는 개구간에서 미분가능하고 f' 이 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서 점 $(b, f(b))$ 까지의 곡선의 길이는 $\int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$ 이다.

[문제 1] 적분에 관한 평균값의 정리를 이용하여 도함수 f' 이 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

를 만족하는 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다는 것을 설명하시오.

[문제 2] 함수 $f(x) = x^3$ 에 대하여 폐구간 $[1, 2]$ 에서 문제 1의 등식을 만족하는 c 의 값을 구하시오.

[문제 3] 도함수가 0인 함수에 대하여 알아보자.

3-1. 개구간 (a, b) 에 속하는 모든 x 에 대하여 $f'(x) = 0$ 이면, f 는 개구간 (a, b) 에서 상수 함수가 됨을 설명하시오.

3-2. 상수함수가 아닌 함수 $g(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 에 대하여 $g'(x)$ 를 구하고, 이 결과를 문제 3-1의 내용과 연관시켜 설명하시오.

[문제 4] $(1+x)^{1/4}$ 의 근사식을 찾아보려고 한다.

4-1. $|x| \leq \frac{1}{2}$ 일 때 부등식 $|(1+x)^{1/4} - 1| \leq \frac{|x|}{2}$ 가 성립함을 설명하시오.

4-2. $|x| \leq \frac{1}{2}$ 일 때 부등식 $\left| (1+x)^{1/4} - \left(1 + \frac{1}{4}x\right) \right| \leq \frac{3}{4}x^2$ 이 성립함을 설명하시오.

[문제 5] 임의의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3$ 위의 점 (t, t^3) 에서 점 $(m(t), \{m(t)\}^3)$ 까지 곡선의 길이가 10이 되도록 $m(t)$ 를 정의하자 (단, $0 < t < m(t)$). 이렇게 정의한 $m(t)$ 가 t 의 함수로서 미분가능하다고 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} t^3 [1 - \{m(t)\}^2]$ 의 값을 구하고 그 과정을 설명하시오.

성균관대학교 수시2학기

[자연계]

1. 개요

■ 시험시간 : 150분

■ 출제문항수 : 4문항

■ 답안지 작성 분량 : A3 1장

■ 출제방향(취지) 및 교과서관련여부 및 근거/ 평가기준

가. 출제의도

21세기에 들어서면서 지식정보사회가 구현되고 현대 과학은 급격하게 발전하고 있다. 또한 이를 바탕으로 신기술을 개발하는 것이 국가 경쟁력 제고에 근본이 된다는 것은 주지의 사실이다. 현대 과학지식은 양적으로 급격히 팽창함과 더불어 각 분야의 과학지식이 융합되어 새로운 과학 영역이 출현하는 것이 새로운 경향 중의 하나이다.

성균관대학교는 21세기 우리 차세대 성장 동력산업을 견인하고 우리 사회가 필요로 하는 따뜻한 인간성을 지닌 자연계열 고등 인력양성을 목표로 하고 있다. 또한 수험생을 위해 과학논술의 일관성을 유지하며 출제하고자 하였다. 본 논술고사에서는 고등학교 교과과정에 포함된 기초적인 과학지식이 일상생활에서 쉽게 관찰할 수 있는 흥미로운 자연현상을 설명하는데 어떻게 응용되고 필요한지를 보여주는 예를 제시함으로써 고등학교 학생들에게 과학의 중요성을 강조하고 흥미를 유발하고자 의도하였다.

더불어 제시문을 바탕으로 문제를 해결하고 나아가 이를 검증할 수 있는 방법을 설계하도록 유도함으로써 문제해결 능력, 추리적 능력, 창의적 능력, 논리적 사고 및 표현력을 알아보고자 하였다. 또한 사전에 암기된 특정교과의 지식을 묻는 문제, 획일화된 풀이과정을 요구하는 문제, 외국어의 사용을 지양하여 고등학교 교육 정상화에 기여할 수 있도록 의도하였다.

나. 출제방향 및 지침

- 대학교육을 성공적으로 수행할 수 있는 잠재 능력, 즉 논리적, 통합적, 창의적 사고와 추리능력을 평가하고자 한다.
- 거의 대부분 제시문은 고등학교 교과과정에서 가장 기초적이고 핵심적인 과학 주제에서 선택하고 고등학교 교과서에 근거하여 작성하여, 고등학교 교과과정의 정상화에 기여하고자 한다.
- 지나친 교과서 의존형 지식 체계는 극복되어야 하고 정보화 시대에 부응하는 인재를 육성하여야 하므로, 고등학생들이 쉽게 이용할 수 있는 공개된 웹 사이트에서 일부 자료를 발췌하여 참고하였다.
- 일상생활과 친근한 주제를 통해 과학개념의 이해력을 측정하여 과학적 사고를 생활에까지 응용할 수 있는지 여부를 평가한다.
- 다양한 자연현상에 대한 문제 해결 과정에 동원되는 논리적, 독창적 사고 능력을 평가하며 더불어 맞춤법과 어법을 준수하면서 자신의 생각을 간결하고 정리된 문장으로 표현하는 능력을 평가한다.
- 단답형, 선다형 문제, 특정교과의 암기된 지식을 묻는 문제, 그리고 획일화된 풀이과정을 요구하는 문제는 지양한다.
- 논술과정에서 제시문에 주어진 과학의 기본적 개념에 대한 이해를 바탕으로 논리적으로 문제를 해결할 수 있도록 한다.
- 인터넷 등에 예시되고 공개된 출제의도 및 출제방향을 유지하여 학생들이 정상적 고교 학습을 통해 자연스럽게 논술고사 준비를 할 수 있도록 한다.

다. 채점지침

- 문제를 제시문에 주어진 과학적 사실과 근거를 바탕으로 얼마나 논리적, 독창적으로 논술하는가 여부를 평가한다.
- 제시문의 내용을 명확하게 파악하고 있으며 또한 문제 해결에 얼마나 적절하게 사용하는지를 평가한다.
- 논술된 글이 맞춤법과 어법에 맞는지 여부와 표현의 적절성을 평가한다.

2. 문항분석

[문항 1]

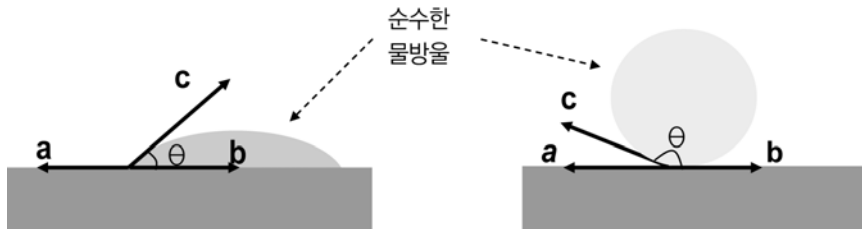
* 다음 [제시문 1-가]에서 [제시문 1-라]를 읽고 (문제 1-i)와 (문제 1-ii)에 답하시오.

[제시문 1-가] 물 위의 소금쟁이는 발에 촘촘히 배열된 바늘물질과 표면을 코팅하고 있는 친유성 단백질의 조합 때문에 물 위를 걸어 다닐 수 있는 특성을 보인다. 매미의 날개도 이와 비슷한 특성이 있어 비가 와도 날개가 젖지 않으므로 잘 날아다닐 수 있다.

[제시문 1-나] 표면장력은 액체의 표면적을 늘릴 때 극복해야 하는 내부로 향하는 힘을 말한다. 이러한 힘 때문에 물방울은 표면적을 최소화하는 것이 안정적이므로 면적이 최소화되는 구형을 형성한다.

[제시문 1-다] 비누는 극성인 ‘머리부분’과 비극성인 ‘탄화수소 꼬리부분’을 갖고 있다. ‘머리부분’은 친수성의 특성을 보이고, ‘탄화수소 꼬리부분’은 친유성의 특성을 보여준다.

[제시문 1-라] 물질이 친유성인지 친수성인지 알아보기 위해서는 아래에 제시된 그림 1처럼 물질의 표면위에 순수한 물방울을 떨어뜨려 물방울이 표면과 이루는 접촉각(θ)을 측정하여 결정한다. 일반적으로 접촉각이 90° 이하이면 친수성, 그 이상이면 친유성 물질로 판단한다.



주 : 계면장력으로 표기된 a, b, c의 화살표 크기는 힘의 상대적 실제크기를 나타내지 않는다

그림 1. 순수한 물방울을 이용한 접촉각 측정 실험 모식도

(문제 1-i)

[그림 1]에 표기된 물방울의 접촉각과 세 방향으로 표기된 계면장력 (a , b , c)들과의 관계를 힘의 균형의 법칙을 이용하여 나타낼 수 있다. 이 중 순수한 물방울과 바닥사이에 작용하는 계면장력 b 와, 공기와 바닥사이의 계면장력 a 중 어느 것이 더 큰 값을 가질지를 바닥물질이 친수성일 때와 친유성일 때로 각각 나누어 논하시오.

(문제 1-ii)

순수한 물방울 대신 비눗물방울을 사용하여 [제시문 1-라]의 실험을 매미날개 위에서 실행할 경우, 어떤 실험결과가 나올지 예측하고 그 이유를 반드시 [제시문 1-나]와 [제시문 1-다]의 내용을 참조하여 기술하시오. 또한 예측 실험결과를 참고하여 소금쟁이가 비눗물 위를 걸어 다닐 수 있는 가능성에 대하여 논하시오.

[문항 2]

*** 다음 [제시문 2]를 참고하여 (문제 2-i), (문제 2-ii)와 (문제 2-iii)에 답하시오.**

[제시문 2]

- 코일을 교류전원에 연결할 때 코일에 생기는 유도 기전력의 크기는 자체 유도 계수와 전류의 시간당 변화율의 곱으로 주어진다.
- 저항이 연결된 교류 회로 전류의 세기는 전압에 비례하고 저항에 반비례한다.
- 축전기에 대전된 전하량은 전기용량과 전압의 곱으로 주어진다.
- 축전기가 연결된 교류 회로에 흐르는 전류는 대전된 전하량의 시간당 변화율로 주어진다.

홍길동은 오늘 다음과 같이 교류 회로 실험을 하였다. 실험준비물은 다음 다섯 가지였다 : ① 저항값이 R 인 저항, ② 전기용량이 C 인 축전기, ③ 자체유도계수가 L 인 코일, ④ 주파수가 f 이고 전압이 $V = V_0 \sin(2\pi ft)$ 로 변하는 교류전원, ⑤ 시간에 따른 전류 $I(t)$ 변화가 측정 가능한 전류계.

교류회로를 교류전원, 전류계, 회로상자를 직렬로 연결하여 만들고, 전류계로 $t=0$ 초부터 $t=2$ 초까지 시간에 따른 전류량을 측정하였다. 다음 세 가지 경우 측정될 것으로 예상되는 전류량을 제시문을 참조하여 논리적으로 추론하고, 시간의 함수로 그래프를 그리시오.

(문제 2-i) 회로상자가 한 개 저항으로만 구성되어 있는 경우.

(문제 2-ii) 회로상자가 한 개 축전기로만 구성되어 있는 경우.

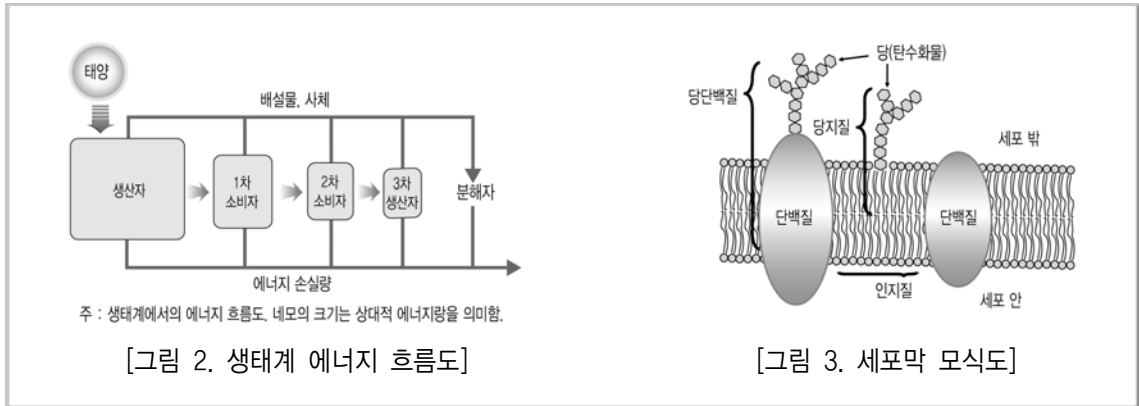
(문제 2-iii) 회로상자가 한 개 코일로만 구성되어 있는 경우.

[문항 3]

*** 다음 [제시문 3-가]와 [제시문 3-나]를 읽고 (문제 3-i)와 (문제 3-ii)에 답하시오.**

[제시문 3-가] 태양 에너지는 광합성에 의해 녹색 식물에 저장된다. 에너지 일부는 생산자의 생명활동에 사용되고 일부는 먹이 연쇄를 따라 소비자로 전해진다 [그림 2].

[제시문 3-나] 세포막을 구성하고 있는 주성분은 단백질과 인지질이다. 세포막의 수용체 성분으로 주로 쓰이는 당단백질은 당(탄수화물)과 단백질이 결합된 것이다 [그림 3]. 생물계에는 세포막이라는 장벽을 깨고 침입하는 바이러스가 존재한다. 예를 들어, 인플루엔자 바이러스는 숙주 세포막의 당단백질에 존재하는 당(탄수화물)을 수용체로 인식하여 숙주 세포 안으로 침투한다.



(문제 3-i)

생물체는 다양한 종류의 수용체를 갖도록 진화하여 왔다. 단백질, 지질, 그리고 당(탄수화물) 중에서 당(탄수화물)이 숙주세포의 다양성을 표현하는 요소가 되는 이유를 반드시 [제시문 3-가]와 그림 2를 이용하여 추론하시오.

(문제 3-ii)

감기 바이러스에 감염된 지역에는 감염된 사람들과 감염이 되지 않는 사람들이 공존한다. 이러한 예를 토대로 ABO식 혈액형과 관련된 다음 가상의 이야기를 생각해 보자. 옛날에 어떤 지역에서 A형 숙주에 감염되는 병이 발생하였다. 그 결과 A형 전원이 그리고 AB형의 절반이 사망하였다. 병은 자연히 사라지고 여러 세대가 지난 후, 이번에는 B형에 감염되는 병이 발생하여 B형 전원과 AB형 절반이 사망하였다. 다시 여러 세대가 지난 후 생존한 사람들의 혈액형 종류에 대하여 추론하고, ABO식 혈액형의 존재 가치에 대해서 논하시오.

[문항 4]

※ 다음 [제시문 4]를 참고하여 (문제 4-i), (문제 4-ii)와 (문제 4-iii)에 답하시오.

[제시문 4]

- 물체에 작용한 힘이 시간의 함수인 경우, 이 함수의 시간을 가로축으로 하고 힘을 세로축으로 하여 그린 그래프의 아랫부분 면적이 충격량이다.
- 물체에 주어진 충격량은 물체에 일어난 운동량의 변화와 같다.

(문제 4-i)

쌍쌍 자동차회사는 질량이 1000kg인 자동차를 직진시켜 정면충돌 실험을 실시하였다. 촬영된 자료를 간이 분석한 결과 아래의 표처럼 1초간 자동차에 힘이 가해졌고, 자동차는 멈추었다. 아래 표로부터 자동차에 가해진 충격량을 논리적으로 분석하여 추정하시오.

촬영시각 (단위 : 초)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
힘 (단위 : 뉴턴)	0	8,000	18,000	24,000	18,000	0

(문제 4-ii)

쌍쌍 자동차회사는 일주일 후 회사 부설 연구소로부터, 충돌한 자동차에 시간 t 에 따라 $F(t) = 10000\pi t \sin(\pi t) + \frac{30000 t(1-t)}{\sqrt{-2t^3+3t^2+1}}$, ($0 \leq t \leq 1$)로 힘(충격력)이 가해졌다는 정확한 분석결과를 통보 받았다. 이 결과를 바탕으로 자동차에 가해진 충격량을 논리적으로 추론하시오.

(문제 4-iii)

위의 두 문제에서 얻은 자료를 바탕으로 충돌이 시작되기 직전 자동차의 속력과 운동에너지를 논리적으로 추론하시오.

성균관대학교 정시

1. 개 요

- 시험시간 : 150분
- 출제문항수 : 3문항
- 답안지 작성 분량 : A3 1매 분량

■ 출제방향(취지) 및 교과서관련여부 및 근거

가. 출제의도

2008학년도 대학입시는 새로운 형태의 전형요소 도입으로 수험생들이 어려움을 느끼고 있는 것이 현실이다. 논술고사를 출제하는 입장에서도 이런 상황변화를 어떻게 받아들이고 슬기롭게 반영할 것인가를 고민하게 된다. 수험생, 교사, 학부형의 입장을 고려하면 입시 당사자가 평소 고등학교 3년간 자연계열 과목 수업을 중심으로 성실하게 공부하여 얻은 성취도의 측정이 그 바탕이라고 판단하였다. 동시에 본 논술고사가 읽고자한 능력은 역시 21세기 급격하게 변화하는 과학·기술을 선도하고, 신기술을 바탕으로 한 지식정보사회를 이끌어 나갈 자연계열의 인재가 갖추어야 할 재능과 가능성이었다. 발전하는 첨단 과학을 바탕으로 한 신기술을 개발하는 것이 국가 경쟁력 제고에 근본이 된다는 것은 주지의 사실이기 때문이다. 현대 과학지식은 양적으로 급격히 팽창함과 더불어 각 분야의 과학지식이 융합되어 새로운 과학 영역이 출현하는 것이 새로운 경향 중의 하나이다. 성균관대학교는 21세기 우리 차세대 성장 동력산업을 견인하고 우리 사회가 필요로 하는 따뜻한 인간성을 지닌 자연계열 고등 인력양성을 목표로 하고 있다. 또한 수험생을 위해 과학논술의 일관성을 유지하며 출제하고자 하였다. 본 논술고사에서는 고등학교 교과과정에 포함된 기초적인 과학지식을 잘 이해하고 있는지에 중점을 두었으며, 또 일상생활에서 쉽게 관찰할 수 있는 흥미로운 자연현상을 설명하는데 어떻게 응용되고 필요한지를 보여주는 예를 제시함으로써 고등학교 학생들에게 과학의 중요성을 강조하고 흥미를 유발하고자 의도하였다. 더불어 제시문을 바탕으로 문제를 해결하고 나아가 이를 검증할 수 있는 방법을 설계하도록 유도함으로써 문제해결 능력, 추리적 능력, 창의적 능력, 논리적 사고 및 표현력을 알아보고자 하였다. 또한 사전에 암기된 특정교과의 지식을 묻는 문제, 획일화된 풀이과정을 요구하는 문제, 외국어의 사용을 지양하여 고등학교 교육 정상화에 기여할 수 있도록 의도하였다.

나. 출제방향 및 지침

- 대학교육을 성공적으로 수행할 수 있는 잠재 능력, 즉 논리적, 통합적, 창의적 사고와 추리능력을 평가하고자 한다. 단, 사고의 깊이와 정도는 대학생 수준이 아닌 자연계열에 속한 우수한 고등학생의 수준에 맞추었다.
- 거의 대부분 제시문은 고등학교 교과과정에서 가장 기초적이고 핵심적인 과학 주제에서 선택하고 고등학교 교과서에 근거하여 작성하여, 고등학교 교과과정의 정상화에 기여하고자 한다. 3년간 고등학교에서 선생님의 수업을 열심히 듣고, 교과서를 읽고 이해하여 스스로 정리한 수험생이라면 분명히 논술이 가능하도록 하였다.
- 가능하면 일상생활과 친근한 주제를 통해 과학개념의 이해력을 측정하여 과학적 사고를 생활에까지 응용할 수 있는지 여부를 평가한다.
- 다양한 자연현상에 대한 문제 해결 과정에 동원되는 논리적, 독창적 사고 능력을 평가하며 더불어 맞춤법과 어법을 준수하면서 자신의 생각을 간결하고 정리된 문장으로 표현하는 능력을 평가한다.
- 단답형, 선다형 문제, 특정교과의 암기된 지식을 묻는 문제, 그리고 획일화된 풀이과정을 요구하는 문제는 지양한다. 이를 위해 충분한 정도의 과학교육 정보를 제시문에 제공하였다.
- 논술과정에서 제시문에 주어진 과학의 기본적 개념에 대한 이해를 바탕으로 논리적으로 문제를 해결할 수 있도록 한다. 평소 교과서를 배우고 암기하여 시험을 치르는 습관을 가진 수험생보다 스스로 교과서를 읽고 이해하려고 노력한 뒤 선생님의 수업을 듣는 이해력이 높은 학생이라면, 출제된 대부분 문제의 논술이 가능하였을 것이다.
- 인터넷 등에 예시되고 공개된 출제의도 및 출제방향을 유지하여 학생들이 정상적 고교 학습을 통해 자연스럽게 논술고사 준비를 할 수 있도록 한다.

다. 채점지침

- 문제를 제시문에 주어진 과학적 사실과 근거를 바탕으로 얼마나 논리적이고 과학적으로 논술하는가 여부를 평가한다.
- 제시문의 내용을 명확하게 파악하고 있으며 또한 문제 해결에 얼마나 적절하게 사용하는지를 평가한다.
- 논술된 글이 맞춤법과 어법에 맞는지 여부와 표현의 적절성을 평가한다.

2. 문항분석

[문항 1]

* 아래 [제시문 1-가]와 [제시문 1-나]를 참고하여 (문제 1-i) ~ (문제 1-iii)에 답하시오.

[제시문 1-가] 모든 생명체의 유전 정보인 유전자들은 염색체에 존재한다. 인간을 비롯한 진핵생물의 경우 세포는 체세포분열과 감수분열이라는 두 가지 방식을 통하여 세포가 분열한다. 개체의 성장과 조직의 재생 등에 관여하는 체세포 분열은 이배체($2n$; 부모로부터 받은 상동염색체 쌍)인 모세포와 동일한 염색체 수를 가지는 딸세포($2n$)를 만든다. 이에 반해 유성생식에 관여하는 감수분열은 각각의 상동염색체 쌍 중 하나만을 가지는 반수체(n)의 딸세포를 만들게 된다.

[제시문 1-나] 1860년대 아우구스티누스회 수도사였던 그레고르 멘델은 완두콩을 이용한 교배 실험을 통해 특정 형질에 대하여 두 개의 대립인자가 존재하며, 생식세포가 만들어질 때 각각의 대립인자 쌍이 나누어지므로 생식세포는 각각 하나의 대립인자만을 가지게 된다는 것을 증명하였다. 멘델은 두 개의 대립인자 중 한 대립인자가 특성을 결정하는 경우 그 대립인자를 우성대립인자라고 하였고, 반대로 개체의 특성에 영향을 미치지 못하는 나머지 대립인자를 열성대립인자라고 하였다. 또한 멘델은 생식세포가 만들어지는 과정 중에서 여러 가지 대립인자의 쌍이 독립적으로 분리된다는 것을 완두콩의 교배 실험을 통해 증명하였다.

(문제 1-i)

유성생식 과정 중에 돌연변이가 없고 감수분열 과정 중에서 교차가 일어나지 않으며 감수분열시 염색체가 독립적으로 이동한다고 가정하였을 때, 4쌍의 염색체($2n = 8$)를 가지는 개체가 감수분열을 할 때 나타나는 반수체의 생식세포에서 몇 개의 **염색체 조합**이 만들어지는지 설명하시오. 또한 $2n$ 개의 이배체 개체가 n 개의 반수체로 감수분열시 생식세포에서 몇 개의 **염색체 조합**이 만들어지는지 설명하시오. 그리고 이러한 결과의 **생물학적 의미**를 기술하시오.

(문제 1-ii)

개체수가 충분히 많으며 고립되어 있는 집단이 있다. 이 가운데에는 검은 색 소변이 나오는 열성 유전질환인 페닐케톤뇨증 환자들이 포함되어 있다. 이 집단에서 페닐케톤뇨증을 유발하는 열성유전자 a 의 비율을 q 라고 하고, 이 질병에 대해 정상적인 대립유전자 A 의 비율을 p 라고 가정하자(집단내의 질병유전자 a 와 정상유전자 A 의 비율의 합은 1이다). 이 집단 내에서 모든 개체의 생식력과 생존력은 동일하고 무작위적 교배가 일어나며 돌연변이 및 감수분열시 교차가 없다고 하였을 때, 자손세대에도 페닐케톤뇨증을 유발하는 열성대립유전자 a 와 정상대립유전자 A 의 비율은 부모세대와 항상

동일하게 된다. 그 이유를 설명하시오. 이 집단 내에서 페닐케톤뇨증 열성질환을 가진 환자의 비율이 1% 일 때 열성대립유전자가 숨어 있는(질병은 나타나지 않는) 개체(보인자)의 비율이 얼마인지 예측하시오.

(문제 1-iii) (문제 1-ii)의 조건을 만족하는 집단에서 부모의 양쪽으로부터 열성대립유전자를 물려받는 개체는 수정 후 태아로 발생하는 단계에서 사망한다고 가정하자. 처음 집단을 1세대 집단이라고 할 때, 1세대 집단 내에서 열성대립유전자 a의 비율은 0.2이다. 그렇다면 n 세대가 지났을 때 집단 내에서 열성대립유전자 a의 비율이 얼마인지 추론하시오.

[문항 2]

＊ 아래 [제시문 2-가]~[제시문 2-다]를 참고하여 (문제 2)에 답하시오.

[제시문 2-가]

유리관에 물을 채워 물속에 세우면, 물이 유리관 벽 사이의 부착력과 물의 응집력 그리고 중력이 균형을 이루는 지점에서 물 높이가 결정된다. 이를 모세관 현상이라 한다.

[제시문 2-나]

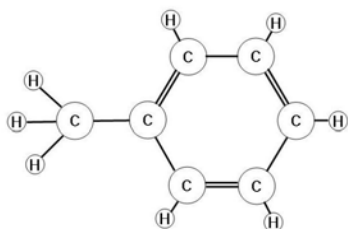
극성 분자는 분자 내에 부분적인 음전하와 부분적인 양전하를 갖는 쌍극자이다. 극성 분자들 사이에는 한 분자의 양전하를 띤 부분과 다른 분자의 음전하를 띤 부분 사이의 정전기적인 인력인 쌍극자-쌍극자 인력이 작용한다. 무극성 분자의 경우에도 무거운 원자핵과 가벼운 전자가 움직이는 속도가 서로 다르기 때문에, 순간적으로 전하의 치우침이 일어나서 일시적인 쌍극자가 만들어질 수 있다. 이렇게 만들어진 쌍극자는 가까이 있는 다른 분자에 영향을 주어 약한 유도(또는 유발 쌍극자)를 만들어 낼 수 있다. 일반적으로 분자간의 힘은 쌍극자-쌍극자 > 쌍극자-유도 쌍극자 > 유도 쌍극자-유도 쌍극자이므로, 극성 분자들 사이의 분자간 힘이 무극성 분자의 분자간 힘보다 크다.

[제시문 2-다]

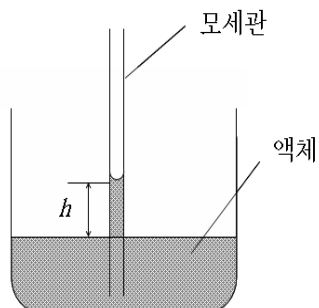
물 분자는 산소와 수소의 전기음성도 차이가 크기 때문에 극성 분자이다. 톨루엔의 분자 구조는 그림 1과 같다. 톨루엔을 포함한 탄화수소 화합물은 탄소와 수소의 전기음성도가 거의 비슷하기 때문에 무극성이다. 에탄올은, 에틸기가 탄소와 수소로 이루어진 무극성 부분과 극성인 히드록시기가 함께 있지만 히드록시기의 영향이 더 크기 때문에, 극성 분자이다. 물, 에탄올, 톨루엔의 밀도와 끓는점은 [표-1]에 나타나 있다. 그리고 유리의 주성분은 SiO_2 이다. 실리콘과 산소 사이의 전기음성도 차이가 나기 때문에 유리의 Si-O 결합은 극성이다.

[표-1] 물, 에탄올, 톨루엔의 밀도와 끓는점

	물	에탄올	톨루엔
밀도 (g/mL) (25℃)	0.99705	0.79	0.867
끓는점 (℃) (1기압하)	100	78	111



[그림 1]



[그림 2]

[문제 2]

[그림 2]와 같은 장치를 이용하여 순수한 물에 대한 모세관 기둥의 높이를 측정하여 h 라는 값을 얻었다. 물대신 물과 에탄올의 혼합 용액 (부피비로 물 : 에탄올 = 1 : 1), 그리고 물과 톨루엔을 격렬하게 섞은 후 방치하여 얻은 용액 (부피비로 물 : 톨루엔 = 1 : 1)을 준비하였다. 이 두 가지 용액에 대한 모세관 현상을 <보기>에 있는 두 가지 방법으로 실험하고자 한다. 각 경우의 실험을 수행한 결과보고서의 결론 부분을 [제시문 2-가]~[제시문 2-다]를 참조하여 작성하시오.

<보 기>

[방법 1] 모세관의 위쪽 끝을 손가락으로 막은 상태에서 모세관을 수직으로 세워 천천히 액체에 넣어 모세관의 아래쪽 끝이 비커의 바닥에 닿은 후에 손가락을 떼낸다.

[방법 2] 모세관에 순수한 물을 채우고 [방법 1]과 같이 실험한다.

[문항 3]

한 고등학생이 물결파를 가지고 간접실험을 하고 있다. 그는 실험용 교재에서 [제시문 3-가]~[제시문 3-라] 네 개의 제시문을 발견하였다. 제시문을 참고하여 (문제 3-i)~(문제 3-iv)에 답하시오.

[제시문 3-가] 두 개의 파동이 중첩될 때 합성파의 진폭이 보강되어 커지거나 상쇄되어 작아지는 현상을 파동의 간섭이라고 한다.

[제시문 3-나] 그림 3과 같이 파장 λ 와 진폭이 같은 두 파원의 위치를 각각 S_1, S_2 라고 하면, 각 파원에서 P점까지의 거리는 $\overline{S_1P}$ 과 $\overline{S_2P}$ 이다. 거리의 차이가 반파장 ($\lambda/2$)의 짝수배가 되는 경우 다음 조건을 만족시키는 보강 간섭이 일어난다.

$$|\overline{S_1P} - \overline{S_2P}| = \frac{\lambda}{2}(2m) = m\lambda$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

반면 거리의 차이가 반파장의 홀수배가 되는 경우 다음 조건을 만족시키는 상쇄간섭이 일어난다.

$$|\overline{S_1P} - \overline{S_2P}| = \frac{\lambda}{2}(2m+1) = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

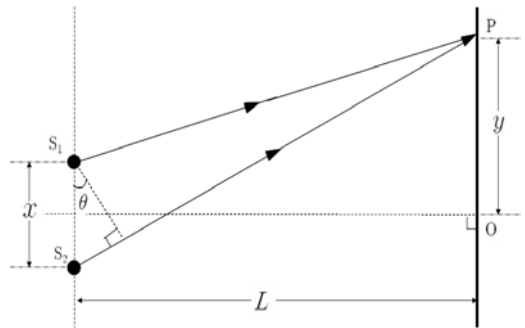


그림 3. 파동의 간섭

[제시문 3-다] 그림 3에서 파원 S_1 과 S_2 의 간격을 x , 파원 S_1, S_2 에서 스크린까지의 최단거리를 L , 스크린의 중앙점 O로부터 P점까지의 거리를 y 라고 하면 경로차는

$$|\overline{S_1P} - \overline{S_2P}| = x \sin \theta \text{로 나타낼 수 있다.}$$

[제시문 3-라] 미분 가능한 함수 $f(a)$ 에 대하여 a 값이 0에 충분히 가깝다면 $f(0) + af'(0)$ 는 $f(a)$ 의 근사값이 될 수 있다.

(문제 3-i)

[그림 3]으로부터 [제시문 3-나]에 있는 두 개의 간섭 공식을 추론하시오.

(문제 3-ii)

[제시문 3-다]에 있는 공식은 근사식이므로 정확히 맞는 공식을 그림 3에 있는 물리량 L, x, y 만을 사용하여 논리적으로 표현하시오.

(문제 3-iii)

물결파를 이용하여 행한 아래 실험 결과로부터 물결파의 파장 λ 를 [제시문 3-다]에 있는 공식과 (문제 3-ii)에서 얻은 공식을 사용하여 분석하시오.

실험 : 물결파 파원의 간격이 20cm이고 파원으로부터 최단거리가 40cm 떨어진 스크린에 간섭무늬가 생겼다. 스크린 중앙(그림 3의 점O)으로부터 4번째 밝은 무늬까지의 거리가 30cm였다.

(문제 3-iv)

위 (문제 3-iii)문항의 실험에서 두 가지 공식을 이용하여 분석한 결과가 얼마나 차이가 나는 지 비교하시오.

또 [제시문 3-라]를 참조하여 어떤 조건하에서 (문제 3-ii)에서 구한 식이 어떻게 [제시문 3-다]에 있는 공식으로 근사될 수 있는지 논리적으로 설명하시오.

연세대학교

1. 출제유형 및 개요

■ 연세대학교 자연계 논술의 특징

- 수험생의 이해력, 분석력, 창의적 사고력, 표현력 등의 다양한 지적 능력을 평가
- 수학 1문제, 과학 2문제 출제. 수학 문제는 수학 I·II (미분, 적분 포함)내에서 출제되며, 과학문제는 물리·지구과학 통합 1문제, 화학·생물 통합 1문제 출제(공통과학, 과학 I 수준에서 출제)

■ 출제유형 : 수학 1문제, 과학 2문제(물리, 지구과학 통합, 화학, 생물 통합)

■ 시간/점수 : 180분[수학(40점), 과학 2문제(각 30점)]

■ 제시문/논제 : 문제당1~3개

■ 답안지 작성 분량 : 제한 없음

■ 출제방향 및 평가기준 : 수학, 과학 각 분야 내에서의 통합

- 교과 과정내의 기본적인 지식, 특히 과학분야는 과학에서 다루는 개념을 사용함
 - 고교 교과 수준에서 어려운 개념에는 부가 설명을 제시
- 수학의 근본원리 또는 과학적인 개념에 대한 정확한 이해 여부를 평가
- 과학적인 개념을 바탕으로 한 주장의 논리적 전개능력을 평가
- 단순 반복에 의한 학습 능력이 아닌 창의적인 사고력을 평가
- 수학 : 교과서에서 배운 내용을 토대로 개념을 상황에 적합하게 적용하는 창의력, 논리력 측정
- 과학 : 하나의 자연 현상이나 대상을 물리학, 화학, 생물학, 지구과학 등 다양한 측면에서 분석하여 다양한 결론을 유추하는 능력 요구

<2008학년도 연세대학교 논술(자연계열) 입학시험 문제지>

[문제 1] 다음 제시문은 적분의 개념에 관한 것이다. (아래 문제에서 $x_k = a + k\Delta x$ 이다.) (40점)

적분의 기본 개념 및 원리는 17세기 뉴턴과 라이프니츠에 의해 독립적으로 체계화되었고, 적분에 관한 엄밀한 수학적 정의는 코오시와 리이만이 극한의 개념을 도입함으로써 완성되었다. 적분의 기본 원리인 구분구적법은 어떤 도형의 넓이나 부피를 구할 때, 그 도형을 여러 개의 간단한 도형으로 세분하여 이들 도형의 넓이나 부피의 합을 구한 후, 이 합의 극한값으로 원래 도형의 넓이나 부피를 구하는 방법이다. 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대해서 정적분을 다음과 같이 구분구적법의 형태로 정의할 수 있다.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x \quad (\Delta x = \frac{b-a}{n})$$

다음 (가)와 (나)는 적분의 기본 개념 및 원리를 바탕으로 유도한 결과이다.

(가) 함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 다음 등식이 성립하는 p_1, p_2, p_3 와 q_1, q_2, q_3, q_4 가 무한히 많이 존재한다.

$$\textcircled{㉠} \int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (p_1 f(x_{2k}) + p_2 f(x_{2k-1}) + p_3 f(x_{2k-2})) \Delta x \quad (\Delta x = \frac{b-a}{2n})$$

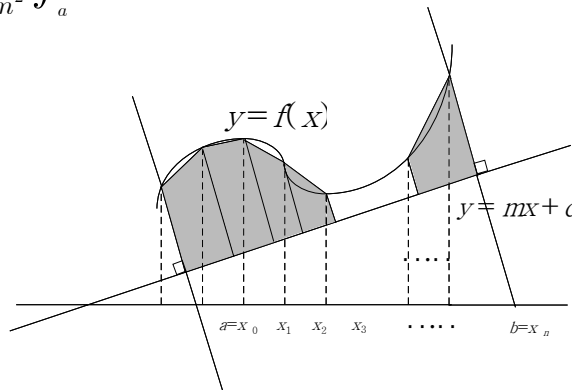
$$\textcircled{㉡} \int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (q_1 f(x_{3k}) + q_2 f(x_{3k-1}) + q_3 f(x_{3k-2}) + q_4 f(x_{3k-3})) \Delta x \quad (\Delta x = \frac{b-a}{3n})$$

(나) 오른쪽 그림과 같이 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속 함수 $y = f(x)$ 와 직선 $y = mx + c$ ($m \neq 0$)가 주어질 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 세 직선 $y = mx + c$, $y = -\frac{1}{m}(x-a) + f(a)$, $y = -\frac{1}{m}(x-b) + f(b)$ 로 둘러싸인 넓이를 구하고자 한다. 오른쪽 그림과 같이 색칠된 부분의 사다리꼴 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, 다음 등식이 성립한다.

$$\textcircled{㉢} S_n = \frac{1}{1+m^2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{f(x_k) + f(x_{k-1})}{2} - m \frac{x_k + x_{k-1}}{2} - c \right) \left(1 + m \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{\Delta x} \right) \Delta x$$

따라서 적분의 개념으로부터 다음과 같은 간단한 공식을 얻게 된다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{1+m^2} \int_a^b (f(x) - mx - c)(1 + mf'(x)) dx$$



1-1. 등식 ㉠이 성립하기 위한 p_1, p_2, p_3 의 조건과 등식 ㉡이 성립하기 위한 q_1, q_2, q_3, q_4 의 조건을 구하고, 그 이유를 논리적으로 설명하시오. (12점)

1-2. (a) 모든 2차 다항함수 $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ 에 대하여

$\int_{-1}^1 f(x)dx = p_1f(-1) + p_2f(0) + p_3f(1)$ 이 성립되게 하는 p_1, p_2, p_3 를 구하시오. (3점)

(b) 앞에서 구한 p_1, p_2, p_3 는 모든 2차 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{k=1}^{10} (p_1f(x_{2k}) + p_2f(x_{2k-1}) + p_3f(x_{2k-2})) \Delta x \quad (\Delta x = \frac{b-a}{20})$$

이 성립됨을 논리적으로 설명하시오. (10점)

1-3. 등식 ㉢이 성립함을 증명하시오. (15점)

[문제 2] 다음 제시문은 다양한 파동을 이용하여 정보를 전달하는 방법의 예이다. 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (30점)

(가)

무선통신은 도선 없이 파동을 이용하여 근거리(예, TV 리모컨) 혹은 원거리간(예, 휴대전화나 위성 항법장치) 정보를 전달하는 방법이다. 대기 중에서 파동의 전파를 이용한 무선 기술은 매우 다양하고 폭넓게 우리 일상생활에 활용되고 있다. 문자, 음성, 영상 등의 정보전달에는 라디오파, 극초단파, 마이크로파 등 다양한 에너지의 전자기파가 사용된다. 최근 세계전파통신회의에서 한국형 휴대인터넷 주파수 대역인 2.3GHz 관련기술이 차세대 멀티미디어 이동통신의 세계표준으로 고려되었다.

(나)

박쥐는 먹이 및 비행 방향 탐지 등을 목적으로 초음파를 사용한다. 같은 원리로 지질학자들은 초음파를 이용하여 접근이 어려운 해저표면의 지도를 제작하고 있으며, 대양저 산맥 및 해저 협곡 등의 존재를 확인하여 판구조론의 연구에 활용하고 있다. 인체 내부의 장기 상태나 태아의 발육 상태 또한 초음파를 이용하여 영상으로 재구성하고 이를 의료 진단에 활용하고 있다.

(다)

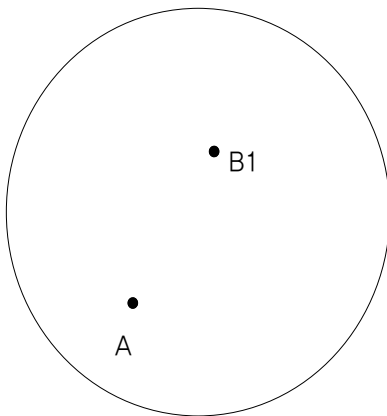
지진파는 지구의 표면이나 내부에서 일어나는 급격한 지각변동에 의해 방출되는 에너지의 일부가 탄성파의 형태로 전달되는 것을 말한다. 지진파에는 지구 내부를 통해 전파되는 실체파(P파, S파 등)와 표면에서만 관찰되는 표면파(L파 등)가 있다. 실체파의 경로와 속도는 매질의 밀도와 탄성률에 영향을 받으며 실체파의 측정을 통해 지구의 내부구조를 유추할 수 있다.

2-1. 파동의 주요인자는 주기, 진폭, 그리고 위상이며 이들에 의해 파동의 특징과 응용분야가 결정된다. 파동에 의해 전달될 수 있는 정보의 양은 문자, 음성, 음악, 영상, 동영상 등 다양하다. 전달되는 정보의 질과 양에 가장 영향을 미치는 파동의 주요인자가 무엇인지 위 제시문을 참고하여 설명하시오. (10점)

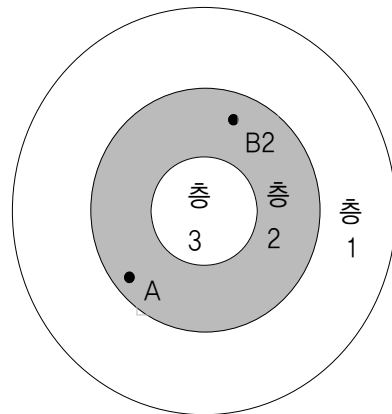
2-2. 태양계에는 많은 위성이 존재하고 있으며, 이들 중 일부는 특이한 내부구조와 지표환경 때문에 주목 받고 있다. 최근에 발견된 태양계의 위성들을 조사한다고 가정하자. 위성의 내부를 연구하기 위해 표면으로부터 중심으로 내려 갈 때, 아래의 그림 (가)와 (나)는 위성의 중심을 지나는 단면을 나타낸다. A, B1, B2는 각각 위성 내부의 지점이다.

(a) 그림 (가)의 위성은 내부밀도가 균일한 고체라고 가정하자. 위 제시문에서 언급된 다양한 파동을 이용한 정보전달 사례들 중에서, 위성 내부의 한 점 A에서 내부의 다른 점 B1로 무선통신을 하려고 할 때 이용할 수 있는 파동을 추론하고 그 방법의 원리를 제시하시오. (10점)

(b) 그림 (나)의 위성은 3가지의 균일한 밀도를 가진 층으로 구성된 고체이며, 그 내부밀도의 크기가 층2>층3>층1의 순서인 것으로 가정하자. 위 문제 (a)에서 고안된 방법을 사용하여 층2에 있는 두 지점 A에서 B2로 무선통신을 할 때 예상 가능한 파동의 전달 경로를 분류하여 그림으로 나타내고 각각의 특성을 논하시오. (10점)



그림(가) : 균일한 밀도를 가진 위성 단면도



그림(나) : 3가지의 균일한 밀도를 가진 층으로 이루어진 위성 단면도

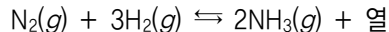
[문제 3] 다음 제시문은 자연에서 일어나는 질소의 순환과 이와 연관된 환경 문제에 관한 것이다. 제시문을 읽고 문제에 답하십시오. (30점)

(가)

질소는 생물체내에서 단백질, 핵산 등을 구성하는 중요한 원소이다. 그런데 대부분의 생물체는 공기 중의 질소(N_2) 기체를 직접 체내로 흡수하지 못하므로 질소는 먼저 다른 원소들과 결합하여 생물체가 이용할 수 있는 형태로 전환되어야 한다. 질소 고정 세균은 많은 에너지를 사용하여 공기 중의 질소를 암모니아(NH_3)로 만든다. 식물은 질소 고정 세균이 만들어 놓은 암모니아나 질산염을 흡수하여 단백질을 합성하며, 동물은 식물성 단백질이나 동물성 단백질을 섭취함으로써 몸에 필요한 질소 성분을 얻는다. 이렇게 생물체 내로 흡수된 질소 화합물은 배설과정을 통해 암모니아나 요소의 형태로 다시 방출되며, 배설물과 생물의 사체에 포함된 유기 질소 성분은 미생물에 의해 암모니아로 분해되어 다시 흙 속으로 되돌아간다. 토양 속의 암모늄염 일부는 식물에 직접 이용되기도 하지만, 대부분은 세균에 의해 아질산염이나 질산염 등으로 산화되어 식물에 흡수된다. 또 다른 세균 집단은 산소가 없는 상태에서 질산염을 질소기체로 환원시켜 대기로 보낸다.

(나)

식물은 보통 토양으로부터 암모니아나 질산염을 흡수하는데, 토양이 척박해지면 이러한 질소 화합물이 부족해진다. 따라서 공업적으로 질소를 수소와 반응시켜 암모니아를 합성하고 이를 이용해 비료를 제조하여 사용한다. 질소는 상온에서 어떤 비금속과도 반응하지 않는 매우 안정한 기체이다. 그러나 1908년 독일의 화학자 하버(F. Harber)는 높은 압력과 온도에서 무기물 촉매를 이용하여 질소와 수소를 직접 반응시켜 암모니아를 합성하는데 성공하였다.



하버는 암모니아 생산법을 고안하여 비료를 대량 생산할 수 있게 함으로써 퇴비와 천연비료에만 의존하던 농업을 개선하여 식량의 생산을 획기적으로 늘리는데 기여하였고, 이 공로로 1918년 노벨화학상을 수상하였다.

(다)

산업화와 도시화가 진행되기 전에는 수질 오염이 문제가 되지 않았다. 오염 물질이 하천에 유입되면 미생물에 의해 분해되어 오염된 물이 자연적으로 정화되는데, 이것을 자연의 자정작용이라고 한다. 그러나 유입되는 오염 물질의 양이 자정작용의 능력을 초과하게 되면 수질 오염이 일어나게 된다. 수질 오염을 판정하는 데 가장 많이 이용되는 기준은 생물학적 산소요구량(BOD)과 용존산소량(DO)이다. BOD는 물속의 유기물이 미생물에 의해 분해될 때 소모되는 산소의 양을, 그리고 DO는 물에 녹아있는 산소의 양을 각각 ppm 단위로 나타낸 것이다. 오염된 물일수록 BOD 값은 커지고 DO 값은 작아진다.

생명의 원천인 물의 오염을 막기 위해서는 우선적으로 오염원 배출을 줄이도록 노력해야 한다. 생활하수나 공장 폐수는 하수 처리장을 통해 정화한 후 하천으로 방류해야 한다. 특히, 수질 오염에 큰 영향을 미치는 가축의 분뇨는 별도로 수거하여 처리하는 것이 바람직하다.

3-1. 질소 기체는 질소 원자 두개가 공유결합한 이원자 분자 상태로 존재한다. 질소 분자는 삼중결합으로 이루어져 있어 결합력이 매우 강하기 때문에 반응성이 거의 없다. 질소분자가 삼중결합 대신 이중결합을 한 형태로 존재한다고 가정할 때, 이러한 결합 구조의 변화가 생물체 내외의 화학 반응에 미치는 영향을 예측하시오. 또 이러한 반응의 변화가 지구환경에 미치는 영향에 대하여 위 제시문 내용에 근거하여 설명하시오. (15점)

3-2. 제시문 (다)의 밑줄 친 문장에서 제기된 가축분뇨 처리 문제를 해결 할 수 있는 과학적인 방법과 그 원리를 위 제시문 내용에 근거하여 설명하시오. (15점)

2. 출제 의도와 문제 해설

1) 출제 의도

가) 수학문제 출제의도

이 문제는 고등학교 수학 I, II 교과과정에서 배우는 수열과 적분의 기본개념과 원리를 바탕으로 출제하였다. 이 문제는 교과과정에서 획득된 지식을 수리적으로 분석하고 유연하게 적용할 수 있는가를 알아보는 문제이다.

나) 과학문제1 (물리 + 지구과학 통합 문제) 출제의도

이 문제는 고등학교 교과서 물리I과 지구과학의 내용을 바탕으로 출제되었으며 물리와 지구과학에 대한 통합적 이해의 정도, 과학적 사고력 및 문제 해결 능력을 측정하는 것을 목적으로 한다.

다) 과학문제2 (생물 + 화학 통합문제) 출제의도

이 문제는 고등학교 화학I과 생물I 교과과정에서 다루는 질소의 순환과 이와 연관된 환경 문제에 관한 것이다. 암기한 지식의 단편적인 서술 능력 보다는 주어진 제시문의 이해와 종합적 해석을 통해 핵심 내용을 파악하고 이를 논리적으로 서술하는 능력을 측정하기 위해서 고등학교 화학I과 생물I 교과서에서 발췌·수정한 제시문을 대상으로 화학과 생물 영역을 통합한 문제를 출제하였다.

2) 논제 분석과 제시문 해설

가) 수학문제 제시문 및 문항 분석

* 제시문은 수학, II 교과과정에서 배우는 함수의 기본성질과 미분과 적분의 기본적인 개념과 원리를 바탕으로 특별한 다항식을 만들어 낸 과정을 설명하고 있다.

- * 1-1 문제는 적분의 기본개념과 원리를 구체적으로 이해하고, 유연하게 적용할 수 있는가를 측정하는 문제이다.
- * 1-2 문제는 주어진 상황을 단순화하는 능력을 측정하는 문제이다.
- * 1-3 문제는 적분의 기본 개념과 주어진 영역의 넓이와의 상호관계를 수리적으로 분석하고 유연하게 적용하는지를 평가하는 문제이다.

나) 과학문제1 (물리 + 지구과학 통합 문제) 제시문 및 문항 분석

- * 수험생이 파동의 주요 인자에 대해 물리적 의미를 이해하는 정도를 측정하고, 제시문의 이해와 이로 부터 파동을 이용한 통신에서 주파수와 전달되는 정보의 양과의 상관관계를 유추할 수 있는지를 평가한다.
- * 일상생활에서 많이 접하는 파동현상과 이를 이용한 통신에 관한 물리적 이해를 바탕으로 위성탐사라는 가상의 지구과학적 탐구상황에 지식을 적용하여 새로운 통신방식을 고안하고 그 원리를 제시하는 능력을 평가한다.

다) 과학문제2 (생물 + 화학 통합문제) 제시문 및 문항 분석

- * 질소 순환이라는 자연 현상을 화학과 생물학적인 관점에서 종합적으로 분석하여 다양한 결론을 유도하도록 문제를 구성하였다.
- * 주어진 환경문제에 대해 도출된 결론을 적용하여 이를 해결하는 응용 능력을 평가하도록 문제를 구성하였다.

이화여자대학교

■ 대학명: 이화여자대학교

■ 모집계열: 인문계열, 자연계열 ※ 예능계열의 의류학과는 인문계열에서 실시

■ 출제유형: 통합교과형 중 자료제시논술형

■ 개 요

- 시험시간 : 150분
- 출제문항수 : 인문, 자연계열 각 7문항
- 답안지 작성분량 : A3 용지 2면

■ 출제방향(취지) 및 교과서관련여부 및 근거:

1. 출제의도 및 특징

가. 이화여자대학교 논술고사는 고등학생들이 정규 교과과정을 통해 배양한 다양한 지적 능력을 체계적이며 종합적으로 측정할 수 있는 문제들을 개발하여 입학전형 요소로서의 논술고사 양식의 다변화를 시도하였다. 또한 장기간 입시에 시달리고 있는 중·고등학교 학생들의 현실을 고려하여, 가능한 한 그들에게 친숙한 자료를 통해 심리적 부담을 덜 가지고 시험을 치를 수 있도록 배려하였다. 이를 위해 모든 제시문의 소재와 범위를 학교 교과과정과 직간접적으로 연관되도록 하되, 최근 한국 사회의 발전에 대한 성찰적 이해를 가지고 있는 사람이라면 별도의 선행지식 없이 어렵지 않게 접근할 수 있는 주제를 선택하여 고교 교육 정상화에 일조하고자 하였다.

나. 본교의 논술고사는 학생들의 언어·수리적 사고 능력의 논리성과 합리성, 그리고 논증능력과 이를 바탕으로 하는 통합적 사고력 및 의사소통 능력을 측정하고자 하였다. 언어영역에 중점을 둔 문제에서는 수준 높은 제시문을 정확하게 이해할 수 있는 이해력과 분석력, 여기에 담겨있는 주제와 내용을 비판적으로 검토할 수 있는 비판적 사고력, 구체적 사례의 분석을 통한 지식활용능력과 창의적 사고력, 그리고 이를 바탕으로 자신의 견해와 입장을 논리적으로 명확하게 제시할 수 있는 구성력과 문장 표현력 등을 평가할 수 있는 다양한 문제들을 출제하였다. 수리적 사고력을 주로 측정하는 문제는 일상생활에서 발생할 수 있는 여러 상황 또는 사회현상 및 자연현상을 제시하여, 그 상황을 기본적인 수학적 지식 및 수리적·논리적·분석적 사고력으로 해결할 수 있는지에 대한 능력을 측정하도록 하였다. 고교 교과과정의 기초적인 수리 지식과 개념 원리를 정확히 이해하고, 논리적이고 체계적인 사고력이 훈련된 학생이라면 누구나 해결할 수 있도록 하였다.

2. 문제의 구성

본교의 논술고사는 기본적으로 통합논술의 성격을 가지고 있다. 즉, 특정 주제와 관련하여 인문학적 사고와 사회과학적 사고 및 수리적 사고를 결합하는 통합적 이해력과 사고력 및 표현력을 측정하고자 하는 논술이다. 인문계열의 논술고사는 수리적 사고력을 측정할 수 있는 2문항(통합문제 1문항)과 언어영역에 중점을 둔 5문항(통합문제 3문항) 등 총 7문항으로 이루어져 있고, 자연계열은 수리영역에 중점을 둔 4문항(통합문제 1문항)과 언어적 사고력을 측정하는 3문항(통합문제 3문항) 등 총 7문항으로 구성되었다.

언어적 사고력을 평가하기 위한 언어 영역의 2개 문제 세트는 특정 주제에 대해 동일한 지적 경향을 가진 제시문들을 논리적으로 상호 연관시키도록 함으로써 정확한 이해력과 논리적 구성력을 측정하고자 하였다. 황지우의 시(‘강’), 오비디우스의 〈변신 이야기〉, 피터 리처슨과 로버트 오이드의 〈유전자만은 아니다〉 등 인문·사회·자연과학을 망라하는 다양한 글을 제시하고 이것을 다른 제시문과 연관시켜 비판적으로 검토하게 함으로써 학생들의 이해력과 비판적 사고력도 측정하였다. 특히 논제에 특정한 조건과 맥락을 부여하여 주어진 제시문과 조건들을 이해하지 못한 채 사전에 준비된 상투적인 답안을 작성하는 논술 답안 작성의 관행을 개선하고자 하였다.

수리적 사고력을 평가하기 위한 문제는 가상적이지만 일상생활이나 사회 및 자연현상에서 일어날 수 있는 상황을 제시하고, 논리적이고 수리적인 사고를 통하여 문제를 해결하는 과정을 서술하도록 하여 과정 중심적 논증력을 평가할 수 있도록 하였다. 난해한 원리나 어려운 지식을 이용하여 정답을 도출하는 문제가 아니라, 정상적인 고교 교과과정을 성실하게 이수한 학생들이면 누구나 기초적인 개념과 원리를 적절하게 사용하여 풀 수 있는 문제를 출제하였다.

■ 평가기준

1. 주어진 상황과 제시문에 대한 정확한 이해력
 - 문제에서 제시하고 있는 상황에 대한 정확한 분석력
 - 핵심적인 개념, 문장, 근거, 지문내용에 대한 이해력
 - 올바른 자료해석 능력 및 사고의 정확성과 포괄성
2. 객관적·논리적 근거에 입각한 논증력
 - 고찰한 상황 혹은 특성에 대한 객관적이고 논리적인 근거에 입각한 서술능력
 - 주어진 조건과 관계없는 장황한 자기 주장은 감점 요인
3. 제시문 주장에 대한 비판적 사고력
 - 지문에 대한 정확한 이해를 바탕으로 한 비판능력
 - 지문(주장)들 상호간의 관계에 대한 사고력
 - 문항 자료의 정확한 분석을 통한 지문 주장에 대한 비판능력
 - 구체적 사례와 일반적 주장의 논리적 관계에 대한 사고능력

4. 언어적 의사소통능력 및 종합능력

- 정확한 어법과 표현의 명료성 등
- 종합적 문제해결능력 및 일관성 있는 사고력과 논리력

■ 출제문제 : 계열별로 구분

[문항 5]

현재 우리나라 지폐는 1천원권, 5천원권, 1만원권으로 구성되어 있다. 사람들은 같은 금액인 경우, 가능하면 적은 장수의 지폐를 소지하고자 한다. 예를 들어, 1만 6천원의 경우 1천원권 16장보다는 1만원권 1장과 5천원권 1장, 1천원권 1장으로 총 3장의 지폐를 소지하고자 한다. 한국은행이 지폐 인쇄비용을 최소화하는 방법은 사람들이 소지하고자 하는 총 장수에 비례하여 각 지폐를 공급하는 것이다. (단, 이 문제에서 동전 사용은 없고, 권종별 인쇄비용은 동일한 것으로 가정한다.) [15점]

- (1) 사람들이 소지하는 금액 중 1만원 단위 미만인 0원, 1천원, 2천원, ..., 9천원 등 10가지 경우가 모두 균일한 분포를 이룬다고 가정하자. 한국은행이 지폐 인쇄비용을 최소화하기 위하여 1천원권과 5천원권을 어떤 비율로 공급해야 하는지 설명하시오.
- (2) 사람들이 소지하는 금액이 증가함에 따라, 기존 1만원권에 추가하여 5만원권 또는 10만원권 중 1종의 고액권 발행을 검토하고 있다. 사람들이 소지하는 금액에 따라 새로 발행할 고액권 종류의 선택 방법을 지폐 인쇄비용 최소화의 관점에서 논하시오.

[문항 6]

식중독균에는 새로운 개체를 만들어내는 데 소요되는 시간과 생존 시간이 다른 여러 종류의 균들이 있다. 각각의 균별 특성에 따른 증식 속도를 파악하여, 특정 시점의 식중독균 개체 수를 추정하는 것은 식품의 유통기한을 결정하는 데 매우 중요하다. 다음 자료는 두 종류의 식중독균에 대해 식품 유통 환경에서의 특성을 조사한 것이다. [15점]

- A균은 신생균과 성숙균으로 분류되고, 1시간마다 신생균과 성숙균 모두 새로운 신생균을 만들며 그 직후에 기존 신생균은 성숙균으로 성장하고, 기존 성숙균은 사멸한다.
- B균의 개체 수는 2시간마다 2배로 늘어난다. 일단 만들어진 개체는 주어진 환경 하에서는 사멸하지 않는다.

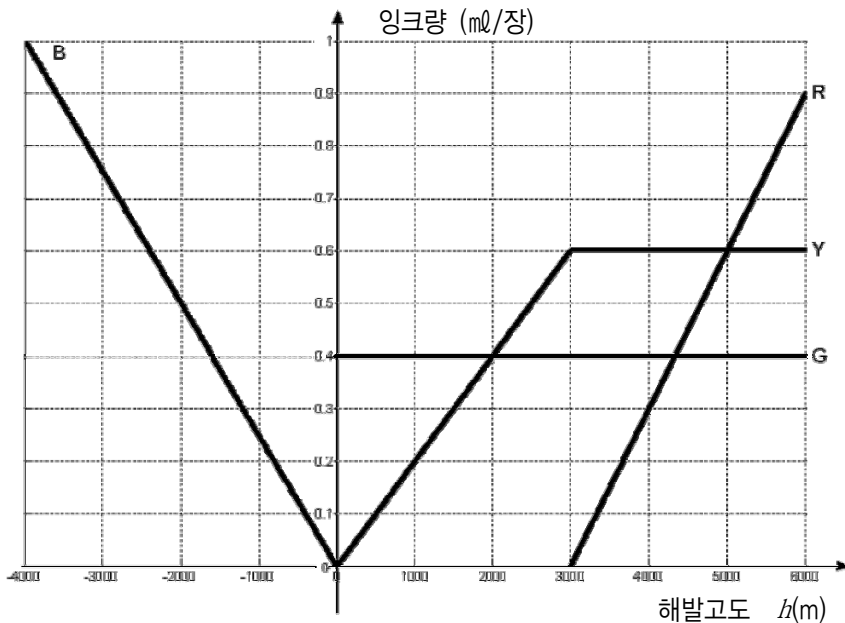
- (1) 초기에 A균의 신생균 개체 수(p_0)가 1이고 성숙균 개체 수(q_0)가 0이어서

총 개체 수(r_t)가 1로 주어진 경우, A균의 개체증가 특성을 고려하여 개체 수가 10이상으로 증가하는 데 소요되는 시간을 추정해 보시오.

- (2) 현재 A군만을 포함한 식품과, 그에 비해 4배 많은 개체 수의 B군만을 포함한 식품이 있다. 식품관리책임자로서 A군과 B군의 상대적 증식 속도를 고려하여, 시간 경과에 따른 두 식품의 식중독 유발 가능성에 대해 논하시오. (식중독 유발 가능성은 균의 종류에 관계없이 개체 수에 따라 증가한다고 하자.)

[문항 7]

지형도에서 해발고도를 나타내기 위해 사용하는 다양한 색은 몇 가지 기본 색상의 혼합으로 표현할 수 있다. 다음 그래프는 지형도 인쇄에 사용되는 4가지 색상의 잉크의 양을 해발고도에 따라 표시한 것이다. 가로축은 고도 h (육지 $h > 0$, 수면 $h < 0$)를 나타내고, 세로축은 지도 1장 전체를 고도 h 로 인쇄할 경우 소요되는 잉크의 양을 나타낸 것이다. 인쇄에 사용된 4개의 잉크 사용량으로부터 지도에 표시된 지역의 지형에 관한 정보를 얻을 수 있다. (단, 지도의 모든 영역은 $-4,000\text{m}$ 에서 $6,000\text{m}$ 사이의 고도로 표시되어 있으며, 고도에 따른 지형 이외의 모든 표식은 4가지 색상 이외의 잉크를 사용한다.) [20점]



- (1) 지도에 표시된 육지와 수면의 면적 비율을 구하려면 어떤 색상의 잉크 사용량을 반드시 알아야 하는지 설명하고, 또한 여러 색상의 잉크 사용량으로부터 수면의 평균 수심을 구하는 방법에 대하여 논하시오.

- (2) 위 4개의 잉크 사용량으로부터 육지의 평균 고도를 결정할 수 있는지 여부를 판정하고, 가능하다면 결정 방법을, 불가능하다면 결정할 수 없는 이유를 설명하시오.

■ 예시답안 :

[문항 5]

* 예시답안

(1) 사람들의 지폐 소지 금액별 1천원권과 5천원권의 출현빈도를 조사하면, 1천원일 때 1천원권 1회 나타나고, 2천원일 때 1천원권 2회 나타나고, ..., 5천원일 때 5천원권 1회 나타나고, ..., 9천원일 때 1천원권 4회, 5천원권 1회 나타난다. 따라서 각각의 경우가 동일한 확률로 1회씩 발생한다고 하면, 총 1천원권 20회, 5천원권 5회 나타나므로, 1천원권과 5천원권을 20:5(= 4:1)로 공급해야 지폐 인쇄비용을 최소화 할 수 있다.

(2) 사람들의 지폐 소지 금액별 1만원권, 5만원권, 10만원권의 출현빈도를 조사하면, 1만원에서 9만원을 소지할 경우 5만원권을 발행하면 1만원권 20회, 5만원권 5회 (총 25회) 나타나고 10만원권을 발행하면 1만원권 45회, 10만원권 0회 (총 45회) 나타난다. 10만원에서 19만원을 소지할 경우 5만원권을 발행하면 1만원권 20회, 5만원권 25회 (총 45회) 나타나고 10만원권을 발행하면 1만원권 45회, 10만원권 10회 (총 55회) 나타난다. 20만원에서 29만원을 소지할 경우 5만원권을 발행하면 1만원권 20회, 5만원권 45회 (총 65회) 나타나고 10만원권을 발행하면 1만원권 45회, 10만원권 20회 (총 65회) 나타난다. 종합하면 10만원권 발행 시 소지 금액에 따른 지폐 출현 빈도의 증가 속도가 5만원권을 발행 할 때보다 현저히 낮다. 또한 누적 출현 빈도가 49만원 까지는 5만원권을 발행할 때 낮지만 50만원 이상 부터는 10만원권을 발행 할 때 낮다. 따라서 사람들의 평균 지폐 소지 금액이 50만원을 넘게 되면 10만원권을 발행하는 것이 지폐 인쇄비용이 적게 든다.

* 채점평

주요 채점기준은, 1) 주어진 자료를 가지고 가상의 상황을 추론할 수 있는지, 2) 정확한 답을 제시하는지, 3) 소지하는 금액의 크기에 따라 비용이 가변적임을 이해하고 이러한 사실을 답안 작성에 이용하고 있는지 등이었다. 이러한 채점기준에 의거한 채점평은 다음과 같다.

최근 우리 사회에서는 신규 고액권 발행에 대한 뜨거운 논의를 경험한 바 있다. 본 문제에서는 이처럼 실제로 진행되고 있는 상황을 단순하게 설정하여 수험생들의 논리력을 측정하고자 하였다. 기본적으로 이 문제에서는 복잡한 수학적 지식이 요구되지 않고 가정의 상황을 추론할 수 있는 명확한 수리적, 논리적 사고 능력이 요구되었다. 문제 (1)의 경우 0원에서 9천원까지 10가지(또는 0원 제외 9가지)의 모든 경우 각각의 지폐 장수를 단순 나열하는 방식으로 답을 작성한 수험생들은 높은 점수를 받지 못하였다. 4:1의 동일한 비율이라는 언급이 구체적으로 이뤄지지 않은 경우도 감점요인이 되었다. 문제 (2)의 경우 소지 가능한 모든 금액 별로 지폐 장수를 비교하여 결론에 도달한 답안이 높은 평가를 받았다. 특정 금액 혹은 특정 금액의 범위에 대해서만 가정해서 논한 경우도 감점이 되었다.

[문항 6]

※ 예시답안

(1) 매 시간 신생균의 개체 수는 이전 시간 신생균의 개체 수와 성숙균의 개체 수를 더하면 되고 성숙균의 개체 수는 이전 시간 신생균의 개체 수와 같다. 따라서 A균의 개체수가 변하는 과정을 처음 몇 시간 동안 추적하면 다음과 같다.

시 간	0	1	2	3	4	5
신생균	1	1+0=1	1+1=2	2+1=3	3+2=5	5+3=8
성숙균	0	1	1	2	3	5
총 개체수	1	2	3	5	8	13

따라서 5시간 후에 개체 수가 10 이상이 된다.

(2) n 시간 후 B균의 개체 수를 s_n 이라 하면 n 이 홀수일 때는 B의 개체 수가 변하지 않고 짝수이면 두 배로 늘어난다. 처음에 A균이 한 마리였다면 B균은 네 마리가 있는 것이므로 r_n 과 함께 시간에 따라 개체 수의 변화를 비교하면 다음과 같다.

시간	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
s_n	4	4	8	8	16	16	32	32	64	64	128

따라서 6시간까지는 B균의 개체 수가 많지만, 7-9시간 사이는 비슷하고, 10시간 후에는 A균의 개체 수가 많아진다. 10시간 이후에는 A균의 개체 수는 그 이전 두 시간의 개체 수를 더한 것이므로 일단 B균보다 많아지면 두 시간마다 두 배씩 늘어나는 B균보다 항상 크고 더 빨리 증가한다. 따라서 7시간 이전에는 B균이 있는 식품의 식중독 유발 가능성이 많지만, 10 시간 이후에는 A균이 있는 식품의 식중독 유발가능성이 더 많으므로 장기간 관리할 경우에는 A균의 관리를 더 철저히 해야 한다.

※ 채점평

주요 채점기준은, 1) 주어진 자료를 가지고 질문이 요구하는 바를 정확하게 도출하였는지, 2) 시간의 변화에 따른 개체 수의 변화를 정확하게 예측하였는지, 3) 장기적으로 A균 관리가 중요한 이유를 논리적으로 설명하고 있는지 등이었다. 이러한 채점기준에 의거한 채점평은 다음과 같다. 식중독균의 증식 특성을 매우 간단한 수리모형으로 나타내고, 이것을 분석하여 식품을 관리하는데 체계적으로 어떤 대책을 세울 수 있을 것인지 논술하는 능력을 평가하였다. 이 문제에서 좋은 점수를 얻기 위해서

는 설정된 상황을 이해하고 그것을 수리적으로 모형화하는 능력과 수리 모형을 엄밀한 논리에 따라 분석하는 능력, 분석 결과를 해석하여 대책을 세우는 능력 등이 필요하다. 문제 (1)의 경우 시간에 따라 총 계체 수 1, 2, 3, 5, 8, 13의 과정을 통해 5시간 정답을 구한 경우 높은 점수를 받았다. 문제 (2)의 경우 A균의 증가 속도가 B균의 증가 속도보다 빠르기 때문에 처음에 B균이 많았다고 해도 시간이 충분히 지나면 언젠가는 A균이 더 많아진다는 내용을 논리적으로 설명했는지가 채점의 주요 포인트였다. 이러한 논리를 전개하면서 작성한 답안의 경우 높은 점수를 받았다.

[문항 7]

* 예시답안

(1) R, Y, G, B 4가지 색상의 잉크사용량을 각각 I_R , I_Y , I_G , I_B 라 하자. G 색상의 잉크는 수면에는 사용되지 않고 육지에만 일정한 비율로 사용되므로, 육지면적에 비례하여 사용된다. 지도 1장 전체가 육지인 경우 $I_G = 0.4(\text{mL})$ 가 사용되므로, 육지비율 $= \frac{I_G}{0.4}$ 이다. B 색상은 수면에만 사용되고, 특정 수심을 가지는 부분의 B 색상의 사용량은 (수면면적과) 수심(의 곱)에 정비례하므로, 전체 B 사용량은 수면 면적과 평균수심의 곱에 비례한다. 전체가 수심 4,000(m)인 경우 $I_B = 1.0(\text{mL})$ 가 사용되므로, 수면비율 $= 1 - \frac{I_G}{0.4}$ 이고 평균수심 $= 4000(\text{m}) \frac{I_B}{\text{수면비율}}$ 이다.

(2) 문제에서와 같이 3,000(m)를 기준으로 하여 Y 함수와 R 함수가 하나는 우측에서 선형함수(직선)이고 좌측에서는 상수함수(수평선)이며, 다른 하나는 정반대이기 때문에 두 함수에 적당한 상수를 곱하여 합하면 고도에 비례하는 함수를 만들 수 있다. 이를 (1)과 같은 방법에 적용하면 평균고도를 구할 수 있다.

* 채점평

주요 채점기준은, 1) 함수 및 그래프의 의미를 파악할 수 있는지, 2) 고교 수준의 적분 기본 개념을 적용하여 함수 및 그래프의 의미를 설명할 수 있는지, 3) 주어진 데이터에 의존하여 문제해결을 위한 분석력을 가지고 있는지 등이었다. 이러한 채점기준에 의거한 채점평은 다음과 같다.

비교적 많은 학생들이 낮은 점수를 받았다. 본 문제에서는 적분 개념이 사용되고 있지만 고교 과정의 수학 I을 충실히 이수한 학생이라면 충분히 풀 수 있는 문제였다. 문제 (1)의 경우 육지비율을 0.4로 나누어야 한다는 개념을 설명한 경우만 높은 점수를 받았다. 특히 ‘평균수심’을 ‘(깊이의)적분량/면적’의 개념으로 정확하게 언급하지 않고 ‘B와 G를 사용한다’라고 설명한 경우 감점요인이 되었다. 문제 (2)의 경우 핵심 포인트는 구체적인 함수를 구해서 제시하고, 해발고도 3,000기준으로 한다는 설명이 반드시 포함되어야 높은 점수를 받을 수 있었다. 가장 대표적인 오류는 문제 (2)에서 3,000(m)이하는 Y를 이용하고, 3,000(m) 이상은 R을 이용하면 되기 때문에, Y와 R의 사용량을 조합하면 육지 평균고도값을 구할 수 있다는 유형의 답안이었다. 이 경우 두 함수는 정비례하는 함수가 아니므로 평균고도를 구할 수 없고 따라서 오답 처리 되었다.

4. 문항별 배점표

	문항1 (공통)	문항2 (공통)	문항3 (공통)	문항 4 (공통)	문항5 (인문/자연분리)	문항6 (인문/자연분리)	문항7 (인문/자연분리)
인문계열	10점	15점	10점	15점	20점	15점	15점
자연계열	10점	15점	10점	15점	15점	15점	20점

인하대학교

1. 출제유형 및 개요

■ 인하대학교 자연계 논술의 특징

교과서의 수준과 범주 안에서 문제가 출제될 전망이다. 교과서 위주로 준비하며 기본 지식을 쌓는데 충실했던 학생이라면 어려움 없이 답안을 작성할 수 있을 것이다.

■ 출제유형 : 1교시 계열공통 - 언어논술, 2교시 수리논술

■ 시간/점수 : 50분/20점(계열공통 - 언어논술) + 80분/80점(수리논술)

■ 제시문/논제 : 4개~6개/3개~5개

■ 답안지 작성 분량 : 제한 없음

■ 출제방향

수리논술의 경우, 제시문은 고등학교 교과서에 언급된 내용을 그대로 옮겼거나 조금 더 보완하여 실었으며, 학생들이 전문적인 내용을 사전에 알고 있지 않더라도 제시문에 주어진 내용만으로도 논제를 풀 수 있도록 구성되었다. 논제의 경우, 제시문에서 주어진 내용을 충분히 이해하고 적절하게 인용하는지, 수학적 개념을 적절히 적용할 수 있는지, 정확한 수식을 사용하여 논리적으로 답안을 작성할 수 있는지를 평가하는데 중점을 두었다.

※ 2009학년도는 수리논술이 100분으로 변경

※ 2009학년도 수리논술의 출제방향은 2008학년도와 같다.

※ 2009학년도 수리논술의 범위

교과	과목	참고
수학	10-가/나, 수학 I, 수학 II, 미분과 적분	
과학	과학, 물리 I, 화학 I, 생물 I, 지구과학 I	2과목 내외

2. 기출 문제 해설(출제 의도, 예시 답안, 평가 기준 등)

I. 08학년도 인하대 수시 2-1 논술고사 해설

자연계열

1. 출제문

* 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

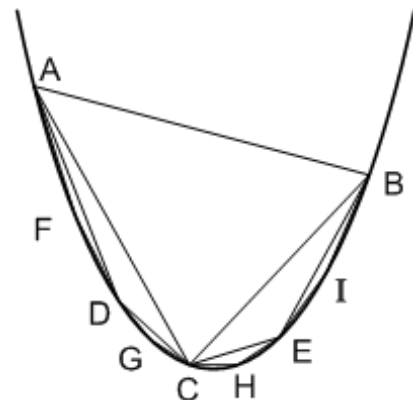
(가)

미분과 적분은 현대 수학을 지탱하는 두 개의 중요한 개념으로 상호 보완적인 성격을 띠고 있다. 이 두 개념은 17세기에 영국의 뉴턴과 독일의 라이프니츠에 의해서 독립적으로 개발되었다고 알려져 있다. 그러나 미분과는 달리 적분(혹은, 최소한 적분 원리)은 실용적인 필요성에 의해서 고대 세계에서부터 원시적인 형태로나마 사용되고 있었다. 그리고 당시에 사용되던 적분 기법은 아르키메데스에 의해서 체계화되었다.

아르키메데스(Archimedes)는 기원전 287년부터 212년까지 시칠리아 섬의 시라쿠스에서 활동했던 고대 세계 최고의 수학자 중의 하나이다. 그는 기원전 212년, 2차 포에니 전쟁 중에 시라쿠스가 로마군에 의해서 함락된 후, 로마군의 칼에 죽게 될 때까지 기하학, 물리학, 공학 분야에 많은 업적을 남겼다. 기하학 분야에서 아르키메데스는 구분구적법이라는 적분의 원리를 창안해 내고 이를 이용하여 구의 부피 및 겉넓이를 구하는 것을 비롯하여 다양한 곡면의 넓이와 부피를 구하는 방법을 발견하였다. 특히, 그는 당시의 수학자 에라토스테네스(Eratosthenes, B.C. 275-194)에게 보낸 편지 형식으로 쓴 저서 [방법론]에서 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 제시하였다.

(나)

아르키메데스는 오른쪽 [그림 1]과 같이 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 삼각형으로 분할하는 방법으로 구하였다. 즉, 직선과 포물선이 만나는 점을 A , B 라고 하고, 직선 AB 에 평행한 접선을 갖는 포물선 위의 점 C 를 잡은 후에 삼각형 ABC 의 넓이를 구한다. 다음으로 직선 AC , BC 와 평행한 접선을 갖는 포물선 위의 점 D , E 를 잡고, 삼각형 ADC 와 삼각형 CEB 의 넓이의 합을 구한다. 같은 방법으로 접선이 직선 AD , DC , CE , EB 와 평행하게 되는 포물선 위의 점 F , G , H , I 를 잡고 삼각형 AFD , DGC , CHE , EIB 의 넓이의 합을 구한다.

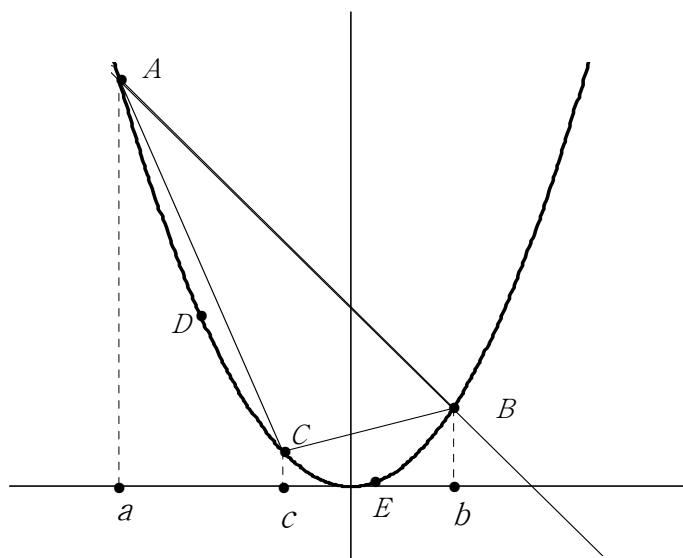


[그림 1]

이러한 방법을 연속적으로 시행하여 삼각형의 넓이를 합함으로써, 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다. 여기에서 아르키메데스는 한 단계에서 삼각형들의 넓이의 합과 다음 단계에서 만들어지는 삼각형들의 넓이의 합의 비율은 일정함을 보였다. 즉, 삼각형 ABC 의 넓이와 삼각형 ADC 와 CEB 의 넓이의 합의 비율은 삼각형 ADC 와 CEB 의 넓이의 합과 삼각형 AFD , DGC , CHE , EIB 의 넓이의 합의 비율과 같음을 보였다. 이러한 사실과 무한등비급수를 이용하여 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 정확하게 계산할 수 있었다.

(다)

위의 제시문에서 주어진 내용을 구체적으로 살펴보기로 하자. 아래 [그림 2]와 같이 평면 위에 포물선 $y=x^2$ 이 주어졌다고 하자. 그리고 포물선 위의 두 점 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ 을 잡고, 직선 AB 에 평행한 접선을 갖는 포물선 위의 점을 $C(c, c^2)$ 이라고 하자. 그러면, c 는 a 와 b 의 평균값이 되고 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{8}(b-a)^3$ 이 된다. 같은 방법으로 접선이 직선 AC , CB 와 평행하게 되는 포물선 위의 점을 $D(d, d^2)$, $E(e, e^2)$ 이라고 하면, $d = \frac{a+c}{2}$, $e = \frac{c+b}{2}$ 가 된다. 그리고 삼각형 ADC 와 CEB 의 넓이의 합을 구하고, 이것과 삼각형 ABC 의 넓이와의 비율을 생각한다. 그러면 놀랍게도 이 비율은 이러한 작업을 계속해도 변하지 않게 된다. 이 사실과 무한등비급수의 합을 이용하면 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이는 현대적인 적분을 사용하지 않더라도 구할 수가 있다.

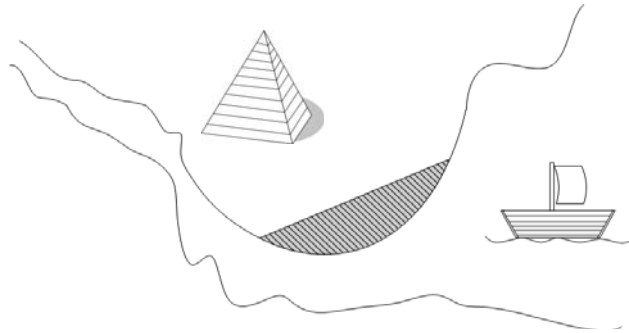


[그림 2]

(라)

나일강의 하류에 위치한 이집트에서는 매년 일정한 시기에 나일강의 홍수를 경험해야 했다. 이것은 다행스럽게도 재앙이 아닌 축복이었다. 나일강의 홍수로 인하여 상류의 기름진 토사가 하류로 운반되어 이집트의 평야를 비옥한 상태로 유지할 수 있게 해 주었기 때문이다. 그러나 나일강이 범람을 하게 되면 기존의 토지 경계선이 없어지기도 하고, 일부 지역이 새로 생기거나 침수되는 경우가 자주 일어났다. 따라서 이집트에서는 나일강이 범람한 후에 토지를 다시 측량하여 범람 이전의 각자의 몫에 따라 재분배할 필요성이 있었다. 이러한 이유로 고대 이집트에서는 복잡한 곡선으로 둘러싸인 지역의 넓이를 구하는 방법을 포함한 다양한 토지 측량술이 발전했으며, 아울러 이것의 이론적 배경이 되는 기하학도 함께 발전하였다.

예를 들면, 나일강이 범람한 후에 강 주변에 아래 [그림 3]과 같이 빗금 친 부분의 땅이 새로 생겼다고 하자. 그리고 땅 위에 가상의 좌표축을 설정하고 아래의 빗금 친 부분은 곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=x+2$ 로 둘러싸여 있다고 하자. 그러면 제시문 (나)와 (다)에서 주어진 방법에 따라 [그림 3]의 빗금 친 부분의 넓이를 계산할 수 있다.



[그림 3]

[문항 1]에서는 제시문 (라)에서 주어진 빗금 친 부분의 넓이를 현재 잘 알려진 정적분을 이용해서 구해보고, [문항 2]에서 [문항 5]까지는 제시문 (나)와 (다)에서 설명한 아르키메데스의 방법을 이용하여 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구해본 후 두 결과를 비교해 본다.

[문항 1] 제시문 (라)에서 주어진 빗금 친 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하시오. (15점)

[문항 2] 포물선 $y=x^2$ 위의 임의의 두 점 $A(a, a^2)$ 과 $B(b, b^2)$ 을 잡자. 그러면 접선이 직선 AB 에 평행하게 되는 접점의 x 좌표는 a 와 b 의 평균값이 됨을 보이고 그 점에서의 접선의 방정식을 구하시오. (15점)

[문항 3] 제시문 (다)에서 포물선 $y=x^2$ 위의 세 점 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$, $C(c, c^2)$ 에 대하여, c 가 a 와 b 의 평균값일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{8}(b-a)^3$ 이라고 하였다. 이를 상세히 설명하시오. 여기에서 b 는 a 보다 큰 실수이다. (15점)

[문항 4] 제시문 (다)의 삼각형 ADC 와 CEB 의 넓이를 구하고, 이 넓이의 합과 삼각형 ABC 의 넓이의 비율을 구하시오. (15점)

[문항 5] [문항 4]에서 구한 삼각형 넓이의 합의 비율이 제시문에서 설명한 바와 같이 매 단계마다 일정함을 논리적으로 설명하고, 이를 이용해서 [그림 3]의 빗금 친 부분의 넓이를 구하시오. (20점)

2. 출제 의도와 문제 해설

1) 출제 의도

인하대학교 수시모집 2-1 자연계 논술고사에서는 미분, 적분, 수열 등 고교 수학에서 배우는 기본적인 개념을 이해하고, 이를 기하학을 비롯한 다른 수학 분야, 물리학, 화학, 지구과학, 생물학 등의 자연과학 분야나 경제학이나 사회학 등의 사회과학 분야에 적절하게 응용할 수 있는가를 평가하는데 중점을 둔다. 기하학을 비롯한 다른 수학 분야나 자연과학 분야 혹은 사회과학 분야의 이론이나 현상 중에서 고교 수학에서 배우는 개념만으로 이해할 수 있는 내용을 제시문에서 충분히 설명하고, 다시 이들 내용과 관련하여 기본적인 수학 개념을 활용하여 답할 수 있는 문제를 논제로 삼았다.

제시문은 고교 과정의 수학 교과서에서 발췌하였고, 논제에서는 기본적인 수학 개념의 이해 정도, 제시문의 서술문 이해 능력, 논리적인 글쓰기 및 수식 전개 능력 등을 평가하는데 중점을 두었다. 특히, 제시문에서 주어진 내용에 대한 사전의 지식이 없다고 하더라도 제시문에서 주어진 설명만으로 충분히 이해가 가능하도록 하였다. 논제에서는 단순한 수식 전개나 계산뿐만 아니라 문장 작성에도 큰 비중을 두어서 학생들의 글쓰기 능력도 중요한 평가 요인이 되게 하였다.

2) 주제 분석과 제시문 해설

* 주제 분석

고교 과정에서 구분구적법은 적분의 기본 원리로 소개되어 있다. 구분구적법은 곡선 아래의 넓이를 구할 때에, 작은 직사각형으로 분할하여 직사각형들의 넓이의 합의 극한을 계산하여 곡선 아래의 넓이를 구하는 방법으로 설명되어 있다. 그리고 이러한 방법은 고대 세계의 최고의 수학자 중의 하나인 아르키메데스(Archimedes)에 의하여 발견 및 발전되었고, 아르키메데스는 이러한 방법을 이용하여 원이나 구를 비롯한 여러 형태의 곡면의 겉넓이와 부피를 계산하였다.

또한, 아르키메데스는 구분구적법의 응용으로 포물선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 삼각형으로 분할하고, 분할된 삼각형들의 넓이 사이의 관계를 이용하여, 현대적인 적분을 사용하지 않고서도, 포물선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 방법을 제시하였다. 그리고 이러한 방법은 고등학교의 수학 교과서에 연습문제 혹은 참고사항으로 언급되고 있다. 본 논술고사의 제시문에서는 아르키메데스가 사용한 방법을 단계별로 제시하였고, 논제는 각 단계별로 필요한 사항을 논리적으로 설명하거나 계산하는 문항으로 이루어져 있다. 그리고 마지막으로 구체적으로 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역을 제시하고, 그 넓이를 정적분에 의한 방법과 제시문에서 설명한 방법으로 계산하여 두 방법이 궁극적으로 동일함을 확인하도록 하였다.

* 제시문 해설

- ① 제시문 (가) : 논술의 도입부로서 구분구적법이 고대의 아르키메데스에 의해서 많이 연구되었고, 또 이 방법은 이집트에서 토지 측량 등의 목적으로 많이 이용되었음을 서술하였다.
- ② 제시문 (나) : 포물선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 (적분을 사용하지 않고) 삼각형으로 분할하여 구하는 개략적인 방법을 설명하였다.
- ③ 제시문 (다) : 포물선을 구체적으로 $y = x^2$ 으로 잡고, 이 곡선과 임의의 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 방법을 제시문 (나)의 내용을 바탕으로 자세하게 설명하였다.
- ④ 제시문 (라) : 제시문 (나)와 (다)에서 설명한 방법에 따라 구체적으로 계산을 수행하기 위하여 포물선과 직선으로 $y = x^2$ 과 $y = x + 2$ 를 잡고 구체적인 영역을 제시하였다.

3) 문항 해설

문항은 모두 두 가지 유형의 5개 문제로 되어 있다. 문항 2, 3, 4, 5는 제시문 (나), (다)에서 개략적이고 단계적으로 설명한 아르키메데스 방법을 구체적인 계산을 통하여 확인을 하는 문제이고, 문항 1, 5는 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = x + 2$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 정적분을 이용한 계산과 (정적분을 이용하지 않고) 제시문 (나), (다)에서 설명한 방법에 따른 계산을 수행하고 두 결과가 같음을 확인하도록 되어 있다.

[문항 1] 제시문 (라)에서 주어진, $y = x^2$ 과 $y = x + 2$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 정적분을 사용하여 구하는 문제이다. 비교적 간단한 적분 문제로 5개의 문항 중에서 가장 쉬운 문제이다.

[문항 2] 포물선과 직선이 만날 경우에, 접선이 직선에 평행하게 되는 포물선 위의 점의 $\bar{x}$ 좌표는 포물선과 직선의 두 교점의 $\bar{x}$ 좌표의 평균값과 같음을 보이는 문제이다. 이 문제는 미분을 이용하면 비교적 간단하게 해결될 수 있으며, 본질적으로 미분을 이용하지 않더라도 조금 더 복잡한 계산을 통하면 해결될 수 있다.

[문항 3] 포물선과 직선이 만날 경우에 만나는 두 교점과 주어진 직선에 평행한 접점을 갖는 포물선 위의 점으로 이루어진 삼각형의 넓이를 구하는 문제이다. 이 문제는 사다리꼴의 넓이를 구하는 공식과 인수분해를 포함한 약간의 계산을 통해서 해결될 수 있다.

[문항 4] 문항 3에서 얻은 결과를 이용하여, 제시문 (나), (다)의 두 번째 단계에서 만들어진 두 삼각형의 넓이의 합을 구하고, 첫 번째 단계에서 얻은 삼각형의 넓이와 두 번째 단계에서 얻은 두 삼각형의 넓이의 합의 비율을 구하는 문제이다. 이 문항에서는 새로운 계산을 수행하지는 않는다. 이 문항에서는 논제 3에서 얻은 계산 결과의 의미를 올바르게 이해하고, 이것을 다른 상황에 적용할 수 있는 능력을 주로 평가한다.

[문항 5] 문항 3, 4의 결과를 이용하여 아르키메데스가 사용한 방법을 구체적으로 설명하는 문제이다. 즉, 제시문 (나), (다)에서 설명한 방법을 충분히 숙지하고, 문항 3, 4의 결과를 이용하여 포물선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 적절한 형태의 무한등비급수로 바꿔서 계산할 수 있는가를 평가하는 문제이다. 또한, 이 결과를 이용하여 영역이 논제 1에서 주어진 $y = x^2$ 과 $y = x + 2$ 로 둘러싸인 부분일 경우에 계산 결과가 논제 1에서 현대의 정적분을 이용하여 계산한 결과와 같은가를 확인한다. 특히, 이 문제에서는 제시문 (나), (다)에서 설명한 방법을 올바르게 이해했는가와 문항 3, 4에서 자신이 얻은 결과의 의미를 적절하게 파악하고 있는가를 주로 평가한다. 그리고 자신의 생각을 수식을 포함한 일반 서술문으로 올바르게 표현할 수 있는가도 중요한 평가척도가 된다.

4) 평가 기준

2008학년도 인하대학교 수시 2-1 자연계 논술고사에서는 다음의 사항들을 중점적으로 평가한다.

- 주어진 제시문을 정확하게 이해하고, 이를 바탕으로 각 문항에서 요구하는 문제를 파악하는 능력
- 미분, 적분, 수열, 포물선 등 고교 교과서에서 배우는 수학의 기본 개념을 이해하고 활용하는 능력
- 각 문항간의 연관성 및 흐름을 파악하고, 필요한 경우에 앞 문항의 결과를 적절하게 활용할 수 있는 능력
- 수식이 들어있는 계산 과정이나 증명 과정을 일반 서술문과 함께 올바르게 그리고 논리적으로 기술할 수 있는 능력
- 자신의 견해를 문장으로 올바르게 전개할 수 있는 능력

5) 예시 답안

[문항 1] 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = x + 2$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} x^2 &= x + 2 \\ x^2 - x - 2 &= 0 \\ (x+1)(x-2) &= 0 \\ x &= -1, \quad x = 2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

그리고 구간 $[-1, 2]$ 에서 $x+2 \geq x^2$ 이므로, 포물선 $y=x^2$ 과 직선 $y=x+2$ 으로 둘러싸인 영역의 넓이를 정적분을 이용하여 구하면

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^2 (x+2) - x^2 dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{3}x^3 \right]_{-1}^2 \\ &= \frac{1}{2}(4-1) + 2(2+1) - \frac{1}{3}(8+1) = \frac{3}{2} + 6 - 3 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

이 된다.

[문항 2] 포물선 $y=x^2$ 위의 임의의 두 점 A (a, a^2) 과 B (b, b^2)을 잇는 직선의 기울기 m_1 은

$$m_1 = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = a + b \text{ 이다. 포물선 위에서 접선의 기울기가 직선 } AB \text{의 기울기와 같게}$$

되는 접점의 x 좌표를 c 라 고 하면, $\frac{dy}{dx} = 2x$ 로부터 포물선 위의 점 $C(c, c^2)$ 에서 접선의 기울기 m_2 는 $m_2 = 2c$ 이다. $m_1 = m_2$ 이어야 하므로 $a + b = 2c$ 가 성립한다.

따라서 $c = \frac{a+b}{2}$ 이고, 점 C 의 x 좌표 c 는 a, b 의 평균값이다. 이 때, 포물선 위의

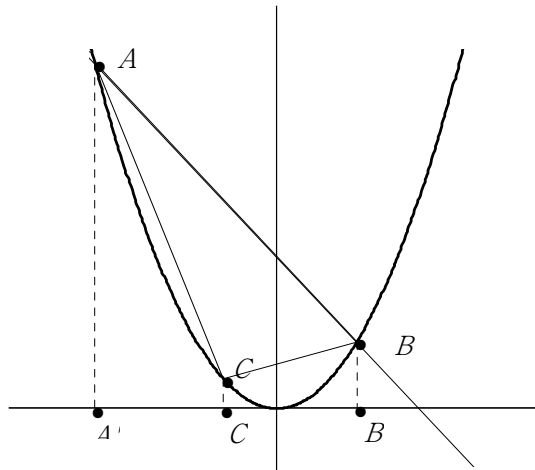
점 C 에서 접선은 기울기가 $a+b$ 이고, $C\left(\frac{a+b}{2}, \left(\frac{a+b}{2}\right)^2\right)$ 을 지나는 직선이므로 이

직선의 방정식은 $y = (a+b)\left(x - \frac{a+b}{2}\right) + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ 이고, 이를 간단히 정리하면

$$y = (a+b)x - \frac{(a+b)^2}{4} \text{ 이 된다.}$$

[문항 3] 다음 두 가지의 답안을 생각할 수 있다.

(답안 1) : 포물선 위의 세 점 A, B, C에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A', B', C 라 하면, 삼각형 ABC 의 넓이는 사다리꼴 $AA'B'B$ 의 넓이에서 사다리꼴 $AA'C'C$ 와 $CC'B'B$ 의 넓이를 뺀 것과 같다. 따라서, 각각의 사다리꼴의 넓이를 구하면 다음과 같다.



$$AA'B'B = -\frac{1}{2}(a^2 + b^2)(b-a)$$

$$\begin{aligned} AA'C'C &= -\frac{1}{2}(a^2 + c^2)(c-a) \\ &= -\frac{1}{2}\left[a^2 + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2\right]\left[\left(\frac{a+b}{2}\right) - a\right] \\ &= -\frac{1}{2}\left(\frac{5a^2 + 2ab + b^2}{4}\right)\left(\frac{b-a}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{16}(5a^2 + 2ab + b^2)(b-a) \end{aligned}$$

따라서, 삼각형 ABC 의 넓이는

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= \frac{1}{2}(a^2 + b^2)(b-a) - \frac{1}{16}(5a^2 + 2ab + b^2)(b-a) - \frac{1}{16}(a^2 + 2ab + 5b^2)(b-a) \\ &= -\frac{1}{16}(b-a)(8a^2 + 8b^2 - 6a^2 - 4ab - 6b^2) \\ &= -\frac{1}{8}(b-a)(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= -\frac{1}{8}(b-a)^3 \end{aligned}$$

이 된다.

(답안 2) : 포물선 위의 세 점 A, B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A', B', C 이라고 하면, 삼각형 ABC 의 넓이는 사다리꼴 $AA'B'B$ 의 넓이에서 사다리꼴 $AA'C'C$ 와 $CC'B'B$ 의 넓이를 뺀 것과 같다. 따라서, 각각의 사다리꼴의 넓이를 구하면

$$AA'B'B = -\frac{1}{2}(a^2 + b^2)(b-a), \quad AA'C'C = -\frac{1}{2}(a^2 + c^2)(c-a), \quad CC'B'B = -\frac{1}{2}(c^2 + b^2)(b-c)$$

이므로, 삼각형 ABC 의 넓이는

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= -\frac{1}{2}(a^2 + b^2)(b-a) - \frac{1}{2}(a^2 + c^2)(c-a) - \frac{1}{2}(c^2 + b^2)(b-c) \\ &= -\frac{1}{2}[a^2b - a^3 + b^3 - ab^2 - a^2c + a^3 - c^3 + c^2a - c^2b + c^3 - b^3 + b^2c] \\ &= -\frac{1}{2}[(b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c)] \\ &= -\frac{1}{2}(b-c)[a^2 - (b+c)a + bc] \\ &= -\frac{1}{2}(b-c)(a-b)(a-c) = -\frac{1}{2}(b-c)(b-a)(c-a) \end{aligned}$$

가 된다. 이 때, $c = -\frac{a+b}{2}$ 이므로,

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= -\frac{1}{2}(b-c)(b-a)(c-a) \\ &= -\frac{1}{2}\left(b - \frac{a+b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2} - a\right)(b-a) \\ &= -\frac{1}{8}(b-a)^3 \end{aligned}$$

이 된다.

[문항 4] [문항 3]으로부터, 포물선과 직선이 만나는 두 점 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$, 그리고

$c = -\frac{a+b}{2}$ 인 포물선 위의 점 $C(c, c^2)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{8}(b-a)^3$ 으로 표현된다. 여기에서 a 와 b 는 직선과 포물선이 만나는 점의 x 좌표이다.

이 결과를 이용하여 삼각형 ACD 와 CBE 의 넓이를 구한다. 우선 삼각형 ACD 의

면적을 구하려면 $\frac{1}{8}(b-a)^3$ 의 식에서 b 대신에 다른 교점인 C 의 x 좌표인 $-\frac{a+b}{2}$ 를

대입하면 된다. 따라서 삼각형 ACD 의 넓이는

$$\triangle ACD = \frac{1}{8} \left(-\frac{a+b}{2} - a \right)^3 = \frac{1}{8} \left(-\frac{b-a}{2} \right)^3 = \frac{1}{64} (b-a)^3 \text{ 이 된다. 마찬가지로 삼각형}$$

CBE 의 넓이는 $\frac{1}{8}(b-a)^3$ 에서 a 대신에 $-\frac{a+b}{2}$ 를 대입하면 구할 수 있다. 이를 계산

$$\text{하면, } \triangle CBE = \frac{1}{8} \left(b - \frac{a+b}{2} \right)^3 = \frac{1}{8} \left(\frac{b-a}{2} \right)^3 = \frac{1}{64} (b-a)^3 \text{ 이 된다. 따라서 두 삼각형}$$

의 넓이의 합은 $\frac{1}{32}(b-a)^3$ 이 된다. 즉,

$$\triangle ACD + \triangle CBE = \frac{1}{32} (b-a)^3 = \frac{1}{4} \triangle ABC$$

이므로, 두 삼각형 ACD 와 CBE 의 넓이의 합은 삼각형 ABC 넓이의 $\frac{1}{4}$ 배이다.

[문항 5] [문항 4]의 결과로부터 $\triangle ABC = \frac{1}{8}(b-a)^3$ 이고 $\triangle ACD + \triangle CBE = \frac{1}{4} \triangle ABC$ 임을

보였다. 같은 방법으로 삼각형 ADC 와 삼각형 AFD , DGC 를 생각해 보면

$$\triangle AFD + \triangle DGC = \frac{1}{4} \triangle ADC$$

이 성립한다. 또한 삼각형 CEB 와 삼각형 CHE , EIB 를 생각해 보면

$$\triangle CHE + \triangle EIB = \frac{1}{4} \triangle CEB$$

이 성립한다. 따라서

$$\triangle AFD + \triangle DGC + \triangle CHE + \triangle EIB = \frac{1}{4} (\triangle ADC + \triangle CEB) = \left(\frac{1}{4} \right)^2 \triangle ABC$$

이 성립한다. 또, 다음 단계에서 만들어지는 8개의 삼각형의 넓이의 합은

$$\triangle AFD + \triangle DGC + \triangle CHE + \triangle EIB \text{ 의 } \frac{1}{4} \text{이므로 } \left(\frac{1}{4} \right)^3 \triangle ABC \text{ 이 된다. 이 작업을 되풀이 하}$$

면 공비가 $\frac{1}{4}$ 인 무한등비급수를 얻게 된다. 따라서 직선과 포물선 사이의 넓이는

$$\begin{aligned}\triangle AEC \left(1 + \left(\frac{1}{4} \right)^2 + \left(\frac{1}{4} \right)^3 + \left(\frac{1}{4} \right)^4 + \dots \right) &= \frac{1}{8} (b-a)^3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} \\ &= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{8} (b-a)^3 = \frac{1}{6} (b-a)^3\end{aligned}$$

이 된다. 제시문 (라)에서 주어진 빗금 친 부분은 $a = -1$ 이고 $b = 2$ 인 경우이므로 넓이는 $\frac{9}{2}$ 가 된다.

II. 08학년도 인하대 수시 2-2 논술고사 해설

<자연계열>

1. 출제문

(가)

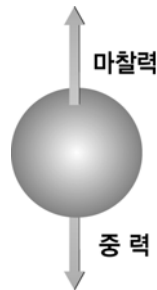
빗방울이 지상 수 킬로미터에서 떨어질 때, 공기의 마찰력이 없다면 굉장히 큰 낙하속도를 갖게 될 것이다. 예를 들어 공기에 의한 마찰력이 없다면 5 km 상공에서 떨어지는 빗방울이 지면에 도달 할 때의 속력은 약 313 m/s 가 된다. 이것은 거의 음속에 가까운 속도로, 작은 빗방울이지만 큰 파괴력을 갖게 된다. 그렇지만 다행스럽게도 대기권에는 공기에 의한 마찰력이 존재하므로 이런 문제가 생기지 않는다. 실제로 공기 중에서 운동하는 빗방울의 경우 마찰력은 근사적으로 속도에 비례하는 것으로 알려져 있다. 그러므로 빗방울에 작용하는 전체 힘은 [그림 1]과 같이 중력과 마찰력의 합 $mg - bv$ 가 된다. 여기서 m 은 빗방울의 질량, g 는 중력가속도의 크기이고, b ($b > 0$)는 마찰력의 크기를 결정하는 비례상수로 물체 형태나 공기의 밀도 등에 의해 결정된다. 처음 정지 상태에 있던 빗방울이 떨어지면서 빗방울의 속력이 점점 커져 마찰력이 증가하다가 마찰력과 중력의 크기가 같아지면 빗방울에 작용하는 전체 힘이 0 이 된다. 이때 빗방울의 가속도가 0 이 되므로 더 이상 속도가 변하지 않게 되는데, 이때의 속도를 종단속도라고 한다. 그리고 그 크기인 종단속력을 v_T 라 하면 $v_T = \frac{mg}{b}$ 가 된다는 것을 알 수 있다.

한편, 뉴턴의 운동법칙을 이용하여 시간 t 에서 빗방울의 속력 $v(t)$ 를 구하면

$$v(t) = \frac{mg}{b} (1 - e^{-\frac{b}{m}t})$$

이 된다. $v(t)$ 는 t 가 커짐에 따라 $\frac{mg}{b}$ 로 수렴하고, 이 값은 위에서 구한 종단속력과 일치한다.

여기서 상수 e 는 $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 으로 정의되는 무리수이며 근사적으로 2.7182...의 값을 갖는다. 또한, 함수 $y = e^x$ 는 x 가 무한대로 커짐에 따라 y 도 무한대로 증가하고, 역함수는 $x = \log_e y$ 가 되며 이를 흔히 $x = \ln y$ 로 표시하기도 한다.



[그림 1] 떨어지는 방울에 작용하는 힘

(나)

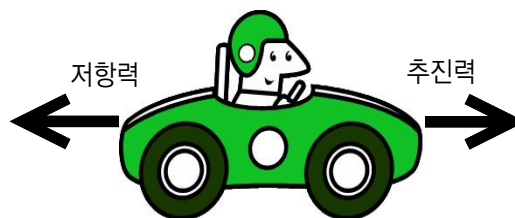
자동차는 엔진에 의한 추진력으로 움직인다. 자동차에 작용하는 추진력 F 가 일정한 경우를 생각해 보자. 공기의 마찰 등에 의한 저항력이 없다면, 자동차의 속도는 무한히 증가할 것이다. 그러나 움직이는 자동차에는 [그림 2]와 같이 진행방향의 반대방향으로 저항력이 작용한다. 일반적으로 저항력의 크기는 자동차의 속력이 커질수록 증가하는데, 여기서는 저항력의 크기가 속력의 제곱에 비례한다고 가정하자. 그러면 적당한 비례상수 k ($k > 0$)를 사용하여 저항력의 크기를 $k v^2$ 으로 표현할 수 있다. k 는 자동차의 모양, 공기의 밀도 등에 따라 달라진다. 이 때 자동차에 작용하는 전체 힘은

$$F - k v^2$$

이다. 자동차가 정지 상태에서 출발하여 일정한 추진력 F 로 움직일 때에, 뉴턴의 운동법칙을 이용하여 시간 t 에서의 속력 $v(t)$ 를 구해보면

$$v(t) = \sqrt{\frac{F}{k}} \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}, \quad u = \frac{\sqrt{Fk}}{m} t$$

가 된다. 여기에서 m 은 자동차의 질량이다.



[그림 2] 달리는 자동차에 작용하는 힘

(다)

자동차가 추진력을 얻기 위해서는 연료를 사용해야 하고, 단위시간당 사용하는 연료의 양이 증가할수록 더 큰 추진력을 얻게 된다. 그리고 추진력을 증가시키기 위해서 가속페달을 밟으면 연료 분사구에서는 단위시간당 더 많은 연료를 분사하게 된다. 자동차의 단위시간당 연료 사용량을 α 라 할 때, 자동차의 추진력은 α 의 함수 $F(\alpha)$ 로 표현된다. 예를 들어 어떤 자동차의 추진력 $F(\alpha)$ 가

$$F(\alpha) = F_0 \sqrt{\alpha - \alpha_0} \quad (\alpha \geq \alpha_0)$$

으로 주어진다고 하자. 여기에서 F_0 ($F_0 > 0$) 은 엔진의 성능에 관련된 비례상수이고, α_0 은 추진력을 얻기 위한 최소한의 단위시간당 연료 사용량이다. 이 식에는 다음과 같은 두 가지 특성이 반영되어 있다. 첫째로 추진력을 얻기 위해서는 α 가 α_0 보다 커야 한다. α 가 α_0 보다 작은 경우에는 엔진 자체에서 소모되는 에너지 때문에 추진력을 얻을 수 없기 때문이다. 둘째로 α 가 커지게 되면 엔진의 효율이 나빠져서 추진력의 증가 정도가 둔화된다.

(라)

자동차를 어떤 속력으로 운전하는 것이 가장 경제적인가? 경제성을 결정하는 요인이 여러 가지 있겠지만, 여기서는 연료비와 인건비 두 가지만을 생각해 보기로 한다. 먼저 연료비의 측면에서, 일정 거리를 가는 동안 사용되는 연료의 양이 주행속력에 따라 어떻게 달라지는가를 살펴보자. 예를 들어 고속도로에서 일정한 주행속력으로 운전하는 경우를 생각해 보자. 가속페달을 약하게 밟아 주행속력을 작게 하면, 단위시간당 사용하는 연료의 양은 줄어들지만, 주행시간이 길어지고, 무엇보다도 속력이 아주 작은 상태에서는 상당 비율의 연료를 엔진 자체에서 소모하게 되어 전체적인 연료 사용량은 오히려 늘어나게 된다. 반대로 속력이 적절한 값보다 크면, 속력이 증가할수록 주행시간은 짧아지지만 더 커진 저항력 때문에 소모되는 연료의 양이 많아지고, 전체적인 연료 사용량도 증가하게 된다. 이것을 감안하면, 같은 거리를 이동하는 동안 전체 연료 사용량을 최소화하는 속력을 기대할 수 있다. 다음으로 주행시간에 따른 인건비를 추가하여 생각해 보자. 예를 들면, 운전기사를 고용하여 일정한 거리를 주행한다고 하자. 주행시간이 길어지면 운전기사에게 지급하는 인건비가 늘어나고, 짧아지면 인건비는 줄어든다. 경제적인 주행속력을 구하기 위해서는 지금까지 언급한 연료비와 인건비를 합한 전체 비용을 고려하여야 한다.

(마)

자연과학과 공학에서는 다양한 형태의 최대, 최소문제가 등장하는데, 이 문제를 해결하는데 있어 미분이 매우 유용한 도구가 될 수 있다. 미분 가능한 함수의 최대, 최소는 함수의 증감과 관련이 있고, 이를 미분계수의 부호로 설명할 수 있기 때문이다. 따라서 주어진 함수를 미분하는 기법(다양한 함수의 도함수와 곱, 몫, 합성함수의 미분법 등)이 중요하다. 예를 들어 p 가 유리수일 때

$$-\frac{d}{dx}(x^{-p}) = px^{-p-1} \quad (x>0)$$

이고, $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 미분 가능한 함수일 때,

$$-\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x),$$

$$-\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \quad (g(x) \neq 0) \text{이다.}$$

* [문제 1] 제시문 (가)에는 빗방울의 종단속력을 구하는 방법이 두 가지로 설명되어 있다. 이것을 참조하고 제시문 (나)에 주어진 수식들을 이용하여 자동차의 종단속력을 두 가지 방법으로 구하시오. 그리고 제시문 (나)에 주어진 $v(t)$ 의 함수식을 이용하여 자동차의 속력이 종단속력의 99%에 도달하게 되는 시간을 구하시오. (20점)

* [문제 2] 일정한 속력 v 로 거리 L 을 주행할 때 총 연료 사용량을 Q 라 하자. Q 는 단위 시간당 연료 사용량 α 와 주행시간의 곱이고, 주행시간은 $\frac{L}{v}$ 이다. 단위시간당 연료 사용량 α 와 자동차의 추진력과 관계는 제시문 (다)에 나온 식으로 주어지고, 자동차의 주행속력은 [문제 1]에서 구한 종단속력으로 주어진다고 하자. Q 가 최소일 때의 α 값과 그때의 주행속력을 구하시오. (25점)

* [문제 3] 자동차 연료비가 단위부피당 c_1 이고, 운전기사의 단위시간당 인건비가 c_2 라고 하자. 운전기사를 고용하여 일정한 속력으로 거리 L 을 주행한다고 할 때, 제시문 (다)에 나온 식과 제시문 (라)를 이용하여 전체 비용이 최소가 되는 주행속력을 구하시오. 이때, 자동차는 종단속력으로 주행하고 인건비는 주행시간에 비례한다고 가정한다. 여기서 구한 주행속력과 [문제 2]에서 구한 속력을 비교하여 설명하시오. (35점)

2. 출제 의도와 문제 해설

1) 출제 의도

인하대학교 수시모집 2-2 자연계 논술고사에서는 지수-로그함수 계산, 미분, 적분 등 고교 수학에서 배우는 기본 개념을 이해하고, 이들 개념을 속도, 가속도, 중력가속도, 마찰력 등 기본적인 물리 개념에 적용하여 우리 생활 주변에서 일어나는 현상을 분석하고 설명할 수 있는가를 평가하는데 중점을 두었다.

제시문은 빗방울의 낙하와 공기저항으로부터 발생하는 종단속도 현상을 예를 들고, 이와 비슷한 현상으로 자동차 주행에 따른 마찰력으로부터 발생하는 종단속도에 관한 설명을 제시하였다. 그리고 문제에서는 이를 근거로 미분의 개념을 이용하여 연료가 가장 적게 드는 속력과 전체 비용이 가장 적게 드는 속력을 구하고 두 가지 속력을 비교하여 설명하도록 하였다.

특히, 종단속도에 관한 물리학적 지식이 없다 하더라도 제시문에 나타난 설명만으로도 충분히 이해가 가능하도록 하였으며 논제를 해결하는데 필요한 기본적인 수학 지식도 제시문에 담았다. 또한, 마지막 문제에서는 두 가지 계산 결과를 비교하여 설명하도록 함으로써, 단순한 수식 전개나 계산뿐만 아니라 계산 결과에 대한 해석 및 이를 설명하는 문장 작성에도 큰 비중을 두어서 학생들의 글쓰기 능력도 중요한 평가요인이 되도록 하였다.

* 주제 분석

물체의 운동에 대한 종단속도(끝속도, terminal velocity)는 빗방울의 낙하, 낙하산의 원리 등 우리 주위에서 흔히 볼 수 있는 자연현상이다. 제시문에서는 먼저 빗방울의 낙하와 공기저항으로부터 종단속도가 일정하게 유지됨을 뉴턴의 운동 방정식을 이용하여 설명하였다. 그리고 이와 비슷한 현상으로 도로 위를 달리는 자동차의 추진력과 속력의 제곱에 비례하는 마찰력으로부터 단위시간 당 일정한 연료를 사용하면 일정한 시간이 지난 후에 종단속도에 도달하게 됨을 뉴턴의 운동방정식을 이용하여 설명하였다. 주행하는 자동차의 경우에 추진력은 단위시간당 주입되는 연료의 양에 따라 달라지는데, 제시문에서는 단위시간당 주입되는 연료의 양을 변수로 하고 추진력을 이 변수에 대한 함수로 표현하였다. 그리고 이 경우에 자동차의 종단속도를 제시하였다. 따라서 종단속력도 추진력과 같이 단위시간당 주입되는 연료의 양에 대한 함수가 되도록 하였다. 그리고 문제에서는 이 함수식을 미분하여 주행시 연료가 가장 적게 드는 속력(경제속력)을 구하게 하였다. 다음으로 연료비용 외에 다른 경제(혹은 사회)적인 비용으로 시간비용을 고려하였다. 논의를 간단하게 하기 위하여 운전기사를 고용하여 주행할 경우에 발생하는 시간에 대한 인건비 요인을 제시하였다. 그리고 마지막 문제에서는 연료비용과 (시간에 대한) 인건비 요인을 함께 고려하여 비용을 최소로 하는 자동차의 주행속력을 구하고, 이 속력과 연료비만을 고려했을 때의 경제속력과 비교하여 차이점을 설명하도록 하였다.

* 제시문 해설

- ① 제시문 (가) : 종단속도 개념을 소개하기 위하여 빗방울이 낙하할 때에 빗방울의 낙하속력에 비례하는 공기저항으로 인하여 일정시간이 지나면 빗방울의 낙하속력이 일정하게 유지되는 현상을 뉴턴의 운동방정식을 이용하여 설명하였다.
- ② 제시문 (나) : 빗방울이 낙하할 때와 같이, 자동차가 주행할 때에도 도로면 및 공기 저항으로 인하여 자동차의 주행속력의 제곱에 비례하는 저항력이 발생하고 이로부터 뉴턴의 운동방정식을 이용하여 일정시간 후에 자동차의 주행속력은 종단속력에 도달하게 됨을 설명하였다.
- ③ 제시문 (다) : 자동차의 추진력은 단위시간당 주입되는 연료의 양에 따라 달라지고 따라서 자동차의 종단속력도 단위시간당 주입되는 연료의 양에 대한 함수가 됨을 설명하였다. 그리고 단위시간당 주입되는 연료의 양에 대한 함수로서 추진력의 한 예를 제시하였다.
- ④ 제시문 (라) : 자동차의 종단속력은 단위시간당 주입되는 연료의 양에 대한 함수가 된다. 이 때 연료가 가장 적게 드는 속도(경제속력)와 주행시간에 따른 사회적 비용(예를 들면 운전기사의 인건비 등)까지 고려했을 때 비용이 가장 적게 드는 속력에 대해 설명하였다.
- ⑤ 제시문 (마) : 수학에서 미분의 의미와 함수의 최적화 문제와의 관계에 대해 간단히 설명하고, 논제를 해결하는데 있어서 필요한 간단한 미분공식을 설명하였다.

3) 논제 해설

논제는 모두 세 문항으로 되어 있다. [논제 1]은 제시문 (가)에서 빗방울의 종단속도를 구하는 방법을 참고하여 자동차의 종단속도 및 종단속도에 이르게 되는 시간을 구하는 문제이고, [논제 2, 3]은 자동차가 종단속력으로 주행할 때, 연료가 가장 적게 드는 속력과 연료비 및 인건비가 가장 적게 드는 속력을 구하고 두 속력을 비교하여 차이점을 설명하는 문제이다.

* [논제 1]

제시문 (가)에서는 빗방울의 종단속력을 구하는 방법이 두 가지로 제시되어 있다. 한 가지 방법은 종단속도에서는 가속도가 0이 된다는 사실을 이용하여 뉴턴의 운동방정식으로부터 직접 구하는 것이고, 또 다른 방법은 빗방울의 낙하속력을 구한 다음에 시간에 대한 극한값을 취하여 종단속력을 구하는 것이다. [논제 1]에서는 제시문 (나)에서 주어진 수식을 사용하여, 빗방울의 경우에서와 같이 자동차의 종단속력을 두 가지 방법으로 구하는 문제이다. 그리고 시간에 따른 자동차의 주행속력 함수식으로부터 종단속력의 99%에 도달하게 되는 시간을 구하는 문제이다. 이 문항에서는 종단속도와 뉴턴의 운동방정식의 의미를 빗방울의 경우로부터 자동차의 경우로 올바르게 추론할 수 있는가를 평가하는 문제이다. 또한, 지수, 로그의 정의를 올바르게 이해하고 있고 이를 이용한 계산을 수행할 수 있는가를 평가하는 문제이다.

* [논제 2]

자동차의 종단속력은 단위시간당 주입되는 연료의 양에 따라 달라진다. [논제 2]에서는 제시문 (다)에서 주어진 자동차의 추진력과 주입되는 연료 양에 대한 관계식으로부터 자동차가 종단속력으로 등속운동을 할 때, 연료가 가장 적게 드는 속력을 구하는 문제이다. 이 문제에서는 첫째로, 전체 연료사용량을 제시문 (나)와 (다)에서 주어진 관계식을 이용하여 단위시간당 주입되는 연료의 양의 함수로 표현을 하거나 속력의 함수로 표현할 수 있는가를 평가하고, 다음으로 이 함수를 미분하여 최소값을 올바르게 구할 수 있는가를 평가한다.

* [논제 3]

[논제 2]는 자동차가 주행할 때 연료 사용량이 최소가 되는 속력을 구하는 문제였던 반면에 [논제 3]의 첫번째 문제는 연료 사용량과 운전기사의 인건비를 합한 비용이 최소가 되는 속력을 구하는 문제이다. 단위시간당 연료 사용량에 대한 자동차의 추진력은 [논제 2]의 경우와 같고 운전기사의 인건비는 문제를 단순화하기 위하여 시간에 비례하여 지급하도록 설정하였다. 따라서 [논제 3]은 [논제 2]의 확장으로 볼 수 있으며, 두 결과를 비교해 보는 것은 의미가 있을 것이다. [논제 3]의 두번째 문제는 [논제 2]에서 구한 연료 사용량을 최소로 하는 속력과 [논제 3]에서 구한 연료비와 인건비 모두를 합한 비용을 최소로 하는 속력을 비교하여 그 차이를 설명하는 문제이다. [논제 3]의 첫번째 질문에서는 [논제 2]에서와 같이 제시문 (나), (다), (라)에서 주어진 관계식 및 설명을 참고하여 논제에서 요구한 사항을 구하기 위해 필요한 함수를 올바르게 설정할 수 있는가와 그 함수를 미분하여 함수값을 최적화하는 값을 찾아낼 수 있는가를 평가한다. 그리고 두번째 질문에서는 미분의 의미를 올바르게 이해하고 이를 바탕으로 [논제 2]와 [논제 3]의 첫번째 질문에서 얻은 답안의 의미를 올바르게 설명할 수 있는가를 평가한다.

4) 평가 기준

2008학년도 인하대학교 수시 2-2 자연계 논술 고사에서는 다음의 사항들을 중점적으로 평가한다.

- 주어진 제시문을 정확하게 이해하고, 이를 바탕으로 각 논제에서 요구하는 문제를 파악하는 능력
- 미분, 적분, 지수-로그 함수의 정의, 함수의 극한 등 고교 수학에서 다루는 기초 개념을 올바르게 이해하고 이를 이용하여 물리나 기타 우리 생활 주위에서 일어나는 현상을 분석할 수 있는 능력
- 제시문에 주어진 내용을 바탕으로 필요한 수식을 세우고, 이 식으로부터 필요한 계산을 정확하게 수행할 수 있는 능력
- 미분 등 기초적인 수학 개념을 이해하고 이를 바탕으로 자신이 수행한 계산의 의미를 분석하고 설명할 수 있는 능력
- 수식이 포함된 계산 과정이나 증명 과정을 일반 서술문과 함께 올바르게 그리고 논리적으로 서술할 수 있는 능력

5) 예시 답안

* [문제 1]

종단속력에 다다르게 되면 자동차는 일정한 속도로 운동하여 가속도가 0이 되므로 자동차에 가해지는 힘이 0이 된다. 즉

$$F - kv^2 = 0$$

로부터 종단속력은 $v = \sqrt{\frac{F}{k}}$ 가 된다.

또, 시간에 따른 속력함수 $v(t)$ 에서 $t \rightarrow \infty$ 인 극한으로부터 종단속도를 구할 수 있다.

$$v(t) = \sqrt{\frac{F}{k}} \frac{e^{\sqrt{Fk}t/m} - e^{-\sqrt{Fk}t/m}}{e^{\sqrt{Fk}t/m} + e^{-\sqrt{Fk}t/m}} = \sqrt{\frac{F}{k}} \frac{1 - e^{-2\sqrt{Fk}t/m}}{1 + e^{-2\sqrt{Fk}t/m}}$$

에서 $t \rightarrow \infty$ 일 때에 $e^{-2\sqrt{Fk}t/m} \rightarrow 0$ 이므로 $v(t) \rightarrow \sqrt{\frac{F}{k}}$ 이다. 따라서 종단속력은 $\sqrt{\frac{F}{k}}$ 가 된다.

따라서 두 가지 방법의 결과는 같다.

종단속력의 99%에 도달하는데 걸리는 시간은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(t) = \sqrt{\frac{F}{k}} \frac{e^{\sqrt{Fk}t/m} - e^{-\sqrt{Fk}t/m}}{e^{\sqrt{Fk}t/m} + e^{-\sqrt{Fk}t/m}} = 0.99 \sqrt{\frac{F}{k}}$$

즉, $\frac{e^{\sqrt{Fk}t/m} - e^{-\sqrt{Fk}t/m}}{e^{\sqrt{Fk}t/m} + e^{-\sqrt{Fk}t/m}} = 0.99$ 이고, $e^{2\sqrt{Fk}t/m} = 199$ 가 되어, 이것을 t 에 대해 풀면

$$t = \frac{m}{2\sqrt{Fk}} \ln 199 \text{ 이다.}$$

* [문제 2]

단위시간당 사용되는 연료의 양이 α 이고, 일정한 속력 v 로 이동하므로 걸리는 시간이 L/v 가 되어,

$$Q = \alpha L/v$$

이다. [문제 1]에서 구한 종단속력이 $v = \sqrt{\frac{F(\alpha)}{k}}$ 이고 $F(\alpha) = F_0 \sqrt{\alpha - \alpha_0}$ 이므로,

$$v = \sqrt{\frac{F(\alpha)}{k}} = \sqrt{\frac{F_0}{k}} (\alpha - \alpha_0)^{1/4} \text{ 이다. 이것을 위 식에 대입하면}$$

$$Q = L \sqrt{\frac{k}{F_0}} \frac{\alpha}{(\alpha - \alpha_0)^{1/4}} \text{ 이다.}$$

Q 를 α 에 대해서 미분하면,

$$\frac{dQ}{d\alpha} = L \sqrt{\frac{k}{F_0}} \left[\frac{1}{(\alpha - \alpha_0)^{1/4}} - \frac{\alpha}{4(\alpha - \alpha_0)^{5/4}} \right] = L \sqrt{\frac{k}{F_0}} \frac{3\alpha - 4\alpha_0}{4(\alpha - \alpha_0)^{5/4}}$$

이 된다. $\frac{dQ}{d\alpha} = 0$ 에서 $\alpha = \frac{4}{3}\alpha_0$ 이고, 이 값을 전후로 $\frac{dQ}{d\alpha}$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌므로,

Q 는 $\alpha = -\frac{4}{3}\alpha_0$ 일 때에 최소가 된다. $\alpha = -\frac{4}{3}\alpha_0$ 일 때의 속력을 구하면 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k}\left(-\frac{\alpha_0}{3}\right)^{1/4}}$ 이다.

(다른 풀이) 단위시간당 사용되는 연료의 양이 α 이고, 일정한 속력 v 로 이동하므로 걸리는 시간이 L/v 가 되어, $Q = \alpha L/v$ 이다. [문제 1]에서 구한 종단속력이 $v = \sqrt{\frac{F(\alpha)}{k}}$ 이고

$F(\alpha) = F_0 \sqrt{\alpha - \alpha_0}$ 이므로, $v = \sqrt{\frac{F(\alpha)}{k}} = \sqrt{\frac{F_0}{k}(\alpha - \alpha_0)^{1/4}}$ 이다. 이 식의 양변을 네제곱하면

$\alpha = \alpha_0 + \frac{k^2}{F_0^2} v^4$ 인데, 이것을 위의 식에 대입하면

$Q = L \frac{\alpha_0}{v} + L \frac{k^2}{F_0^2} v^3$ 이다. Q 를 v 에 대해서 미분하면,

$$\frac{dQ}{dv} = L \left[-\frac{\alpha_0}{v^2} + \frac{3k^2}{F_0^2} v^2 \right] = \frac{L(3k^2 v^4 - F_0^2 \alpha_0)}{F_0^2 v^2}$$
 된다.

$\frac{dQ}{dv} = 0$ 에서 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k}\left(-\frac{\alpha_0}{3}\right)^{1/4}}$ 이고, 이 값을 전후로 $\frac{dQ}{dv}$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌므로,

Q 는 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k}\left(-\frac{\alpha_0}{3}\right)^{1/4}}$ 일 때 최소값을 갖는다. 이 경우에

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{k^2}{F_0^2} \left[\sqrt{\frac{F_0}{k}\left(-\frac{\alpha_0}{3}\right)^{1/4}} \right]^4 = \frac{4\alpha_0}{3}$$
이다.

* [문제 3]

단위부피당 연료가격이 c_1 이고 총 연료사용량이 Q 이므로, 연료비용은 $c_1 Q = c_1 \alpha L/v$ 이다. 단위 시간당 인건비가 c_2 이고, 걸리는 시간이 L/v 이므로, 운전기사 인건비는 $c_2 L/v$ 이다.

$v = \sqrt{\frac{F_0}{k}(\alpha - \alpha_0)^{1/4}}$ 이므로 총 비용 P 는

$$P = c_1 \frac{\alpha L}{v} + c_2 \frac{L}{v} = L \frac{c_1 \alpha + c_2}{v} = L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{c_1 \alpha + c_2}{(\alpha - \alpha_0)^{1/4}}}$$

이다. 그 도함수를 구하면,

$$\frac{dP}{d\alpha} = L \sqrt{\frac{k}{F_0}} \left[\frac{c_1}{(\alpha - \alpha_0)^{1/4}} - \frac{c_1 \alpha + c_2}{4(\alpha - \alpha_0)^{5/4}} \right] = L \sqrt{\frac{k}{F_0}} \frac{(3c_1 \alpha - (4c_1 \alpha_0 + c_2))}{4(\alpha - \alpha_0)^{5/4}}$$
이 된다.

$\frac{dP}{d\alpha} = 0$ 에서 $\alpha = \frac{4}{3}\alpha_0 + \frac{c_2}{3c_1}$ 이고, 이 값을 전후로 $\frac{dP}{d\alpha}$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌므로

P 는 $\alpha = \frac{4}{3}\alpha_0 + \frac{c_2}{3c_1}$ 일 때에 최소가 된다. 이때의 속력을 구하면,

$$v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \frac{1}{3^{1/4}} \left(\alpha_0 + \frac{c_2}{c_1} \right)^{1/4}} \text{ 이다.}$$

(이 부분의 다른 풀이) 단위부피당 연료가격이 c_1 이고 총 연료사용량이 Q 이므로, 연료비용은 $c_1 Q = c_1 \alpha L/V$ 이다. 단위시간당 인건비가 c_2 이고, 걸리는 시간이 L/V 이므로, 운전기사 인건비는 $c_2 L/V$ 이다. $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} (\alpha - \alpha_0)^{1/4}}$ 이므로 $\alpha = \alpha_0 + \frac{k^2}{F_0^2} v^4$ 이고, 총 비용 P 는

$$P = c_1 \frac{\alpha L}{V} + c_2 \frac{L}{V} = L \frac{c_1 \alpha + c_2}{V} = \frac{L}{F_0^2} \left[c_1 k^2 v^3 + \frac{(c_1 \alpha_0 + c_2) F_0^2}{v} \right]$$

이다. 그 도함수를 구하면,

$$\frac{dP}{dv} = \frac{L}{F_0^2} \left[3c_1 k^2 v^2 - \frac{(c_1 \alpha_0 + c_2) F_0^2}{v^2} \right] = \frac{L}{F_0^2} \frac{3c_1 k^2 v^4 - (c_1 \alpha_0 + c_2) F_0^2}{v^2}$$

이 된다. $\frac{dP}{dv} = 0$ 에서 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \frac{1}{3^{1/4}} \left(\alpha_0 + \frac{c_2}{c_1} \right)^{1/4}}$ 이고, 이 값을 전후로 $\frac{dP}{dv}$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌므로 P 는 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \frac{1}{3^{1/4}} \left(\alpha_0 + \frac{c_2}{c_1} \right)^{1/4}}$ 일 때에 최소가 된다.

(풀이가 이어짐) c_2 는 양수이므로 이 속력은 위에서 구한 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 항상 크다.

먼저 주행속력이 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 작아지는 경우를 생각해보자. 전체 연료 사용량은

$v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 일 때에 최소이므로, 주행속력이 이 값보다 작아지면 연료비는 증가하고, 주행

시간이 늘어나 인건비도 증가한다. 따라서 주행속력이 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 작아지면, 전체 비

용은 항상 증가하게 된다. 즉, 비용을 최소로 하는 속력은 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 작을 수 없다.

둘째로, 주행속력이 $v_0 = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 커지는 경우를 생각해보자. 전체 연료 사용량은

$v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 일 때에 최소이므로, 속력이 증가하면 연료사용량이 늘어난다. 반면에 걸리는

시간이 줄어들어 인건비는 감소한다. $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{\alpha_0}{3} \right)^{1/4}}$ 근처에서 속력이 Δv 만큼 조금 증가하는 경우를 살펴보자. 이 때 비용의 증가정도는 미분계수로 기술된다. 최소점에서 벗어나는 것이므로, 속력에 대한 연료비 미분계수는 0이 된다. 반면에 인건비는 속력에 반비례하는 함수이므로, 그 점에서 속력에 대한 인건비 미분계수는 음의 부호를 가진다. 즉, 속력이 최소점보다 증가할 때, 인건

비의 감소폭이 연료비의 증가폭보다 크게 된다. 따라서 인건비까지 고려한 전체 비용을 최소화하는 주행속력은 연료사용량, 즉 연료비만 고려했을 때의 주행속력보다 항상 커야만 한다.

(다른 설명) c_2 는 양수이므로 이 속력은 위에서 구한 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{a_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 항상 크다. 주행속력이 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{a_0}{3} \right)^{1/4}}$ 에서 증가하면, 연료비는 증가하지만, 걸리는 시간이 짧아져서 인건비는 감소한다. 인건비 감소폭이 연료비 증가보다 더 크므로 (이는 연료비 증가에 대한 미분계수와 인건비 감소에 대한 미분계수를 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{a_0}{3} \right)^{1/4}}$ 근처에서 비교하면 알 수 있는데, 연료비 증가에 대한 미분계수는 그 점이 최소점이므로 0이다.), 전체 비용을 최소로 하는 속력은 $v = \sqrt{\frac{F_0}{k} \left(\frac{a_0}{3} \right)^{1/4}}$ 보다 크게 된다.

전체 비용 $P = L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{c_1 a + c_2}{(a - a_0)^{1/4}}}$ 와 전체 연료 사용량 $Q = L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{a}{(a - a_0)^{1/4}}}$ 에서 Q 를 최소로 하는 a 값을 a_1 이라고 하면 a 값이 a_1 에서 조금 더 증가해도 P 에서 연료비 $L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{c_1 a}{(a - a_0)^{1/4}}}$ 의 증가분 보다 인건비 $L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{c_2}{(a - a_0)^{1/4}}}$ 의 감소폭이 더 크므로 P 를 최소로 하는 a 값은 Q 를 최소로 하는 a 값 보다 조금 더 커지게 된다. 그리고 a 가 a_1 보다 작으면 $L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{c_1 a}{(a - a_0)^{1/4}}}$ 와 $L \sqrt{\frac{k}{F_0} \frac{c_2}{(a - a_0)^{1/4}}}$ 이 모두 감소함수이므로 P 의 최소값이 될 수 없다.

III. 08학년도 인하대 정시 논술고사 해설

<자연계열>

1. 출제문

* 다음 제시문을 읽고 물음에 답하여라.

(가)

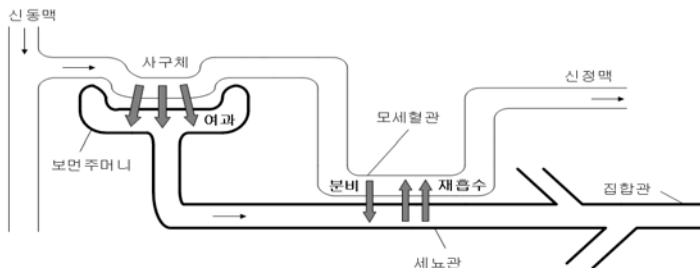
몸무게가 60kg인 건강한 사람의 혈액은 약 5L이며, 이 중에서 55%는 혈장이고 45%가 혈구이다. 혈액은 한순간도 쉬지 않고 온몸 구석구석으로 생명의 유지에 필요한 물질을 운반하고, 반대로 세포에서 만들어진 노폐물을 운반하여 신장을 통해 오줌의 형태로 몸 밖으로 배설하게 한다. 우리 몸속을 흐르는 혈액은 시간당 125L의 비율로 신장 속으로 흘러 들어가 정화된다.

(나)

혈액은 [그림 1]과 같이 신동맥을 통해 신장으로 들어간다. 신동맥은 더 작은 소동맥으로 갈라져서 사구체로 들어가고, 사구체에서 다시 모세혈관으로 갈라진다. 혈액 속의 혈구, 단백질, 지방 등을 제외한 분자 크기가 작은 혈장 성분들은 보먼 주머니로 빠져 나간다. 이와 같은 현상을 여과라 하고 여과된 액체를 원뇨라 한다. 이 때 신동맥을 통해서 신장으로 들어가는 혈액 속의 혈장은 주로 수분, 요소, 포도당, 아미노산, 무기 염류, 단백질 등으로 이루어져 있으며, 100mL의 혈장에는 요소 0.03g, 포도당 0.1g, 아미노산 0.05g, 무기 염류 0.9g, 단백질 8g이 들어 있다. 신동맥을 통해서 들어온 혈장의 10%가 보먼 주머니로 빠져 나간다. 즉, 100mL의 혈장이 신동맥으로 들어갈 때, 10mL의 원뇨가 생성된다. 이 때 혈장과 원뇨 속에 있는 단위 부피당 요소, 포도당, 아미노산, 무기 염류의 양은 동일하게 유지된다.

(다)

보먼 주머니로 여과된 원뇨 성분의 일부는 세뇨관을 둘러싼 모세혈관 속으로 다시 흡수되는데 이 과정을 재흡수라고 한다. 건강한 사람의 경우 포도당과 아미노산은 100%, 수분과 무기 염류는 99%, 요소는 40%가 재흡수되고 나머지는 오줌으로 배출된다. 한편, 사구체에서 여과되지 않고 남아있는 노폐물 중 일부는 세뇨관으로 분비되기도 하지만 요소는 분비되지 않는다.



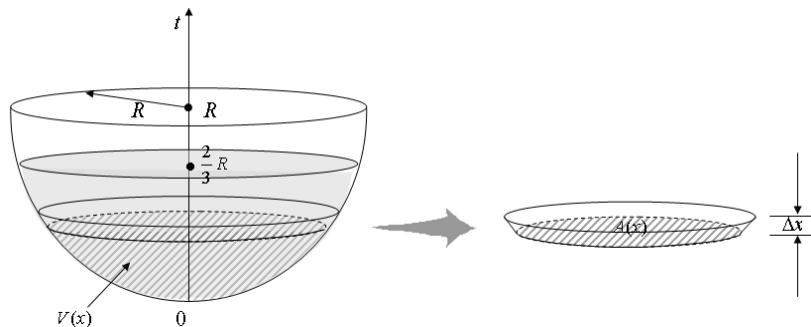
[그림 1] 신장에서의 오줌 생성과정

(라)

지구상에 있는 모든 물체는 지구 중심으로 향하는 중력을 받는다. 그러므로 지면에서 어떤 높이에 있는 질량 m 인 물체는 연직 방향으로 크기가 mg 인 중력을 받아 낙하하면서 다른 물체에 일을 할 수 있다. 여기에서 g 는 중력가속도의 크기이다. 이와 같이 기준면에 대해서 높은 곳에 있는 물체가 가지고 있는 에너지를 중력에 의한 위치 에너지 또는 간단히 위치 에너지라고 한다. 위치 에너지를 가지고 있는 물체는 어떤 일을 할 수 있을까? 기준면에 놓여있는 질량이 m 인 물체를 들어 올리는데 필요한 힘의 크기 F 는 물체에 작용하는 중력의 크기 mg 와 같다. 물체를 높이 h 인 곳까지 들어올리는 데 한 일 W 는 $W = F h = mgh$ 이고 높이 h 인 곳에 있는 물체는 mgh 만큼의 에너지를 갖게 된다. 한편, 물체가 높이 h 만큼 낙하할 때에는 mgh 만큼의 일을 다른 물체에 할 수 있다. 따라서 기준면에서 높이 h 인 위치에 있는 질량 m 인 물체의 중력에 의한 위치 에너지는 mgh 이다. 이 식에서 물체의 중력에 의한 위치 에너지는 물체의 질량이 클수록, 높이가 높을수록 크다는 것을 알 수 있다.

(마)

반지름이 R 인 반구형 그릇이 [그림 2]와 같이 연직 방향의 t 축을 중심축으로 하여 지표면 ($t = 0$) 위에 놓여 있다. 이 그릇에 밀도가 k 인 액체가 $t = -\frac{2R}{3}$ 까지 담겨있다. 지표면을 기준으로 하여 그릇에 담긴 액체의 위치 에너지를 구해보자. 중심축의 한 점 $t = x$ 에서 (단, $0 \leq x \leq -\frac{2R}{3}$) 축에 수직인 단면의 넓이를 $A(x)$, 그 단면 아래 액체의 부피를 $V(x)$ 라 하자. 구간 $[x, x + \Delta x]$ 사이의 액체는 Δx 가 충분히 작으면 높이가 Δx 인 원기둥으로 볼 수 있다. 이 원기둥의 지표면으로부터의 높이는 x , 부피는 $A(x)\Delta x$ 로 근사할 수 있고, 이로부터 이 원기둥의 위치 에너지를 구할 수 있다. 그릇에 담긴 액체의 위치 에너지는 이와 같이 액체를 여러 개의 원기둥들로 나누고, 각각의 원기둥의 위치 에너지를 합하여 구할 수 있다.



[그림 2] 반구형 그릇에 담긴 액체

(바)

함수 $y = f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이라 하자. 구간 $[a, b]$ 를 n 등분하여 양 끝점을 포함한 각 등분점의 x 좌표를 차례로

$$a = x_0, x_1, x_2, \dots; x_{n-1}, x_n = b \text{ 라 하고,}$$

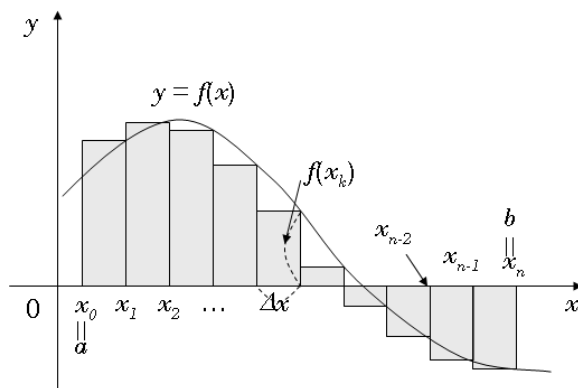
$$\text{소구간의 길이를 } \Delta x \text{라 하면 } \Delta x = \frac{b-a}{n} \text{ 이고,}$$

$x_k = a + k\Delta x$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$)가 성립한다([그림 3] 참조). 이 때,

$$\begin{aligned} S_n &= f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_{n-1})\Delta x + f(x_n)\Delta x \\ &= \sum_{k=1}^n f(x_k)\Delta x \end{aligned}$$

라 하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 은 항상 존재함이 알려져 있다. 이 극한값을 a 에서 b 까지의 함수 $f(x)$ 의 정적분이라 하고 기호로 $\int_a^b f(x)dx$ 로 나타낸다. 이를 정리하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x = \int_a^b f(x)dx \text{ 이다.}$$



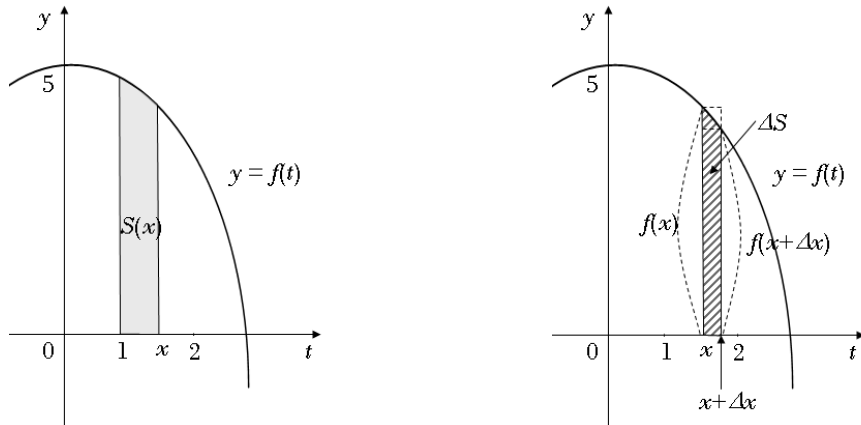
[그림 3] 정적분

(사)

함수의 그래프 아래의 넓이와 미분과의 관계를 함수 $f(t) = 5 - t^2$ 의 예를 통해 알아보자. [그림 4]와 같이 구간 $[1, 2]$ 에 있는 임의의 수 x 에 대해, 1에서 x 까지 $f(t)$ 의 그래프 아래의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. 이 때 x 의 증분 Δx ($\Delta x > 0$)에 대한 $S(x)$ 의 증분을 ΔS 라 하면 $\Delta S = S(x + \Delta x) - S(x)$ 이다. 그런데 [그림 4]에서 구간 $[x, x + \Delta x]$ 사이의 빗금친 부분은 밑변의 길이가 Δx , 높이가 $f(x)$ 인 직사각형에 포함되고, 높이가 $f(x + \Delta x)$ 인 직사각형을 포함한다. 즉, $(5 - (x + \Delta x)^2)\Delta x < \Delta S < (5 - x^2)\Delta x$ 이다. 이 부등식의 각 항을 Δx 로 나누면

$$(5 - (x + \Delta x)^2) < -\frac{\Delta S}{\Delta x} < (5 - x^2) \text{ 이다.}$$

극한 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (5 - (x + \Delta x)^2) = 5 - x^2$ 으로부터 $-\frac{d}{dx} S(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} = 5 - x^2$ 이 된다. 따라서 $S(x)$ 를 미분하면 $f(x)$ 가 됨을 알 수 있다.



[그림 4] 넓이와 미분과의 관계

[문제 1] 몸무게가 60kg인 건강한 사람이 하루에 오줌을 통하여 배출시키는 요소의 질량을 구하여라. 하루 동안에 신장으로 흘러 들어가는 혈액의 양과 혈액을 이루는 혈장과 혈구의 구성비 등, 제시문 (가)~(다)에서 주어진 사항을 고려하여 답하여라. 단, 유효숫자는 고려하지 않는다. (30점)

[문제 2] 제시문 (사)에서 기술한 방법을 제시문 (마)의 $V(x)$ 에 적용하여

$$-\frac{dV(x)}{dx} = A(x) \text{ 임을 유도하여라. (20점)}$$

[문제 3] 제시문 (라), (바)를 참고하여 제시문 (마)에서 설명한 방법으로 그릇에 담긴 액체의 위치 에너지를 정적분의 형태로 표현하고, 그 결과를 구하여라. (30점)

2. 출제 의도와 문제 해설

1) 출제 의도

인하대학교 2008학년도 정시모집 자연계 논술고사에서는 미분, 적분 등 고교 수학에서 배우는 기본적인 개념을 이해하고 이를 자연과학(물리학, 화학, 생물학, 지구과학) 분야의 여러 현상을 심도있게 이해하는데 적절하게 이용할 수 있는가에 중점을 두고 출제하였다. 이번 논술고사에서는 생물학에 있어서 신장의 기능과 역할에 대한 3개의 제시문, 물리학에 있어서 물체의 위치 에너지에 대한 2개의 제시문, 그리고 수학에서 적분의 원리를 설명하는 2개의 제시문이 주어졌다. 그리고 논제는 3개의 문항으로 이루어져 있으며, [논제 1]은 생물학에 관한 질문이고 [논제 2]와 [논제 3]은 물리학의 위치 에너지에 관한 질문이다. 따라서 이번 논술고사는 각각 독립적인 두 분야의 문제가 논제로 출제되었다.

제시문은 고교 과정의 생물, 물리, 수학 교과서에서 발췌하였고, 논제에서는 제시문에서 주어진 내용의 이해 능력, 미적분학의 이해 정도, 논리적인 글쓰기 및 수식 전개 능력 등을 평가하는데 중점을 두었다. 특히, 제시문은 고교 교과서에서 직접 발췌하여 고교 과정을 이수한 학생이라면 이해하는데 어려움이 없도록 하였으며, 또한 제시문에 주어진 내용에 대한 사전의 지식이 없다고 하더라도 제시문에 주어진 내용만으로도 충분히 이해가 가능하도록 하였다.

2) 주제 분석과 제시문 해설

* 주제 분석

본 논술고사에서는 신장에 관한 3개의 제시문과 물체의 위치 에너지 및 이 위치 에너지 계산에 관한 4개의 제시문이 주어졌다. 이 두 분야는 각기 독립적이며 이에 대한 논제도 각기 독립적으로 주어졌다.

- ① 혈액은 우리 몸속 구석구석을 돌며 산소와 필요한 영양분을 운반하고 세포에 쌓인 노폐물을 신장을 통해 정화한다. 혈액은 혈구와 혈장으로 이루어져 있으며 몸 속에 쌓인 노폐물은 혈장에 용해되어 신장에서 정화된다. 혈액은 신동맥을 통해 신장으로 들어가며, 신장으로 들어간 혈액은 먼저 사구체에서 혈액 속에 있는 혈장의 10%가 세뇨관으로 여과된다. 이 여과된 액체를 원뇨라고 한다. 이 때, 혈장에 녹아 있던 단백질 성분은 여과되지 못한다. 원뇨는 세뇨관을 흐르면서 아미노산, 포도당은 100%, 수분은 99%, 요소는 40% (실제로는 약 44% 정도)가 다시 몸속으로 재흡수되고 여과되지 못한 일부 성분은 원뇨 속으로 재분비된다. 그리고 나머지가 오줌으로 배출된다. 제시문에서는 시간당 신장으로 유입되는 혈액의 양이 제시되었고, 단위 부피당 혈액 속에 있는 요소, 포도당, 아미노산, 무기 염류, 단백질 등의 양이 제시 되었다. 그리고 논제에서는 하루에 오줌을 통해서 배출되는 요소의 양을 계산하도록 하였다.

- ② 지표면에서 높이 h 에 있는 질량 m 인 물체는 mgh 에 해당하는 위치 에너지를 갖는다. 여기에서 g 는 중력가속도의 크기이다. 반지름이 R 인 반구형 그릇에 밀도가 k (k 는 상수)인 액체가 높이 $-\frac{2R}{3}$ 까지 담겨있을 때, 액체가 갖는 위치 에너지는 액체의 면적소에 상수 밀도 k 와 높이를 곱한 값을 높이로 적분한 값이 된다. 제시문에서는 구분구적법의 원리를 사용하여 액체의 위치 에너지를 구하는 방법을 설명하였다. 그리고 논제에서는 이 방법을 사용하여 반구형 그릇 속에 있는 액체의 위치 에너지를 직접 구하게 하였다. 또한 구분구적법으로 정의한 적분을 미분의 역순으로 구할 수 있다는 미적분학의 기본정리를 간단한 함수의 예를 통하여 설명하였다. 그리고 논제에서는 이를 이용하여 반구형 그릇에 담긴 액체의 부피의 변화율이 단면적이 됨을 직접 보이도록 하였다.

* 제시문 해설

- ① 제시문 (가) : 혈액의 기능과 역할, 혈액 속의 혈장과 혈구의 구성 성분, 시간당 신장 속으로 흘러들어가는 혈액 양 등을 설명하였다.
- ② 제시문 (나) : 혈액 속의 혈장의 구성 성분, 사구체를 통과한 혈장에서 원뇨가 만들어지는 과정을 설명하였다.
- ③ 제시문 (다) : 원뇨가 모세혈관을 지나면서 수분, 포도당, 아미노산, 요소 등의 재흡수 및 재분비 과정을 통해서 최종적으로 오줌이 형성되는 과정을 설명하였다.
- ④ 제시문 (라) : 지표면에서 높이 h 에 있는 질량 m 인 물체가 갖는 위치 에너지가 mgh 가 되는 이유를 설명하였다.
- ⑤ 제시문 (마) : 반지름이 R 인 반구형 그릇에 밀도가 k (k 는 상수)인 액체가 높이 $-\frac{2R}{3}$ 까지 담겨있을 때, 액체가 갖는 위치 에너지를 구분구적법을 이용하여 계산하는 방법을 설명하였다.
- ⑥ 제시문 (바) : 구분구적법을 이용하여 정적분을 정의하는 방법을 설명하였다.
- ⑦ 제시문 (사) : 구분구적법을 이용하여 정의한 적분이 미분의 역순과 같음을 특정한 함수 $f(x) = 5 - x^2$ 을 예로 들어 설명하였다.

3) 논제 해설

논제는 각기 독립적인 두 분야의 세 문항으로 이루어져 있다.

* [문제 1]

제시문 (가), (나), (다)에 설명된 내용을 바탕으로 하루에 오줌으로 배출되는 요소의 양을 구하는 문제이다. 하루에 배출되는 요소의 양을 구하는데 필요한 생물학적인 내용은 모두 제시문 (가), (나), (다)에 주어져 있으며, 여기에 중학교에서 다루는 정도의 수학적 지식을 적용하면 요구하는 답안을 구할 수 있도록 하였다. 이 문제는 고교 과정 수학의 응용력보다는 주어진 제시문의 이해력 평가에 주안점을 두었다.

* [문제 2]

제시문 (바)에서는 구분구적법을 사용하여 적분을 정의하는 방법을 소개하였고 제시문 (사)에서는 구간 $[a, b]$ 에서 정의된 임의의 연속함수 $f(t)$ 에 대해 a 에서 x 까지의 정적분을 $S(x)$ 라고 하면 $S(x)$ 의 미분은 $f(x)$ 가 됨을 특정한 함수 $f(t) = 5 - t^2$ 를 예를 들어 설명하였다. [문제 2]에서는 제시문 (사)의 방법을 이용하여 반구형 그릇에 담긴 액체의 부피의 변화율이 단면적과 같음을 증명하도록 하였다. 이 문항에서는 적분의 정의 및 적분과 미분과의 관계를 정확하게 이해하고 있는가와 제시문 (바)와 (사)의 이해력 평가에 주안점을 두었다.

* [문제 3]

제시문 (마)에서 설명한 방법을 사용하여 반구형 그릇에 담긴 액체의 위치 에너지를 정적분으로 표현하고 다시 이를 계산하여 위치 에너지를 구하는 문제이다. 이 문제는 적분의 개념을 이해하고 이를 이용하여 물리학의 문제를 해결할 수 있는가에 주안점을 두었다.

4) 평가 기준

- 2008학년도 인하대학교 정시모집 자연계 논술고사에서는 다음의 사항들을 중점적으로 평가한다.
- 주어진 제시문을 정확하게 이해하고 이를 바탕으로 각 문제에서 요구하는 문제를 파악하는 능력
 - 미분, 적분 등의 고교 수학 과정에서 배우는 개념을 이해하고 활용하는 능력
 - 수식이 들어있는 계산 과정이나 증명 과정을 일반 서술문과 함께 올바르게 그리고 논리적으로 기술할 수 있는 능력
 - 자신의 견해를 문장으로 올바르게 전개할 수 있는 능력

5) 예시 답안

* [문제 1]

- ① 혈액이 1 시간 당 125L의 비율로 신장으로 들어가기 때문에 하루(24시간)에 신장으로 유입되는 혈액의 양은 $125 \times 24 = 3000$ (L)가 된다. 그리고 혈장은 혈액의 55%를 차지하고 있기 때문에 하루에 신동맥을 통해서 신장으로 유입되는 혈장의 부피는 $3000 \times 0.55 = 1650$ (L)가 된다.

- ② 신동맥을 통해서 들어온 1L의 혈장으로부터 100ml의 원료가 생성되고, 이 100ml의 원료 속에 들어 있는 요소의 양은 0.03g이다. 그리고 세뇨관을 통과할 때 이 중에서 40%가 다시 모세혈관으로 재흡수되므로 결국 오줌으로 배출되는 요소의 양은 0.03g의 60%가 된다. 따라서 1L의 혈장이 신동맥을 통해서 들어가면 오줌을 통해 배출되는 요소의 양은 $0.03 \times 0.60 = 0.018$ (g)이 된다.
- ③ 하루에 신장으로 유입되는 혈장의 양이 1650L이므로 하루에 오줌을 통해서 배출되는 요소의 양은 $0.018 \times 1650 = 29.7$ (g)이 된다.

*** [논제 2]**

- ① 구간 $\left[0, \frac{2R}{3}\right]$ 에 있는 임의의 수 x 에 대해서 $t = x$ 에서 단면의 반지름을 $r(x)$ 라고 하면

$$\text{면 원의 방정식 } y^2 + (x-R)^2 = R^2 \text{으로부터 } r(x) = \sqrt{R^2 - (x-R)^2} = \sqrt{2Rx - x^2}$$

가 된다. 따라서 $t = x$ 에서 단면의 넓이를 $A(x)$ 라 하면 $A(x) = \pi(2Rx - x^2)$ 이 된다. 반구형 그릇의 구간 $[x, x+\Delta x]$ 사이에 있는 액체의 부피를 ΔV 라고 하면

$$\Delta V = V(x+\Delta x) - V(x) \text{ 이고, } A(x) \text{가 증가함수 이므로 그림에서}$$

$$A(x)\Delta x < \Delta V < A(x+\Delta x)\Delta x$$

가 성립됨을 알 수 있다. 따라서 $A(x) < \frac{\Delta V}{\Delta x} < A(x+\Delta x)$ 이고,

$$A(x) = \pi(2Rx - x^2) \text{ 이므로}$$

$$\pi(2Rx - x^2) < \frac{\Delta V}{\Delta x} < \pi(2R(x+\Delta x) - (x+\Delta x)^2)$$

이 된다. 여기에서 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\pi(2R(x+\Delta x) - (x+\Delta x)^2)) = \pi(2Rx - x^2)$ 이므로

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} = \pi(2Rx - x^2) \text{ 이 된다. 여기에서 } A(x) = \pi(2Rx - x^2) \text{ 이므로}$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} = A(x) \text{ 이 된다.}$$

- ② (별해) 반구형 그릇의 구간 $[x, x+\Delta x]$ 사이에 있는 액체의 부피를 ΔV 라고 하면 $\Delta V = V(x+\Delta x) - V(x)$ 이고, 그림에서 $A(x)\Delta x < \Delta V < A(x+\Delta x)\Delta x$ 가 성립됨을 알 수 있다. 따라서 $A(x) < \frac{\Delta V}{\Delta x} < A(x+\Delta x)$ 이고,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} A(x) \leq \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} \leq \lim_{\Delta x \rightarrow 0} A(x+\Delta x) \text{ 이 된다. 따라서 } \frac{dV(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} = A(x)$$

이 된다.

★ [문제 3]

- ① $t = x$ 에서 그릇의 단면의 반지름을 $r(x)$ 라고 하면 원의 방정식

$(x-R)^2 + y^2 = R^2$ 으로부터 $r(x)$ 는 $r(x) = \sqrt{R^2 - (x-R)^2} = \sqrt{2Rx - x^2}$ 이 된다.
따라서 단면적 $A(x)$ 는 $A(x) = \pi(2Rx - x^2)$ 이 된다.

- ② 구간 $\left[0, \frac{2R}{3}\right]$ 을 n 등분한 점을 차례로 $0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = \frac{2R}{3}$ 이라 하자. 그리

고 각 구간의 크기를 Δx , $\Delta x = \frac{2R}{3n} = x_{i+1} - x_i$, ($0 \leq i \leq n-1$)라 하자. 그러면

각 구간 $[x_i, x_{i+1}] = [x_i, x_i + \Delta x]$ 사이의 액체의 부피는 반지름이 $r(x_i)$ (혹은 $r(x_{i+1})$)이고, 높이가 Δx 인 원판으로 근사시킬 수 있다. 액체의 밀도는 k 로 일정하므로 $[x_i, x_i + \Delta x]$ 사이의 액체의 질량 m_i 는

$$m_i = kA(x_i)\Delta x = k\pi(2Rx_i - x_i^2)\Delta x$$

로 근사시킬 수 있다. Δx 가 충분히 작을 경우에 얇은 원판은 기준면에서 높이가 $t = x_i$ 인 지점에 있으므로 구간 $[x_i, x_i + \Delta x]$ 에서 액체의 위치에너지 E_i 는

$$E_i = m_i g x_i = gk\pi(2Rx_i - x_i^2)\Delta x x_i = gk\pi(2Rx_i^2 - x_i^3)\Delta x$$

가 된다. 따라서 전체 액체의 위치에너지 E 는

$$\begin{aligned} E &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n E_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n gk\pi(2Rx_i^2 - x_i^3)\Delta x = \int_0^{\frac{2R}{3}} gk\pi(2Rx^2 - x^3)dx \\ &= gk\pi \left[\frac{2}{3} Rx^3 - \frac{1}{4} x^4 \right]_0^{\frac{2R}{3}} = gk\pi \left(\frac{2}{3} R \frac{8R^3}{27} - \frac{1}{4} \frac{16R^4}{81} \right) \\ &= gk\pi \left(\frac{16}{81} - \frac{4}{81} \right) R^4 = \frac{4}{27} gk\pi R^4 \end{aligned}$$

이 된다.

인하대학교 입학 홈페이지(<http://admission.inha.ac.kr>)를 방문하면 2008년 4월 12일에 치러진 2009학년도 1차 모의논술 문제를 다운 받을 수 있다.

수리논술의 경우, 독립적인 두 분야의 문제를 출제하였으며, 물리학에서, 위치에너지와 중력가속도에 관한 제시문 2개, 생물학에서, 모세 혈관에서 혈액과 조직세포 간에 이뤄지는 기체 교환에 관한 제시문 3개를 제시하였다. 논제는 모두 3개의 문항으로 이루어져 있는데, [문제 1]은 행성/위성 표면에서의 중력가속도를 구하는 문제, [문제 2]는 위치에 따라 변하는 중력위치에너지의 최대를 구하는 문제, 마지막으로 [문제 3]은 혈액이 조직세포에 공급하는 산소의 양을 묻는 문제이다.

제시문은 고등학교 물리학, 생물학 교과서에 언급된 내용을 그대로 옮기거나 조금 더 보완하여 실었으며, 학생들이 전문적인 내용을 사전에 알고 있지 않더라도 제시문에 주어진 내용만으로도 논제를 풀 수 있도록 구성되었다. 논제에서는 제시문에서 주어진 내용을 충분히 이해하고 적절하게 인용하는지, 극한, 평균변화율과 미분 등 고등학교 수학에서 학습하는 주요 개념을 적절히 적용할 수 있는지, 정확한 수식을 사용하여 논리적으로 답안을 작성할 수 있는지 평가하는데 중점을 두었다.

중앙대학교

수시 2-1학기 학업적성논술 문제지 (자연계열1)

대학		학 과 (학부·계열)		수험 번호		성명	
----	--	----------------	--	----------	--	----	--

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 모두 5장으로 구성되어 있습니다.
- 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
- 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하십시오.
- 답안을 작성할 때 문제 번호를 맨 앞에 쓰십시오.
- 답안은 띄어쓰기를 포함하여 한 칸에 한 글자씩 쓰십시오. (숫자나 수식, 표 등은 제외)
- 주어진 답안 작성 분량을 지키고 답안지는 한 장 이내로 작성하십시오.
- 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.



2008학년도 중앙대학교 수시 2-1학기

학업적성논술 문제지(자연계열1)

I. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (100점)

(가)

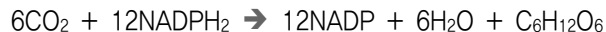
대부분의 생물은 산소를 이용한 유기호흡을 통해 에너지를 얻는다. 유기호흡은 유기 양분 속에 저장된 에너지를 ATP나 열에너지로 전환시키는 과정이다. 이 과정에서 포도당은 수소를 잃고 이산화탄소(CO_2)가 되며, 포도당에서 분리된 수소는 산소와 결합하여 물이 된다. 결과적으로 포도당이 산소에 의해 산화되면 CO_2 와 물이 생성된다. 유기호흡은 크게 해당과정, TCA회로, 전자전달계의 세 과정으로 진행된다. 음식으로 섭취되는 탄수화물이 분해된 포도당은 혈관 속으로 흡수되어 각 세포로 운반되지만 포도당 분자만으로는 에너지를 얻을 수 없기 때문에 포도당은 세포 내에서 더 잘게 분해된다. 해당과정은 세포질에서 당을 분해하는 과정으로 포도당을 반으로 잘라 두 개의 피루브산을 만드는데, 이때 ATP라는 물질과 NADH_2 라는 물질도 2개씩 얻어진다. 해당과정에서 만들어진 피루브산이 TCA회로에 투입되어 6분자의 CO_2 가 생성되고, 8개의 NADH_2 와 2개의 FADH_2 , 2개의 ATP가 함께 만들어진다. 이 과정은 미토콘드리아의 기질에서 일어난다. 해당과정과 TCA회로를 통해 만들어지는 물질 중 ATP가 바로 에너지원으로 사용된다. 그렇지만 직접적으로 만들어진 ATP만을 사용하면 에너지의 양이 너무 적기 때문에 NADH_2 와 FADH_2 를 이용하여 ATP를 만든다. NADH_2 와 FADH_2 로부터 ATP를 추가적으로 만들어내는 곳이 바로 전자전달계이며, 이때 전자운반체로서 산소가 필요하다. 전자전달계 과정은 미토콘드리아의 내막에서 일어난다. NADH_2 와 FADH_2 는 전자전달계로 건너와 각각 3개, 2개씩의 ATP를 만든다. 따라서 ATP는 해당과정에서 2개, TCA회로를 통해 2개, 전자전달계를 통해 34개가 만들어져 총 38개를 얻는다. 그런데 진핵세포의 경우, 해당과정에서 만들어진 2개의 NADH_2 가 전자전달계에 투입되기 위해 세포질에서 미토콘드리아 내부로 들어갈 때 2개의 ATP를 소모한다. 따라서 총 36개의 ATP를 만들어낸다. 이는 포도당 한 분자로부터 만들어지는 양이며, 무호흡이 포도당 한 분자를 이용해 2개의 ATP를 만든다는 점을 감안하면 매우 효율적인 에너지 생성 방법임을 알 수 있다.

(나)

녹색식물이 빛에너지를 이용하여 CO_2 와 물로부터 유기물을 합성하는 과정을 광합성이라 한다. 광합성 과정은 녹색식물의 엽록체에서 진행되며, 명반응과 암반응 두 단계로 이루어진다.

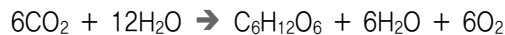
빛이 있어야 진행되는 명반응은 엽록체 안의 틸라코이드의 막에서 일어나고 물의 광분해와 광인산화의 두 과정으로 나눌 수 있다. 물의 광분해 과정은 엽록소에 흡수된 빛에너지에 의해 물이 분해되는 것이며, 이 과정에서 전자(e^-)와 수소이온(H^+), 산소(O_2)가 만들어진다.

즉, 광합성의 최종 산물 중의 하나인 산소는 물에서 유래된 것임을 알 수 있다. 광인산화 과정은 엽록소가 흡수한 빛에너지를 화학에너지로 전환시켜 ATP를 만들어내는 과정이다. 빛에너지가 엽록소에 흡수되면 엽록소가 흥분하여 전자를 방출하게 되는데, 이 전자가 전자전달계를 거치면서 ATP를 만들어내는 것이다. 또 광인산화 과정에서 NADPH₂도 함께 만들어지는데 이들은 암반응에 쓰이게 된다. 즉, 명반응의 광인산화 과정은 암반응에 쓰일 물질을 만들어내는 과정이라고 볼 수 있다. 암반응은 엽록체의 스트로마에서 일어나는 반응으로, 명반응에서 생성된 ATP와 NADPH₂를 이용해 CO₂로부터 포도당과 같은 탄수화물을 합성하는 과정이다. 암반응에는 무수히 많은 효소가 관여하고 있기 때문에 온도의 영향을 받는다. 암반응의 전체적인 반응식은 다음과 같다.



그리고 이 반응이 진행되는 데 필요한 에너지는 ATP에 의해 얻어지는데, 총 18개 분자의 ATP가 사용되어 18개 분자의 ADP로 바뀌게 된다.

전체적으로 보면, 광합성의 명반응에서 산소가 생성되며, 암반응을 통해 포도당이 합성되고 물이 생성되는 것이다. 광합성의 전체적인 반응식은 다음과 같다.



그리고 이렇게 광합성을 진행하는데 쓰이는 에너지는 궁극적으로 태양에서 오는 빛에너지이다.

(다)

연료전지를 발전장치로 간주할 때, 그 가장 중요한 장점은 원리적으로 에너지 변환효율(열효율)이 높다는 점이다. 화력발전에서는 연료의 화학 에너지를 일단 열의 형태로 보일러에 공급하고, 보일러에서 발생하는 증기에 의해서 터빈을 가동하여 전기 에너지를 만들어 낸다. 이러한 화력발전의 열효율은 현재 40~50% 정도에 머물고 있다. 이에 비하면 연료전지에서는 화학 에너지를 열의 형태로 변환하지 않고 직접 전기 에너지로 변환하므로 이론적인 열효율이 높다.

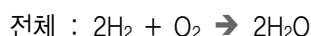
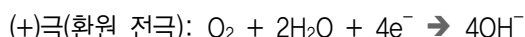
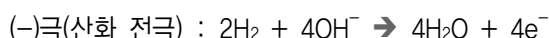
연료전지의 또 하나 중요한 장점은 환경 적합성이다. 연료와 공기를 공급하기 위한 송풍기 이외에는 터빈과 같은 회전기를 필요로 하지 않으므로 소음과 진동이 적다. 또한 수소를 연료로 사용하면 배출되는 것은 물 뿐이며 CO₂와 같은 지구 온난화 가스가 발생하지 않는다. 연료전지가 청정 발전장치로 평가 받는 이유도 바로 이 때문이다.

하지만 이 평가에 대해서는 좀 더 신중하게 생각할 필요가 있다. 연료전지의 연료로 사용되는 수소는 지구에 매장되어 있는 것이 아니다. 수소는 주로 석유나 천연가스의 부분 연소 반응으로 만들어지는데, 그 과정에서도 CO₂가 배출된다. 따라서 지구 전체 환경의 차원에서 보면 CO₂를 배출하는 과정을 통해 만들어진 수소를 원료로 사용하는 연료전지는 결과적으로 화력발전과 마찬가지로 지구 온난화 가스를 배출하는 셈이다. 다만 효율이 문제가 된다. 예를 들어, 메탄을 연료로 하는 화력 발전의 현실적 효율을 40%라고 하면, 전력 에너지 1kWh당 CO₂ 배출량은 약 490g이다. 한편, 메탄으로 만들어지는 수소를 연료로 하는 연료전지의 효율이 이론상 최대값인 95%라면 전력 에너지 1kWh를 생산하기 위해 연료전지를 사용하면 약 340g의 CO₂가 배출된다.

그러나 이와 같은 이론적인 최대 효율을 얻는 것은 불가능하다. 만약 연료전지의 효율이 60%라 하면, 전력 에너지 1kWh당 약 540g의 CO₂가 배출된다. 즉, 연료전지의 효율이 낮으면, 같은 양의 전력을 생산하기 위하여 더 많은 수소 원료가 필요하고, 따라서 수소를 생산하는 과정에서 CO₂ 배출량이 증가하게 된다.

(라)

연료전지에서는 원료인 수소와 산소 기체가 외부 저장탱크로부터 연속적으로 공급된다. 수소-산소 연료전지의 알짜 전지 반응은 간단히 수소가 산화되어 물을 생성하는 것으로, 반응의 결과 발생한 에너지가 전류의 형태로 생성되도록 설계되었다. 수소 기체는 전지의 (-)극 쪽으로 공급되고, 산소 기체는 (+)극 쪽으로 공급된다. 연료전지 내의 (-)극과 (+)극 사이에는 K⁺와 OH⁻를 포함한 용액이 있어서 다음과 같은 반응이 일어난다.



산화 전극에서 수소 분자가 잃은 전자는 외부회로를 통해 환원 전극으로 이동한다. 이 환원 전극에서 산소가 환원된다.

(마)

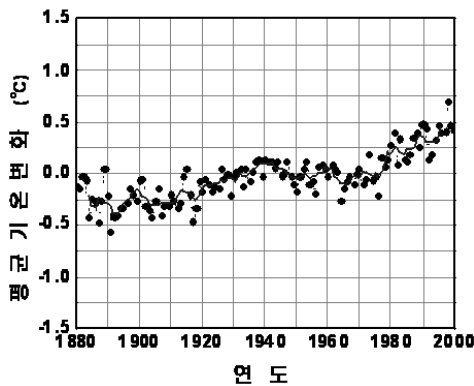
지난 5월 유엔에서는 지구온난화 최종보고서가 발표되었다. 이 보고서의 핵심 내용은 온실가스 배출량을 대폭 줄여야 한다는 것이며 온실가스의 주종인 CO₂ 배출량의 증가를 줄이는 것이 시급하다는 것이었다. 또한 유엔의 기후변화 정부간 위원회인 IPCC에 따르면 지구온도는 2100년이 되면 1880년보다 5.8℃ 증가할 것이라 한다. 우리나라도 더 이상 지구온난화의 안전지대가 아니며 온난화의 속도가 세계 평균보다 빠른 것으로 나타나고 있다고 한다.

그러나 이러한 지구온난화 문제의 심각성에 대한 경고는 지나치게 편향된 연구결과이며 과학적으로 사기에 가깝다는 일부 과학자들의 다음과 같은 주장이 있다.

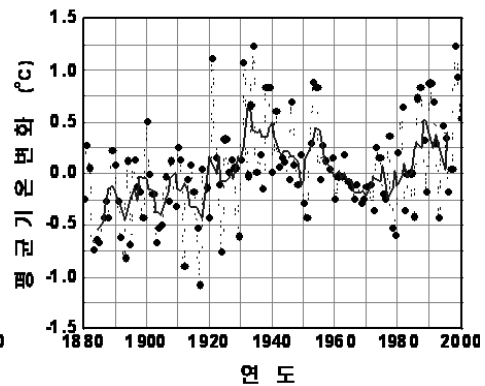
- 지구의 기후변화는 단순히 더하고 평균을 내는 정도로 가늠할 수 없는 무수히 많은 변수의 영향을 받기 때문에 이와 같이 복잡한 문제를 지구 전체의 평균 기온만을 가지고 설명하는 것은 불가능하다.
- 평균 기온은 지역적으로는 의미가 있지만 이것을 지구 전체에 적용시켜 설명하려는 것은 무의미하며, '지구의 평균 기온'이라는 것은 정의할 수 없다.

IPCC에서는 전 세계의 내륙 또는 섬에 위치한 기상 관측소 37곳의 기온을 측정한 값에 각 지역의 면적을 가중하여 구한 가중평균을 지구의 평균 기온이라고 제시한다.

[그림 1]은 지구의 평균 기온 변화를 보여주는 그래프로서 IPCC가 지구 온난화의 심각성을 경고 할 때 자주 인용하는 것이며, [그림 2]는 미국의 평균 기온 변화를 보여주는 그래프이다. 아르헨티나 의 일부 과학자들은 가장 우수한 기상 측정 시스템을 가진 미국의 평균 온도변화 그래프인 [그림 2] 를 보면 IPCC의 주장이 과학적으로 심각한 결점을 갖고 있음을 알 수 있다고 하며, 지구 온난화를 경고하는 IPCC의 주장은 현대 과학사에서 가장 큰 사기 중의 하나라고 주장한다.



[그림 1] 지구의 평균 기온 변화



[그림 2] 미국의 평균 기온 변화

[문제 1]

제시문 (가)와 (나)는 자연계에서 일어나는 서로 다른 두 현상의 반응과정에 대한 설명이다. 두 제시문 중 제시문 (라)의 반응과정과 유사한 반응과정에 대하여 설명한 것을 선택하여, 제시문 (라)의 반응과정과 선택된 제시문에 나타난 반응과정 사이의 공통점과 차이점을 설명하시오. [20점, 답지 8줄 이내]

[문제 2]

연료전지의 원료인 수소의 생산에는 상당한 에너지가 소비되고 그 과정에서 CO_2 가 발생하기 때문에 현재 상황에서 연료전지가 고효율, 친환경 에너지원이라고 보기 어렵다는 주장이 제시문 (다)에 기술되어 있다. 이러한 주장이 타당하다고 보고 CO_2 발생의 문제점을 극복할 수 있는 새로운 수소 생산 방법을 제시문 (가)와 (나)의 내용만을 참조하여 제시하시오. [20점, 답지 8줄 이내]

[문제 3]

제시문 (다)에 의하면 연료전지로 발전(發電)할 때, 연료전지의 효율이 낮을 경우 화력발전에 비해 더 많은 CO₂를 배출한다. 그렇다면 화력발전의 경우보다 적은 CO₂를 배출하기 위하여 제시문에서 예시한 연료전지의 효율이 몇% 이상이 되어야 하는지 설명하고 그 타당성을 논술하시오. [20점, 답지 12줄 이내]

[문제 4]

어느 지역에 A라는 화력발전소와 B라는 연료전지 발전소가 있다. 실제로 생산하는 전력량 1 kWh의 생산원가는 A의 경우 60원이고, B의 경우 75원이다. A의 효율은 40%로 제시문 (다)에 의하면 전력량 1 kWh당 약 490g의 CO₂가 발생한다. 또한 B의 효율은 83%로 전력량 1 kWh당 약 390g의 CO₂가 발생한다. 이때 발생한 CO₂에 대하여는 아래 표와 같이 세금이 부과된다고 하자. 생산비용을 생산원가와 세금의 합이라고 할 때, 이 지역에서 1,000 kWh의 전기를 생산하는 비용을 최소화하려면 A와 B에서 각각 얼마의 전기를 생산해야 하는지에 대하여 논술하시오. [20점, 답지 24줄 이내]

CO ₂ 총 발생량(kg)	세금(원)
100이하	0
100초과 200이하	15,000
200초과 300이하	30,000
300초과 400이하	45,000
400초과 500이하	60,000
500초과 600이하	75,000
⋮	⋮

[문제 5]

기후연구에서 평균 온도를 측정하는데 100개 이상의 서로 다른 방법이 사용되고 있으나, 어떤 방법이 가장 타당한가에 대한 물리적인 근거는 제시되지 못하고 있다. 이러한 사실과 제시문 (마)의 내용에 근거하여, 기온 자료의 분석에 사용되는 가중 평균의 문제점을 지적하고, 그 문제점을 해결할 방법을 제시하시오. [20점, 답지 12줄 이내]

2008학년도 중앙대학교

수시 2-1학기 학업적성논술 문제지 (자연계열2)

대학		학 과 (학부·계열)		수험 번호		성명	
----	--	----------------	--	----------	--	----	--

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 모두 5장으로 구성되어 있습니다.
- 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
- 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하십시오.
- 답안을 작성할 때 문제 번호를 맨 앞에 쓰십시오.
- 답안은 띄어쓰기를 포함하여 한 칸에 한 글자씩 쓰십시오. (숫자나 수식, 표 등은 제외)
- 주어진 답안 작성 분량을 지키고 답안지는 한 장 이내로 작성하십시오.
- 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.



2008학년도 중앙대학교 수시 2-1학기

학업적성논술 문제지(자연계열2)

I. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

(가)

다가오는 자동차의 경적 소리는 멀어져 가는 자동차의 경적 소리보다 높게 들리는데, 이와 같은 현상을 도플러 효과라고 한다. 자동차에서 나온 음파의 소밀 부분이 진행되는 동안 정지해 있는 사람을 향해 자동차가 다가오므로, 이어지는 음파의 소밀 부분은 자동차가 정지하고 있는 경우보다 더 가까이 사람 쪽으로 움직인다. 따라서 파장이 짧아져 소리의 진동수가 증가하므로 음높이가 더 높게 들린다. 도플러 효과를 이용하면 움직이는 물체의 속도를 알아낼 수 있다. 도플러 효과는 소리나 전파에서만 아니라 빛에서도 관찰된다. 별에서 나오는 빛의 특정원소 스펙트럼을 분석하면 지상에서 측정한 같은 원소의 스펙트럼보다 붉은색 쪽으로 옮겨져 있는 경우를 볼 수 있다. 이를 적색 편이라 하는데, 적색 편이가 일어나는 까닭은 별이 지구로부터 빠른 속도로 멀어져 가기 때문이다.

(나)

빅뱅 직후에는 에너지와 물질 사이에 상호교환이 일어났지만 우주가 팽창함에 따라 온도가 내려가면서 더 이상 상호교환은 일어나지 않았다. 이때 남아 있던 빛은 우주의 팽창과 더불어 우주 속으로 흩어졌고, 가모프는 계산을 통해 빅뱅 때 나온 초기의 우주 복사선(輻射線) 파장을 7.35cm로 예측했다. 이것은 절대온도 3K의 물체가 내는 빛과 같은 파장이다.

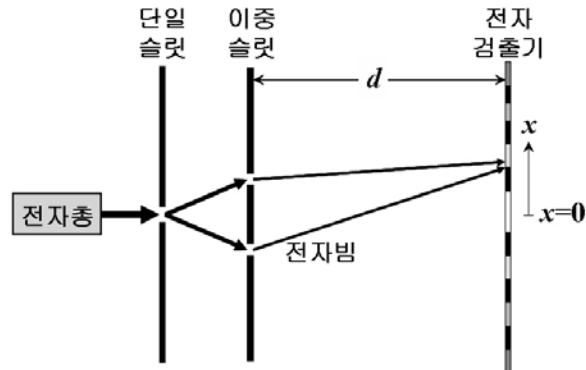
과학자들은 빅뱅 이후 고온의 우주에 충만해 있던 빛이, 이제는 빛이 아니라 전파(마이크로파)가 되어 우주를 떠돌아 다니고 있다고 추정했으며 이 빅뱅의 흔적인 전파를 우주 배경 복사라고 불렀다. 그러나 백 수십 억 년 전에 일어난 빅뱅의 증거, 즉 절대온도 3K의 물체가 내는 파장을 찾아내는 것은 잃어버린 과거의 생물 화석을 찾아내는 일보다 엄청나게 어려운 일이다. 그런데 놀랍게도 그 우주 고고학적 증거, 즉 빅뱅의 화석이 발견되었다. 이 절대온도 3K의 우주 배경 복사의 발견을 ‘우주론에 있어서 20세기 최대의 발견’이라고 일컫는다.

(다)

두 개의 파동이 겹치는 경우 새로운 파동을 만들어 내는데, 이때 나타난 파동을 합성파라고 부르며, 합성파의 변위는 각 파동의 변위를 합한 것과 같다. 이것을 중첩의 원리라고 하며, 파동의 중요한 특성 중의 하나이다. 중첩이 끝난 두 개의 파동은 원래의 진행 방향, 속도, 진폭 등을 그대로 지니면서 독립적으로 전파된다. 이러한 파동의 중첩은, 두 입자가 충돌할 때 운동량을 보존하면서 속도와 방향이 바뀌거나 에너지를 교환하는 것과 대조적이다.

두 개의 입자는 같은 시각에 같은 공간에 있을 수 없으나, 파동의 경우에는 중첩의 원리에 의하여 서로에게 영향을 미치지 않으면서 무한히 많은 파동들이 같은 시각에 같은 공간에 있을 수 있다. 두 개 이상의 파동이 서로 중첩될 때 합성파의 진폭이 보강되어 커지거나(보강 간섭) 상쇄되어 작아지는(상쇄 간섭) 현상을 파동의 간섭이라고 한다.

(라)



위 그림은 전자총에서 발사된 많은 수의 전자들이 첫 번째 슬릿(단일슬릿)과 두 번째 슬릿(이중슬릿)을 차례로 통과한 후, 거리가 d 만큼 떨어진 전자 검출기에 도달하였을 때, 검출기의 각 부분에 도달한 전자빔의 세기를 측정하는 실험의 과정을 보여주는 그림이다. 검출기의 중심으로부터 x 만큼 떨어진 지점의 전자빔 세기 $I(x)$ 는 다음과 같다.

$$I(x) = I_0 \cos^2(\beta x) \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha x} \right)^2.$$

여기서 I_0 , α , β 는 양의 상수이고, $\alpha < \beta$ 이다.

[문제 1] 제시문 (가)의 내용을 근거로 하여 다음 물음에 답하시오. (30점)

[문제 1-1] 지구가 공전하고 있다는 것을 어떻게 증명할 수 있는지 예를 들어 설명하시오.
[10점, 답지 8줄 이내]

[문제 1-2] 제시문 (가)와 관련지어 제시문 (나)의 우주 배경 복사에 대해 설명하시오. 또한 [문제 1-1]에서 찾아낸 지구공전의 증거와 우주 배경 복사 사이의 공통점과 차이점을 설명하시오. [20점, 답지 10줄 이내]

[문제 2] 제시문 (라)에 있는 $I(x)$ 의 그래프를 개략적으로 그리고, 이 실험의 결과로부터 알 수 있는 전자의 본질에 대하여, 제시문 (다)의 관점에서 논술하시오. [20점, 답지 12줄 이내]

II. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

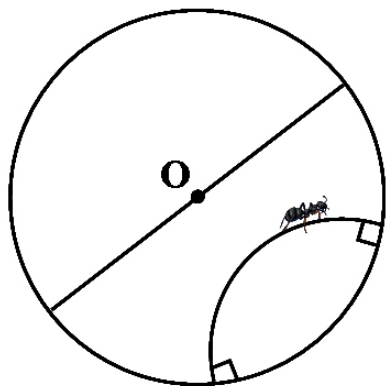
(가)

자연에 대해 우리가 알고 있는 것은 진리의 근사적인 서술에 불과하다. 이는 우리가 모든 법칙을 알고 있지 못하기 때문이다. 우리가 처음에 찾아낸 법칙은 대부분 틀린 것이고, 이것을 수정, 보완해 나가면서 올바른 법칙이 정립된다. 아인슈타인 이전의 고전역학의 수많은 결론들은, 질량은 속도와 관계없이 불변량이라는 가정에 기초하고 있었다. 하지만 아인슈타인은 빛의 속도가 불변이라고 가정하였다. 이 가정을 토대로 유도된 특수상대성 이론에 의하면 물체의 질량은 속도가 빠를수록 증가하는 성질을 가지고 있다. 단, 물체의 속도가 광속에 가까워야 질량증가 효과가 눈에 띄게 나타난다. 따라서 올바른 법칙은 물체의 속도가 초속 160km 이내 일 때, 그 물체의 질량은 0.0001% 이내의 범위에서 불변이라는 것이다.

근사적으로 맞는 법칙은 철학적 관점에서 볼 때 완전히 틀린 법칙이다. 질량 변화가 아무리 작다 해도 그것이 완전 불변량이 아닌 한, 우리의 자연관은 완전히 달라져야 한다. 이것은 법칙 뒤에 숨어 있는 자연 철학의 특징이기도 하다. 지극히 미미한 효과 때문에 자연에 대한 개념을 송두리째 바꿔야 했던 경험을 우리는 이미 여러 차례 겪어 왔다.

(나)

오늘 나는 플릭이 사는 이상한 세상을 살펴보기로 했다. 일개미 플릭은 사람인 나의 말을 잘 따랐다. 그가 돌아다니는 곳은 반지름이 1m인 원판이었다. 나는 그에게 직진하라고 했다. 그러자 그는 원의 중심 O를 지날 때는 직선으로 갔지만, 원의 중심을 지나지 않을 때는 곡선을 따라 가는 것이 아닌가? 가만히 살펴보니 후자의 경우 플릭은, 원판의 둘레인 원과 직교하는 다른 원의 호를 따라



가는 것이었다(그림 참조). 아무리 직진하라고 해도 그는 그것이 직진하는 것이라고 하였다. 플릭에게는 그것이 '직선'을 따라 가는 길이었던 것이다. 나는 이것을 보고 플릭이 사는 세상은 내가 사는 세상과 다르다는 것을 깨달았다. 이제 나는 원판 위의 세 지점 A, B, C를 정해주고 플릭에게 A에서 B를 향해 직진하고, B에서 C로, C에서 A로 직진하게 하였다. 그리고 플릭에게 A, B, C를 꼭지점으로 하고 '플릭의 직선' 경로를 변으로 하는 '삼각형'의 내각의 합을 측정해보라고 했다. 나는 그가 삼각형의 내각의 합이 180° 가 아니라고 말할지도 모른다고 생각했다. 역시 그는 180° 가 아니라고 대답하였다.

(다)

귀납법은 경험이나 실험에 의한 것을 토대로 일반 현상을 예측하는 추론 방법을 뜻하는 것이 보통이다. 특수 현상에서 보편 현상을 이끌어 내는 과정이니 참으로 흥미롭다.

수학적 귀납법은 여러 가지 명제를 동시에 증명할 때 사용하는 방법이다. 수학적 귀납법을 사용하기 위해서는 여러 가지 명제가 서로 이어져 있어서 한 명제 다음에 또 한 명제가 있고, 그 명제 다음에 또 한 명제가 계속 이어져 있어야 한다. 수학적 귀납법은 유한개의 명제가 이어져 있고, 마지막 명제가 있는 경우에도 적용할 수 있다. 이때 다음 두 가지

(i) 한 명제가 참이라고 가정하면, 그 다음 명제도 참이다.

(ii) 맨 처음 명제는 참이다.

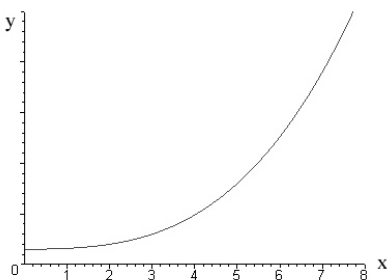
를 보여서 모든 명제가 참이라는 것을 증명하는 방법이 바로 수학적 귀납법이다.

[문제 3] 제시문 (가)와 (나)에 근거하여, 경험적 지식을 바탕으로 진리에 도달할 수 있는 논리적인 전개방법에 대해 논술하시오. [15점, 답지 12줄 이내]

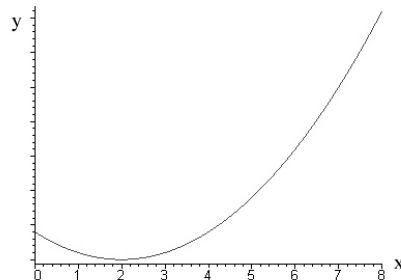
[문제 4] 제시문 (나)에서 플릭의 대답에 부합하는 삼각형의 예를 원판에 그려 보고, 이것을 바탕으로 플릭이 사는 세상에는 어떤 특징이 있는지 설명하시오. [15점, 답지 10줄 이내]

[문제 5] 다음 글을 읽고 아래 질문에 답하시오.

함수 f 가 $a \leq x_1 < x_2 \leq b$ 인 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) < f(x_2)$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 $[a, b]$ 에서 증가한다고 한다. 또한 함수 g 가 $a \leq x_1 < x_2 \leq b$ 인 임의의 실수 x_1, x_2 와 $0 \leq t \leq 1$ 인 t 에 대하여 $g(tx_1 + (1-t)x_2) \leq tg(x_1) + (1-t)g(x_2)$ 일 때, 함수 $g(x)$ 는 $[a, b]$ 에서 볼록하다고 한다. 다음 그래프는 각각 $[0, 8]$ 에서, 증가하는 함수와 볼록한 함수의 예를 보여준다.



[0.8]에서 증가하는 함수의 예



[0.8]에서 볼록한 함수의 예

어떤 두 개의 연속함수 $h(x)$ 와 $k(x)$ 가 있다. 함수 $h(x)$ 는 임의의 자연수 n 에 대하여 $[n-1, n]$ 의 구간에서 증가한다. 그리고 함수 $k(x)$ 는 임의의 자연수 n 에 대하여 $[n-1, n]$ 의 구간에서 불록하다.

학생 A는 '함수 $h(x)$ 가 양의 실수 전체에서 증가한다'는 명제를 다음과 같이 증명할 수 있다고 주장한다. " $h(x)$ 는 연속함수이므로, 임의의 자연수 n 에 대하여 $[n-1, n]$ 에서 $h(x)$ 가 증가하면, $h(x)$ 는 양의 실수 전체에서 증가할 수 밖에 없다. 그런데 함수 $h(x)$ 는 임의의 자연수 n 에 대하여 $[n-1, n]$ 에서 증가하므로, $h(x)$ 는 양의 실수 전체에서도 증가한다."

학생 B는 '함수 $k(x)$ 가 양의 실수 전체에서 불록하다'는 명제를 다음과 같이 증명할 수 있다고 주장한다. " $k(x)$ 는 연속함수이므로, 임의의 자연수 n 에 대하여 $[n-1, n]$ 에서 $k(x)$ 가 불록하면, $k(x)$ 는 양의 실수 전체에서 불록할 수 밖에 없다. 그런데 함수 $k(x)$ 는 임의의 자연수 n 에 대하여 $[n-1, n]$ 에서 불록하므로 $k(x)$ 는 양의 실수 전체에서도 불록하다."

학생 A, B는 증명과정에서 제시문 (다)의 수학적 귀납법을 이용하고 있다. 각 학생의 증명에 오류가 있는 경우, 그 오류를 보여줄 수 있는 연속함수를 예를 들어 그려보고, 그 오류가 생기는 이유를 설명하시오. [20점, 답지 12줄 이내]

2008학년도 중앙대학교 수시 1학기

학업적성논술 문제 해설

1. 평가 목표 및 출제 의도

2008년 수시2-1학기 학업적성논술의 항목별 출제 의도는 다음과 같다.

〈자 연 계 1〉

제시문 (가)와 (나)는 각각 생명현상의 에너지 생성 과정인 유기호흡과 광합성에 대한 설명으로 출처는 두산백과사전이다. 제시문 (다)는 연료전지에 대한 설명으로 출처는 ‘연료전지(검지사 발행)’이다. 최근의 고유가와 화석연료의 과다한 사용에 기인하는 지구환경 오염 문제가 중요한 화두가 되고 있는 상황에서 친환경 에너지원에 대한 관심이 매우 크다. 이러한 친환경 에너지원에 대한 해답을 자연계에서 일어나는 현상에서 찾고자하는 노력이 점점 증가하고 있다. 주어진 제시문은 이러한 노력에 대하여 생각할 수 있는 기회를 제공한다.

[문제 1] 제시문 (라)에 기술된 연료전지에 대한 설명을 읽고 연료전지의 반응과정을 체계적으로 이해할 수 있는 능력을 측정하고 제시문 (가)와 (나)에 있는 유기호흡과 광합성에서 일어나는 반응과정과 비교할 수 있는 능력을 측정하고자 하였다. 또한 유사한 반응과정 사이의 공통점과 차이점을 물어 봄으로써 각각의 반응과정을 개략적이 아니라 정확하게 이해할 수 있는 능력을 측정하고자 하였다.

[문제 2] 주어진 제시문에 있는 다양한 반응과정 가운데 친환경적으로 수소를 생성할 수 있는 반응과정을 정확하게 선별하여 연료전지를 보다 더 친환경적으로 개선할 수 있는 방법을 제시할 수 있는 능력을 측정하고자 하였다.

[문제 3] 연료전지의 열효율과 그 원료인 수소 생산에 수반되는 CO₂ 발생량을 종합적으로 고려하여 연료전지의 친환경성을 평가할 수 있는 능력을 측정하고자 하였다.

[문제 4]

본 문제의 기본적인 출제 의도는 수험생들이 문제에서 주어진 조건들을 정확하게 이해하고 이를 수식으로 변환하여 모형화하는 능력을 평가하고자 하는 것이다. 또한, 모형화한 것을 바탕으로 수험생들이 고교 수학과정 등에서 배운 지식을 토대로 최적의 해를 찾아낼 수 있는 논리적 전개 능력을 평가하는데 있다. 마지막으로, 모든 조건을 고려하여 정확한 계산을 하는 능력도 평가하고자 하였다.

[문제 5]

본 문제의 출제 의도는 통계자료에 근거하여 발표되는 것들 가운데 일반적인 사실로 인정되는 것을, 같은 자료를 다른 시각에서 바라보면 달리 해석할 수도 있다는 것을 수험생들이 인식하고, 사고를 전환할 수 있는 수험생들의 유연한 사고력을 측정하고자 하는 것이며, 나아가 문제점으로 인식한 것들을 보다 개선할 수 있는 문제 해결 방안 제시능력을 평가하고자 하는 것이다.

〈출 처〉

- (1) “Does a Global Temperature Exist?”

저널 : Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics 2007, Vol 32, pp1-27.

저자 : C. Essex, R. McKittrick and B. Andresen

- (2) Science Daily 2007-3-7 <http://www.sciencedaily.com/releases/>

- (3) “Ghost Temperatures”, Eduardo Ferreyra, President of FAEC

<http://www.mitosyfraudes.org/Calen3/ghosts.html>

<자 연 계 2>

〈I번 문항〉

[문제 1-1]은 교과서에서 발췌한 지문을 활용하여 지구의 가장 기본적인 성질 중의 하나인 공전이라는 현상에 논리적으로 설명하는 문제이다. 수험생들은 지문에 제시되어 있는 도플러 효과의 과학적인 의미 뿐 아니라 이 효과가 음파는 물론 빛에서도 성립한다는 과학적 사실을 지문을 통하여 이해하고 이렇게 이해한 내용을 지구 공전 현상에 적용하여 지구 공전의 증거를 제시하여야 한다. 우주 공간에서는 소리가 전파될 수 없으므로 빛을 이용하여야 하는데 별이 바로 그러한 역할을 하게 된다. 별에서 나오는 빛에서 도플러 효과가 있고 이것은 지구 공전에 의해 주기성이라는 독특한 특징을 갖고 이러한 주기성과 주기를 분석함으로써 지구 공전 현상을 논리적으로 확립할 수 있게 된다.

[문제 1-2]는 교과서에서 발췌한 도플러 효과에 대한 지문과 ‘노벨상이 만든 세상 물리학 (이종호)’에서 발췌한 우주 배경 복사에 대한 지문을 이용하여 우주 배경 복사를 도플러 효과의 관점에서 설명하고 이것과 [문제1]에서 구한 별 빛에서의 도플러 효과를 비교하는 문제이다. 수험생들은 우주 배경 복사에서도 관찰자와 광원이 서로 멀어지므로 도플러 효과가 있게 된다는 과학적 사실을 논리적으로 설명해야 한다. 우주 배경 복사나 별 빛 모두 빛에서의 도플러 효과이며 관찰자가 지구인 매우 유사해 보이는 현상들이다. 그렇지만, 우주 배경 복사는 주기가 없고 오직 서로 멀어지는 경우만 관찰되는데 반해 별 빛은 지구 공전의 주기에 따라 도플러 효과의 양상이 바뀌는 매우 다른 특징을 가지고 있어서 각 효과들이 각각 다른 현상에 대한 증거가 된다. 수험생들은 제시문의 내용을 잘 이해하고 이러한 두 과학적 현상 사이에서 나타나는 공통점과 차이점을 논리적으로 잘 설명해야 한다.

[문제 2]에서는 교과서에서 발췌한 파동의 간섭 현상에 대한 내용과 전자를 이용한 이중 슬릿에서의 간섭 실험을 그림과 함께 제시하고 간섭된 전자가 발견될 확률을 나타내는 함수 $I(x)$ 를 식으로 주고 이러한 식을 그래프로 그리고 이러한 결과의 과학적 의미를 지문을 참조하여 설명하는 문제이다. 학생들은 과학에 자주 등장하는 식과 그래프의 관계를 알고 이러한 그래프를 그려야 한다. 또한 그래프를 제시문에 나온 과학적 사실에 근거하여 논리적으로 해석하여야 한다. 이러한 과정을 통해 과학 공부를 체계적으로 하기 위한 기초 소양을 평가받게 된다.

〈Ⅱ 번 문항〉

이 문항은 학생들의 단순 수리적 계산 능력이나 지식, 혹은 훈련된 문제 해결 기법 등을 측정하는 문제에서 탈피하여, 주어진 현상에 대한 과학적·논리적 추론을 통한 문제 해결 능력을 평가하고자 하는데 그 목적이 있다. 자연계열 학생들은 특히 문제 해결을 위한 과학적 사고능력을 갖고 있어야 하며, 이것은 대학에 진학해서 전공과목을 학습할 때에 기초적인 소양으로서 매우 중요하다.

제시문 (가)의 원전은 〈〈파인만의 여섯 가지 물리이야기〉〉 (송산출판사, 2003)이다. 제시문에서 저자는 자연에 대해 우리가 알고 있는 것은 진리의 근사적인 서술에 불과하며, 우리가 처음에 찾아낸 법칙은 대부분 틀린 것이고, 이것을 수정, 보완해 나가면서 올바른 법칙이 정립된다는 것을 고전역학과 아인슈타인의 예를 들어 설명한다. 이러한 수정을 통해 우리는 과학적인 진리에 도달할 수 있게 되는 것이다.

제시문 (나)는 나라는 화자의 입장에서 일개미 플릭의 세상을 들여다본다. 나라는 존재는 기존의 공간개념에 익숙한 사람이어서 플릭이 사는 세상 역시 그와 같을 것이라는 가정을 한다. 하지만 관찰 결과 플릭의 세상이 내가 기대한 것과 다른 결과가 나오기에 자신의 가정을 수정하게 된다. 그리고 이제 플릭의 세상이 내가 사는 세상과 다르다고 가정하고 그 결과 기하학적인 새로운 결론이 나올 것이라고 유추한다. 그리고 그 유추가 맞음을 확인함으로 자신의 가정이 보다 진리에 가깝다는 것을 확인한다. 제시문 (다)는 서울대학교 김홍종교수의 웹사이트인

http://www.math.snu.ac.kr/~hongjong/MinC/2003-1/Mathematical_Induction.htm에서 발췌한 글이다. 이는 수학적 귀납법에 대해 설명한 글이다.

[문제 3]에서는 제시문 (가)와 (나)을 근거로, 경험적 지식을 바탕으로 진리에 도달할 수 있는 논리적인 전개방법을 도출하도록 하였다. 두 제시문에는 공통적으로 나타나는 진리 접근방식이 나타나있다. 이러한 논리적 전개방식을 귀추법이라고 한다. 귀추법은 과학철학에서 논의하는 과학적 발견에 이르게 되는 추론과정의 하나로, ‘최선의 설명에로의 추론’(inference to the best explanation)을 뜻한다. 즉 어떤 놀랄 만한 현상이 나타났을 때 그 현상을 ‘가장 잘 설명해주는’ 가설을 추론하는 과정을 말한다. 문제에서 요구하는 바는 귀추법을 알고 모름에 상관없다. 이 문제는 두 개의 제시문의 공통점을 추려내어 추상화하여 간결하고 명료하게 자신의 언어로 재조직하여 표현하는 능력을 평가하기 위해 출제한 것이다.

[문제 4]에서는 제시문 (나)에 나타난 내용을 이해하고 이를 바탕으로 예를 구성하는 문제이다. 즉, 플릭의 세상에서 나타나는 '직선'의 특징을 이해하고 이를 바탕으로 내각의 합이 180° 와 다른 삼각형을 구성해보라고 한 것이다. 이 문제는 새로운 공간에 대해 이해하고 추론하는 능력을 평가하기 위해 출제된 것이다.

[문제 5]에서는 수학적 귀납법이 적용될 수 있는 경우와 적용될 수 없는 경우를 구분할 수 있는지를 물어보는 문제이다. 수학적 귀납법이 진리를 도출하는 방식이기는 하지만, 적용할 수 없는 경우에 잘못 적용하면 잘못된 결론을 얻게 된다. 이 문제는 이러한 논리적 전개방식의 오류를 발견하고, 또한 그러한 오류가 생기는 예를 들어보면서 오류의 이유를 찾도록 한 문제이다.

2. 예시 답안

2008년 수시2-1학기 학업적성논술의 항목별 기본적인 예시 답안은 다음과 같다. 이 외에도 논리적인 다양한 답이 존재할 수 있어 참고하는 답안으로만 사용한다.

<자 연 계 1>

[문제 1]

제시문 (라)의 반응과정은 수소와 산소가 반응하여 물을 생성하면서 에너지를 발생시키는 현상을 설명하고 있다. 제시문 (가)는 포도당과 산소가 반응하여 CO_2 와 물을 생성하면서 생체에너지원인 ATP를 만드는 과정을 설명하고 있다. 제시문 (나)는 빛에너지를 이용하여 CO_2 와 물로부터 유기물 및 산소를 합성하는 과정을 설명하고 있다. 따라서 제시문 (라)의 반응과정과 유사한 반응과정을 설명한 것은 제시문 (가)이다. 제시문 (가)와 (라)에 설명된 반응과정의 공통점은 원료가 산소라는 점, 물이 반응의 결과물로 생성된다는 점이다. 제시문 (가)의 반응에서는 원료로 포도당이 사용되지만 제시문 (라)에서는 수소가 원료로 사용된다는 점과 제시문 (가)의 반응에서는 CO_2 가 생성되지만 제시문 (라)의 반응에서는 CO_2 가 생성되지 않는다는 점이 차이점이다.

[문제 2]

제시문 (나)에 기술된 광합성의 명반응에서는 빛에너지를 이용하여 물이 광분해 되며 그 결과 전자(e^-)와 수소이온(H^+), 산소(O_2)가 만들어진다. 이 경우에 연료전지의 원료인 수소와 산소를 만들어 내면서도 CO_2 를 발생시키지 않기 때문에 제시문 (다)에 기술된 연료전지의 문제점을 극복할 수 있다.

[문제 3]

연료전지의 효율이 95%일 때 1kWh당 340g의 CO₂가 배출되므로 실제 투입되는 전력량은 $1\text{kWh}/0.95 = 1.0526316\text{kWh}$ 이다. 연료전지의 효율이 60%인 경우에는 전력 에너지 1kWh당 약 540g의 CO₂가 배출되므로 실제 투입되는 전력량은 $1\text{kWh}/0.6 = 1.6666667\text{kWh}$ 이다. 따라서 두 경우 모두 0.0031kWh 당 CO₂ 1g이 발생한다. 그러므로 화력발전에서 배출되는 CO₂ 490g과 같은 양의 CO₂를 배출하는 경우에는 연료전지에 실제 투입되는 전력량이 1.519kWh가 될 때 연료전지에서 생성하는 전력량이 1kWh가 된다. 따라서 그 때의 효율은 $1/1.519 = 65.8\%$ 가 된다. 즉, 연료전지의 효율이 66%이상이면 화력발전보다 CO₂ 발생량이 적게 된다.

[문제 4]

A의 전력생산량을 x 라고 하면 B의 전력생산량은 $(1000 - x)$ 이며,

총 생산비용' = '생산원가+환경부담금' 이다.

1000kWh의 전기 생산원가는 $60x + 75(1000 - x) = 75000 - 15x$ 이고, 생산원가는 60,000원에서 75,000원 사이의 값을 갖는다.

CO₂발생량은 $0.490x + 0.390(1000 - x) = 390 + 0.1x$ 이고 범위는 390~490 이며, CO₂발생량이 증가할수록 세금의 증가가 생산원가의 하락보다 크므로 CO₂발생량은 400을 유지하는 것이 가장 좋다. 즉, $390 + 0.1x = 400$ 으로부터 $x = 100$ 이면 환경부담금이 45,000원, $x > 100$ 이면 환경부담금이 60,000원이며, 생산원가를 동시에 고려하여야 하므로 $x = 100$ 일 때 즉, **A에서 100kWh, B에서 900kWh를 생산할 때 총 생산비용은 73,500+45,000=118,500 원으로 최소가 된다.**

[참고로 $x = 500$ 일 때 총 생산비용은 118,750 원, $x = 0$ 또는 $x = 1000$ 일 때 총 생산비용은 120,000 원이다.]

[문제 5]

예를 들어, 면적이 비슷한 A, B, C 세 곳의 작년 평균기온이 각각 10°C, 15°C, 20°C 이었던 것이 올해 평균기온이 20°C, 15°C, 10°C 로 측정되었다면, 세 곳의 평균기온은 15°C로 변화가 없다. 그러나, 지역별로 보면 B만 평균기온의 변화가 없을 뿐, A는 평균기온이 크게 상승하였고, C는 평균기온이 크게 감소하였음을 알 수 있다. 따라서, 제시문처럼 가중평균을 근거로 지구 온난화를 판단하는 것은 우리가 있어 보인다. 또한, 제시문의 [그림 1]과 [그림 2]를 보면, 지구 평균기온 변화는 변동이 작은 데 비하여 미국 평균 기온은 상대적으로 변동이 크다. 따라서 지구전체의 (가중)평균기온 변화보다는 각 지역의 평균기온을 관찰하여 온난화의 지역별 심각성을 고려하는 것이 타당하며 이를 위해서는 표준편차(또는 분산)의 개념을 도입하는 것과, 관측소를 더 많이 늘리고 일정기간을 단위로 구한 평균기온의 사용도 고려해 볼만하다. 또한 지구의 약 75%가 바다이므로 바다 위의 온도변화를 고려하여야 할 것이다.

<자 연 계 2>

[문제 1-1]

지구에서 항성인 어떤 특정한 별의 빛의 스펙트럼을 측정할 수 있는 어떤 별이 있다고 하자. 지구가 태양 주위를 공전한다고 하면 태양과 별을 연결한 선과 지구가 공전하는 속도 방향이 나란하면서 지구가 공전하는 속도 방향이 별을 향할 때와 별의 반대 방향을 향할 때가 일 년에 한 번씩 주기적으로 나타난다. 따라서 별에서 나오는 빛의 스펙트럼을 측정할 경우 도플러 효과에 의한 진동수의 증가 감소 패턴이 일 년을 주기로 관찰될 것이다. 따라서 별에서 나오는 빛의 스펙트럼의 변화를 관찰함으로써 지구가 태양 주위를 공전하는지의 여부를 판단할 수 있게 된다.

[문제 1-2]

제시문 (가)에 따르면 광원과 관찰자가 서로 멀어지면 도플러 효과에 따라 관측하는 파장이 길어지고 진동수는 감소한다. 그런데 우주는 팽창하므로 우주 안의 어떤 두 지점 사이의 거리도 점점 멀어지는 상황이 발생한다. 그러면 빅뱅 이후 에너지와 물질 사이의 상호 교환이 일어나지 않는 시점에서 우주에 총만해 있던 빛을 지구에서 관측할 때 우주 배경 복사를 관측한다고 하는데 이러한 빛에서도 도플러 효과에 의해 적색 편이가 생긴다.

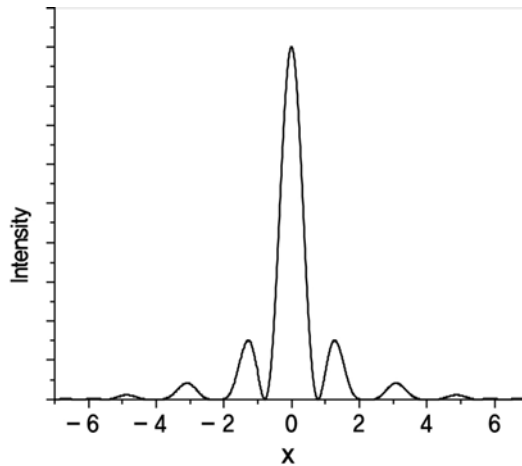
이를 지구 공전의 증거인 별에서 나오는 빛의 스펙트럼의 도플러 효과와 비교해 보면 두 효과 모두 지구에서 빛을 관측하며 나타나는 도플러 효과라는 공통점이 있다. 우주 배경 복사는 우주가 팽창하기 때문에 상대적으로 서로 멀어지므로 적색 편이만 존재하고 주기도 없다. 그러나 별 빛의 스펙트럼을 관측하는 경우에는 관찰자인 지구가 움직일 때 별에 지구가 가까워지는 경우와 멀어지는 경우가 모두 존재하기 때문에 적색 편이와 청색 편이가 일 년을 주기로 번갈아 나온다. 우주 배경 복사에서는 항상 도플러 효과가 있지만 별 빛 스펙트럼에서는 도플러 효과가 없는 경우도 있는 것이다.

[문제 2]

$I(x)$ 의 극대값과 극소값을 살펴보면 다음과 같이 분석할 수 있다. 우선 $x=0$ 에서 최대값을 갖는다. 또한 $I(x)$ 는 $\beta x = \pm(n+1)\pi/2$ 에서 극소값을 갖는다. ($n=0, 1, 2, \dots$) 한편, $I(x)$ 는 $\beta x = \pm n\pi$ 인 β 근처에서 극대값을 갖는다. ($n=0, 1, 2, \dots$)

그런데 극대값의 크기는 $I_0(\sin(\alpha x)/\alpha x)^2$ 의 지배를 받는다. 따라서 극대값의 크기만 보면 단일 슬릿의 회절과 매우 비슷한 경향성을 보인다. 한편 이러한 극대값은 보강 간섭에 대응되고 극소값은 소멸 간섭에 대응된다. 이중 슬릿을 통과한 전자가 중첩에 의한 보강 간섭과 상쇄 간섭은 파동의 이중 슬릿 실험에서 보이는 전형적인 패턴을 보여 준다.

간섭 현상은 파동의 성질이므로 전자는 입자임에도 불구하고 파동성을 갖는다는 것을 의미한다. 이러한 파동을 물질파라고 하며 전자가 입자성과 파동성을 동시에 갖는다는 뜻이므로 이중성이라고 한다.



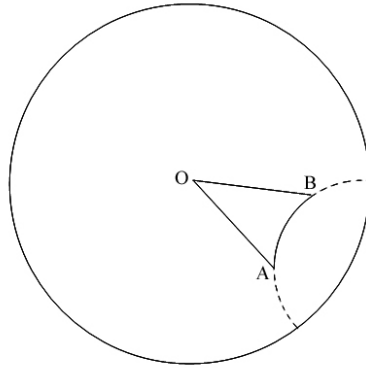
[문제 3]

제시문 (가)에서 보면 아인슈타인 이전의 고전역학은 질량은 속도와 관계없이 불변량이라는 가정에 기초하고 있었다. 하지만 이것이 사실이 아니고 다만 물체의 속도가 초속 100마일 이내 일 때, 그 물체의 질량은 0.0001% 이내의 범위에서 불변일 뿐이다. 이러한 사실로 유추해 보면 질량불변이라는 가정은 잘못된 것이다. 이제 빛의 속도가 불변이라는 새로운 가정을 하면 이를 토대로 물체의 질량은 속도가 빠를수록 증가함을 알 수 있고 이것이 올바른 법칙이다. 제시문 (나)에서 먼저 나는 플릭이 사는 세상이 내가 사는 세상과 비슷하다는 가정을 한다. 그리고 관찰해 보니 플릭의 세상에서의 '직선'은 기대했던 것과 다르게 직선일 수도 있고, 원의 호일 수도 있었다. 이것을 보고 나의 가정이 틀렸다는 것을 알게 된다. 그래서 이제 플릭의 세상이 내가 사는 세상과 다르다고 가정한다. 이 가정에 의하면 예를 들어 세 '직선'을 변으로 하는 삼각형의 내각의 합이 180° 가 아닐 수 있다. 이를 확인해보니 사실이었다.

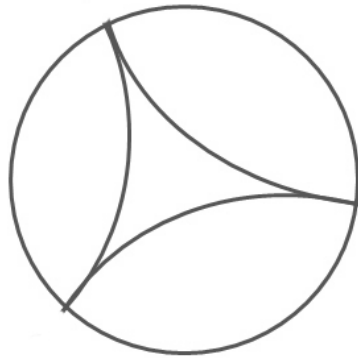
이와 같이 어떤 것을 가정하면 얻을 수 있는 결론이 있다. 그런데 경험적 지식을 통해 그 결론이 아니라는 것을 알게 된다. 이로부터 가정이 틀렸음을 안다. 이제 가정을 수정한다. 수정된 가정이 경험적으로 얻을 수 있는 결론과 일치한다. 이를 통해 가정이 옳음을 확인한다. 이와 같이 경험적 지식에 바탕을 두고 추론한 결과가 진리와 다름을 알 수 있을 때, 직관과 통찰력을 통한 새로운 가설을 설정하고 그 가설에 입각하여 경험적 지식이 올바른 지를 경험함으로써 진리에 보다 가까워질 수 있다.

[문제 4]

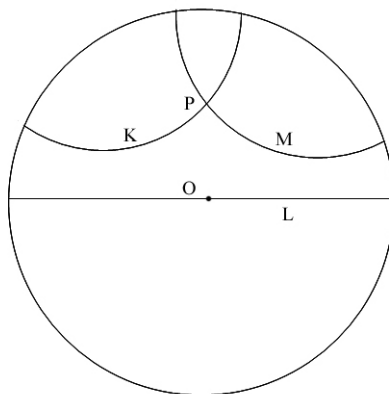
삼각형 내각의 합이 180° 와 다른 예는 아래와 같다.



이때 삼각형 ABO (C 대신 O를 대신함)의 내각의 합은 180 도보다 작다. 이외에 다음의 예를 들 수도 있다.

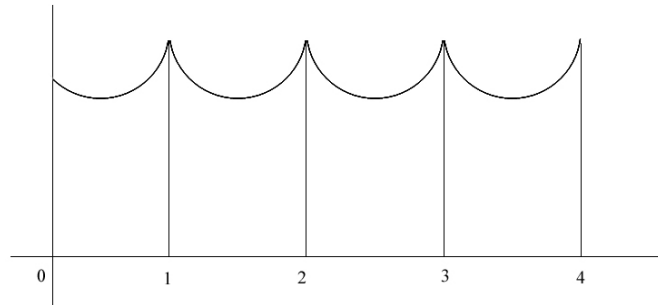


플릭이 사는 세상은 이와 같이 삼각형의 내각의 합이 180 보다 작다. 또한 한 직선 L 위에 있지 않은 점 P 를 지나면서 L 을 지나지 않는 직선이 무수히 많다(아래 그림 참조)



[문제 5]

학생 A의 증명은 옳지만, 학생 B의 증명에는 오류가 있다. 다음은 오류를 보여줄 수 있는 연속함수의 예이다.



이와 같이 오류가 생기는 이유는, 양의 실수 전체에서 볼록임을 증명할 때에 이러한 귀납법을 적용할 수 없고 전체적으로 볼록한지 아닌지를 판정해야한다. 그런데 학생 B는 이 문제에 귀납법을 적용해서 증명하였기에 오류가 생긴 것이다.

논술교육길라잡이III · 자연계열

2008년 5월 일 인쇄

2008년 5월 일 발행

발 행 : 한국대학교육협의회

학 사 지 원 부

121-270 서울시 마포구 상암동 1601 KGIT상암센터 11층

전화 : 02)6393-5257

인 쇄 처 : (주)엔터컴 케이 커뮤니케이션

전화 : 02)323-7291

※이 책 내용의 일부 혹은 전체를 허락없이 변경하거나 복제할 수 없습니다.

농술교육 길라잡이 Ⅲ



한국대학교육협의회